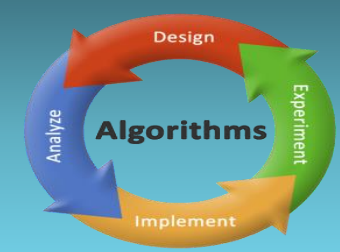
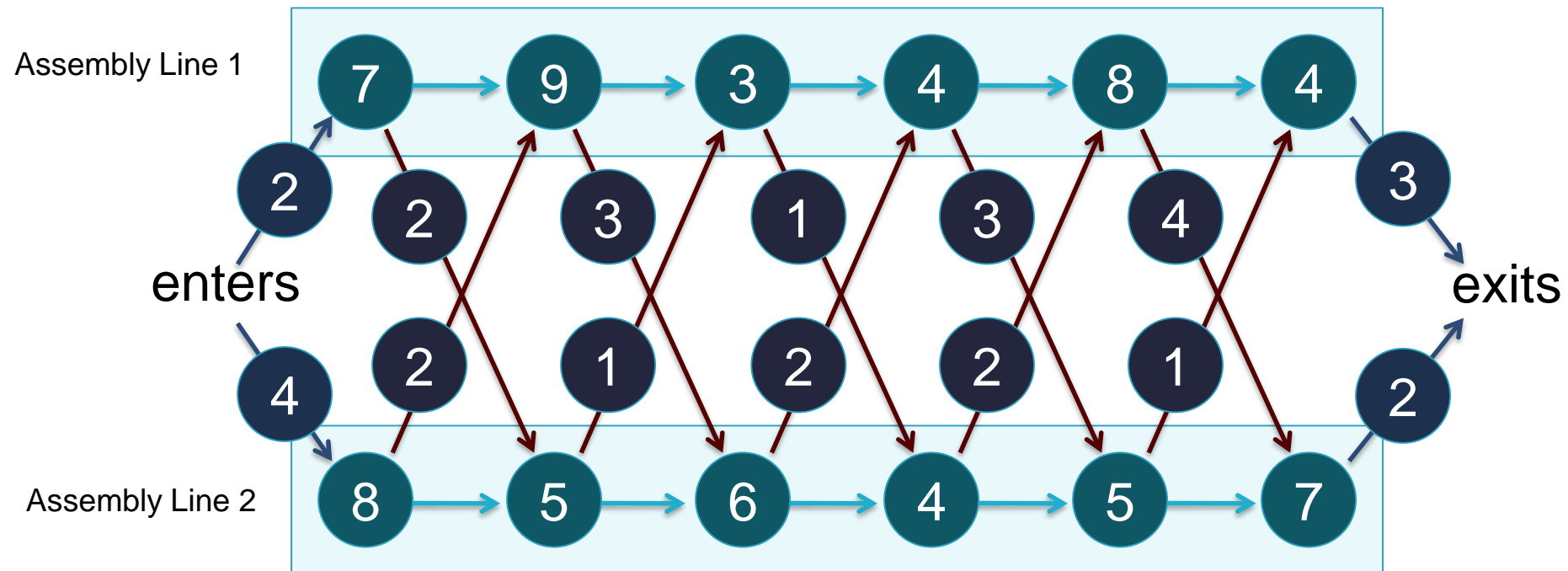


