

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ БЕЛОРУССКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет прикладной математики и информатики

Кафедра информационных систем управления

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ 5
ВАРИАНТ 35

Выполнил:

Карпович Артём Дмитриевич
студент 3 курса 7 группы

Преподаватель:

Кваша Дарья Юрьевна

Минск, 2024

Задача сетевого планирования.

1. Построить сетевой график для максимальной ($t_{\text{пес}}$) продолжительности всех его работ, рассчитать наиболее ранние и наиболее поздние сроки наступления событий, найти критический путь, определить полные и независимые резервы времени всех работ и коэффициенты напряженности некритических дуг.
2. Для трехпараметрической модели найти ожидаемое время выполнения проекта, определить вероятность выполнения проекта не позднее заданного срока, найти интервал гарантированного (с вероятностью $P = 0,9973$) времени выполнения проекта, оценить максимально возможный срок выполнения проекта с заданной надежностью. Выполнить те же расчеты для двухпараметрической модели. Сравнить результаты.
3. Считая $t_{\text{пес}}$ продолжительностью работы с минимальной допустимой интенсивностью ($t_{\text{пес}} = t_{\text{max}}$), а $t_{\text{опт}}$ – продолжительностью работы с максимальной возможной интенсивностью ($t_{\text{опт}} = t_{\text{min}}$), найти оптимальный по стоимости вариант выполнения проекта.

Минимизировать стоимость проекта при минимально возможном сроке его исполнения.

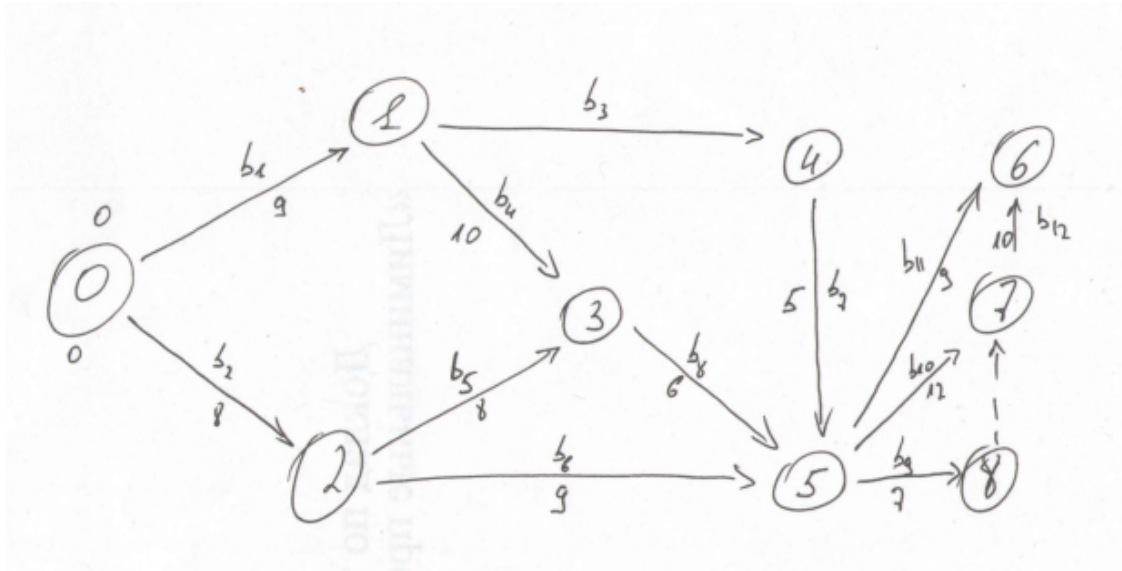
Работа	Опирается на работы	$t_{\text{пес}}$	$t_{\text{вер}}$	$t_{\text{опт}}$	Стоимость сокращения работы на один день, s_k
b_1	—	9	5	3	5
b_2	—	8	6	4	8
b_3	b_1	9	6	2	4
b_4	b_1	10	7	2	6
b_5	b_2	8	4	2	7
b_6	b_2	9	6	1	4
b_7	b_3	5	2	1	5
b_8	b_4, b_5	6	4	1	9
b_9	b_6	7	4	2	5
b_{10}	b_6, b_7, b_8	12	9	5	9
b_{11}	b_6, b_7, b_8	9	6	2	7
b_{12}	b_9, b_{10}	10	8	5	6

Директивный (заданный) срок выполнения проекта $T_{\text{дир}} = 35$ дней. Заданная надежность $\gamma = 0,95$. Стоимость одного дня проекта равна 10 денежным единицам: $S = 10$.

Решение

Задание 1

Сначала строим структурный сетевой график.