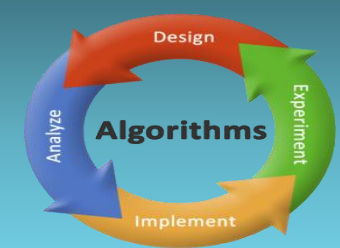
برنامه‌نویسی پویا

Assembly-Line Scheduling 2



Assembly-Line Scheduling





نمادهای مورد استفاده

خطوط تولید : خط ۱: $i = 1$ و خط ۲: $i = 2$

زمان مورد نیاز برای هر ایستگاه j در خط i : $a_{i,j}$

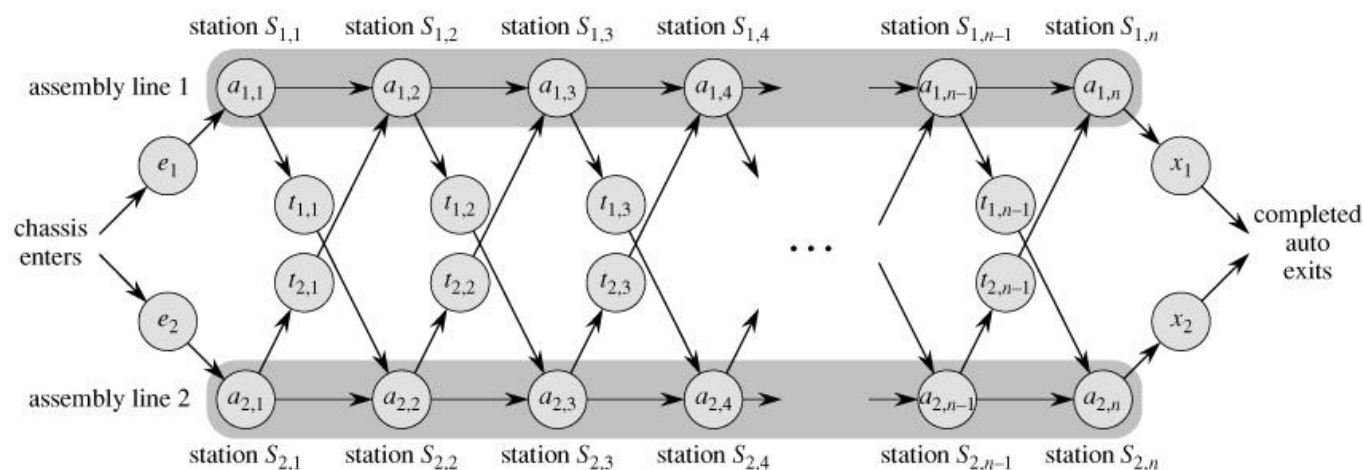
زمان مورد نیاز برای جابه‌جایی بین دو خط (آمدن از ایستگاه j در خط i): $t_{i,j}$ (فقط میتوان به ایستگاه بعدی در خط دیگر رفت)

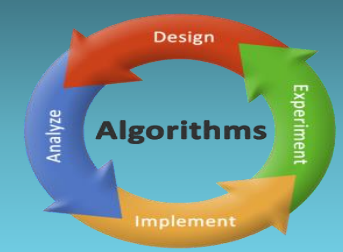
زمان مورد نیاز برای ورود به خط تولید i : e_i

زمان مورد نیاز برای خروج از خط تولید i : x_i

بهترین زمان رسیدن به ایستگاه j در خط i : $f_i(j)$

بهترین زمان کل: f^*



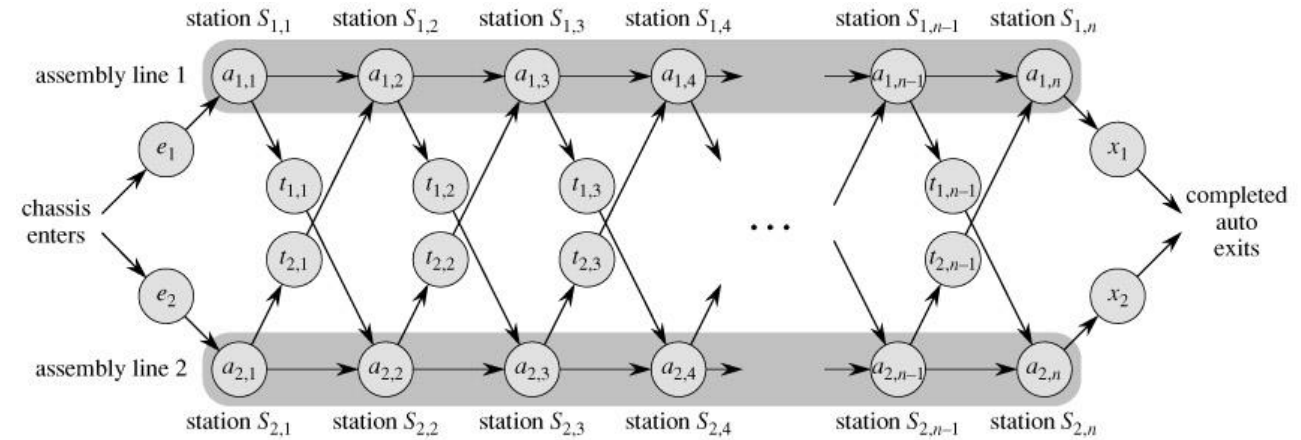


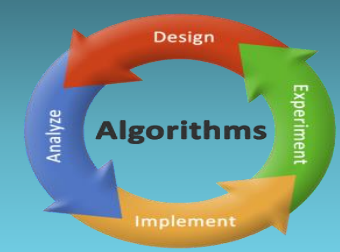
خط تولید کارخانه (Assembly Line)