После чего посчитаем сроки наступления события для каждой вершины по формулам

$$T_p(i) = \max(T_p(j) + t_{ji}),$$

$$T_n(i) = \min(T_n(j) - t_{ji})$$

Событие	T_p	T_n	R_i (резерв времени)
*0	0	0	0
*1	9	9	0
2	8	11	3
*3	19	19	0
4	18	20	2
*5	25	25	0
*6	47	47	0
*7	37	37	0
*8	32	32	0

Критический путь проходит через события с нулевым резервом времени, т. е. через события 0, 1, 3, 5, 6, 7, 8.

Найдем резервы времени работ. Полный резерв времени работ найдем по формуле

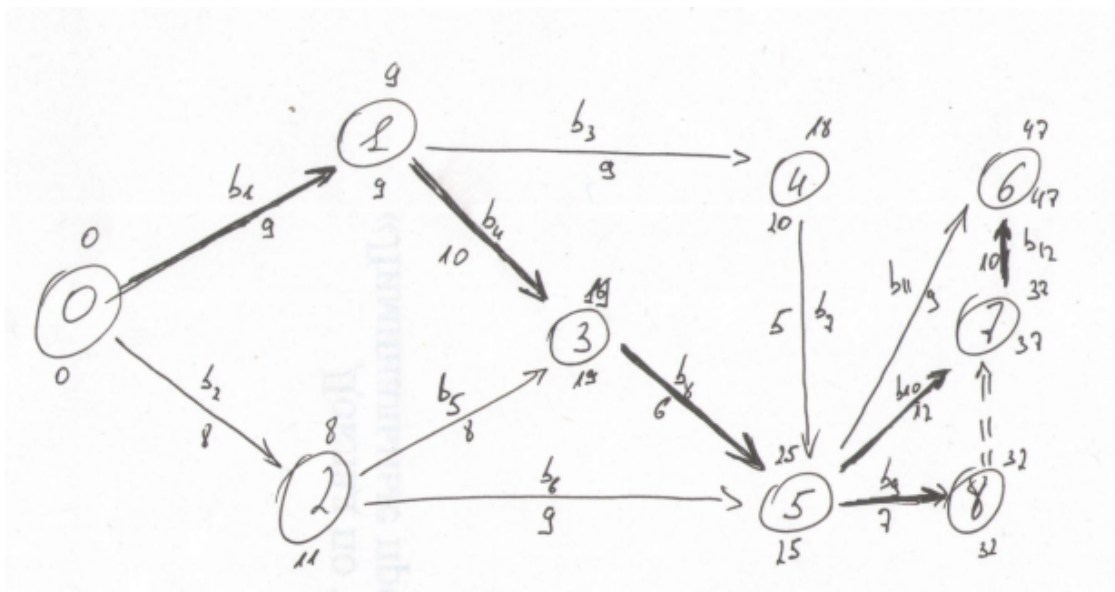
$$r_{\pi}(b_k) = r_{\pi}(i, j) = T_{\pi}(j) - T_p(i) - t_{ij}.$$

Независимый резерв времени работ найдем по формуле

$$r_n(b_k) = r_n(i, j) = T_p(j) - T_n(i) - t_{ij}.$$

Работа	r_n	r_n
* $b_1 = (0,1)$	0	0
$b_2 = (0,2)$	3	0
$b_3 = (1,4)$	2	0
* $b_4 = (1,3)$	0	0
$b_5 = (2,3)$	3	0
$b_6 = (2,5)$	8	5
$b_7 = (4,5)$	2	0
* $b_8 = (3,5)$	0	0
* $b_9 = (5,8)$	0	0
* $b_{10} = (5,7)$	0	0
$b_{11} = (5,6)$	13	13
* $b_{12} = (7,6)$	0	0
* $\varphi = (8,7)$	0	0

Работа $\varphi = (8,7)$ – фиктивная работа. Критические работы – $b_1, b_4, b_8, b_9, b_{10}, b_{12}$. Критические пути выделим более жирными стрелками.



Так же из этого графа можем получить критическое время $T_{кр} = 47$.

Посчитаем резервы времени и коэффициенты напряженности не критических дуг по формулам:

$$R(b) = b - a,$$

$$N(b) = 1 - \frac{R(b)}{a}.$$

Некритические дуги	a	b	Резерв времени дуги, $R(b)$	Коэффициент напряженности дуги, $N(b)$
(0, 2, 5, 6)	47	26	19	0.6
(0, 2, 3)	19	16	3	0.84
(1, 4, 5, 6)	38	23	15	0.605

Задание 2

Построим таблицу, содержащую ожидаемую продолжительность работ для трехпараметрической модели, для двух параметрической модели и вычислим дисперсии. Формулы, соответственно, следующие:

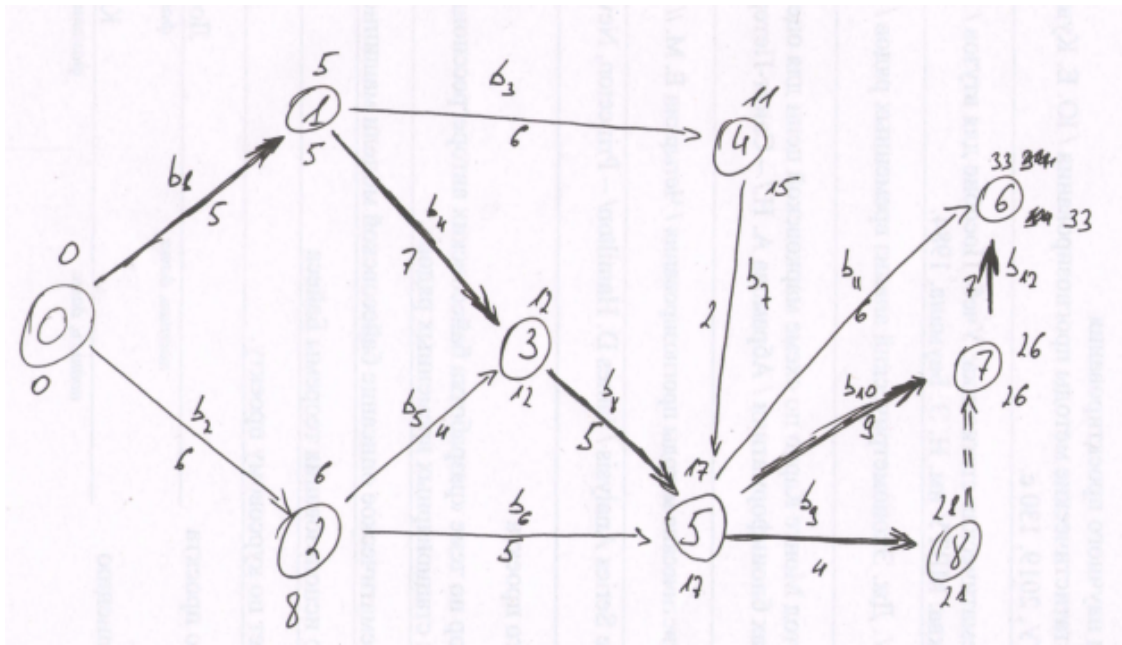
$$t_{ож} = \frac{t_{пес} + 4t_{вер} + t_{опт}}{6},$$

$$t_{ож}^* = \frac{3t_{пес} + 2t_{опт}}{5},$$

$$\sigma^2(t_{ож}) = \left(\frac{t_{пес} - t_{опт}}{6} \right)^2.$$

Работа	$t_{ож}$	$t_{ож}^*$	σ^2
b_1	5	7	1
b_2	6	6	0.44
b_3	6	6	1.36
b_4	7	7	1.78
b_5	4	6	1
b_6	5	6	1.36
b_7	2	4	0.44
b_8	5	4	0.69
b_9	4	5	0.69
b_{10}	9	9	1.36
b_{11}	6	6	1.36
b_{12}	7	8	0.69

Таким образом трехпараметрическая модель сведена к однопараметрической. Теперь можно построить сетевой график и рассчитать его временные характеристики.



Дисперсия критического пути:

$$\sigma_{\text{кр}}^2 = \sigma^2(b_1) + \sigma^2(b_4) + \sigma^2(b_8) + \sigma^2(b_9) + \sigma^2(b_{10}) + \sigma^2(b_{12}) = 1 + 1.78 + 0.69 + 0.69 + 1.36 + 0.69 = 6.21$$

Среднеквадратическое отклонение критического пути

$$\sigma_{\text{кр}} \approx 2.49$$

Найдем вероятность того, что проект будет выполнен не позднее заданного срока ($t_{\text{дир}} = 35$):

$$P(t_{\text{кр}} < 35) = 0.5 + \Phi\left(\frac{35 - 33}{2.49}\right) = 0.5 + \Phi(0.8) \approx 0.7881$$

Таким образом, имеются неплохие шансы (79%) выполнить проект в заданный срок. Найдем интервал гарантированного времени выполнения проекта. Воспользуемся правилом «трех сигм»:

$$3\sigma = 7.47 \approx 7$$

Т. е. с вероятностью почти 0,9973 проект будет выполнен за 35 ± 7 дней. Максимально возможный срок выполнения проекта с надежностью 0.95:

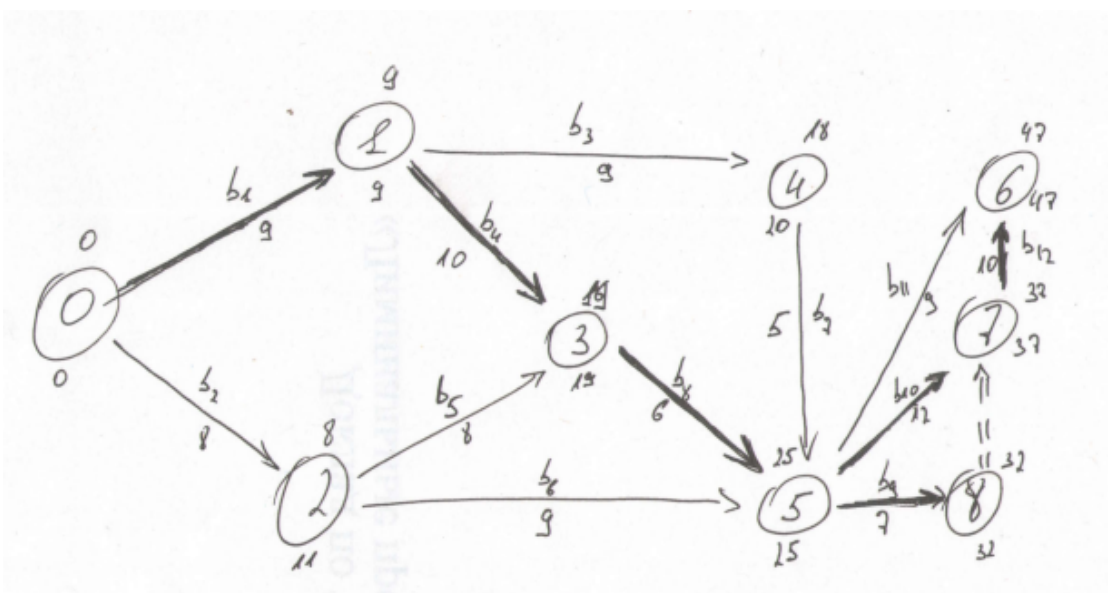
$$P(|t_{\text{кр}} - 35| \leq z_{0.95} * 2.49) = 2\Phi(z_{0.95}) = 0.95, \text{ тогда } \Phi(z_{0.95}) = 0.475, z_{0.95} = 1.96,$$

$$P(|t_{\text{кр}} - 35| 4.88) = P(30.12 \leq t_{\text{кр}} \leq 39.88) = 0.95$$

С надежностью 0.95 проект будет завершен в период от 30 до 40 дней.

Задание 3

Работа	$t_{\text{пес}}$	$t_{\text{опт}}$	S_w
b_1	9	3	5
b_2	8	4	8
b_3	9	2	4
b_4	10	2	6
b_5	8	2	7
b_6	9	1	4
b_7	5	1	5
b_8	6	1	9
b_9	7	2	5
b_{10}	12	5	9
b_{11}	9	2	7
b_{12}	10	5	6



Таким образом, $T_{\text{кр}} = 47$, а стоимость проекта $S(t_{\text{max}}) = 10 \cdot 47 = 470$.

Рассмотрим возможности сокращения стоимости проекта за счет увеличения интенсивности работ на критическом пути. Найдем резервы не критических дуг:

$$R(0, 2, 5, 6) = 47 - 9 - 9 - 8 = 21,$$

$$R(0, 2, 3) = 19 - 8 - 8 = 3 - \text{Наименьший резерв},$$

$$R(1, 4, 5, 6) = 47 - 9 - 5 - 9 = 24.$$

Рассмотрим варианты сокращения работ на нашем критическом пути. Обозначим через Δ_k величину сокращения стоимости проекта при сокращении продолжительности работы b_k на

1 день, через t_k^c — количество дней, на которое можно сократить работу b_k , а через $\Sigma\Delta_k$ — суммарное сокращение стоимости проекта при сокращении продолжительности работы b_k на t_k^c дней.

$\Delta_k = S - S_k$, где S — стоимость одного дня проекта, а S_k — стоимость сокращения продолжительности работы b_k на 1 день. Если $\Delta_k < 0$, то стоимость проекта возрастает.

В нашем случае дано, что $S = 10$ ден. ед.

Работа	t_{max}	t_{min}	s_k	Δ_k		$\Sigma\Delta_k$
b_1	9	3	5	5	4	20
b_4	10	2	6	4	3	12
b_8	6	1	9	1	0	0

Выгоднее всего сокращать работу b_1 . Каждый день сокращения ее продолжительности сокращает стоимость проекта на 5 денежных единиц, но продолжительность этой работы может быть сокращена максимум на 4 дня. Но, поскольку у нас есть всего 3 дня возможного сокращения критического пути, то работу следует сократить на 3 дня.

Общее сокращение стоимости проекта составит при этом 15 денежных единиц.