$$f^* = \min(f_1(n) + x_1, f_2(n) + x_2)$$

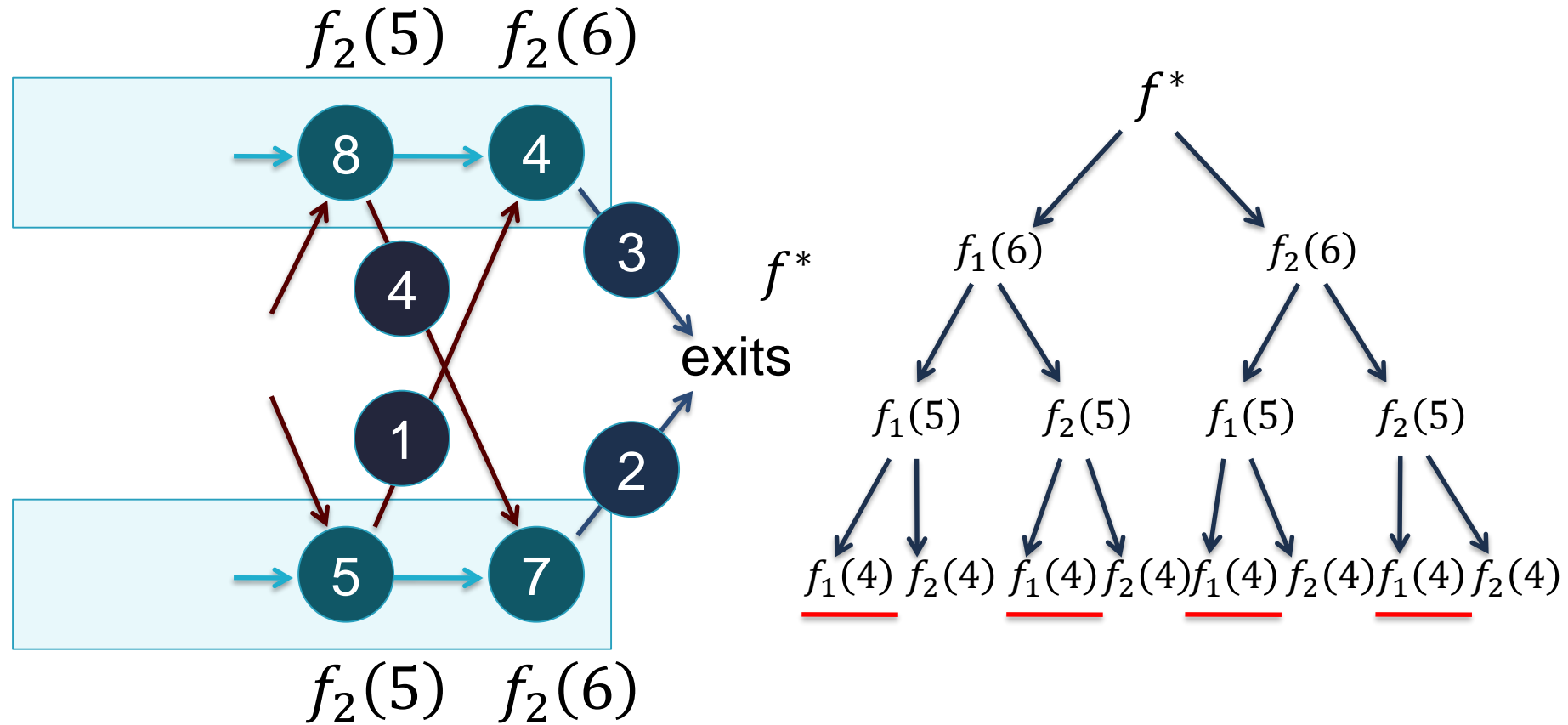
$$f_1(j) \begin{cases} e_1 + a_{1,1} & j = 1; \\ \min(f_1(j-1) + a_{1,j}, f_2(j-1) + t_{2,j-1} + a_{1,j}) & j > 1; \end{cases}$$

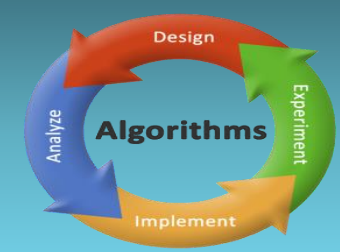
$$f_2(j) \begin{cases} e_2 + a_{2,1} & j = 1; \\ \min(f_2(j-1) + a_{2,j}, f_1(j-1) + t_{1,j-1} + a_{2,j}) & j > 1; \end{cases}$$



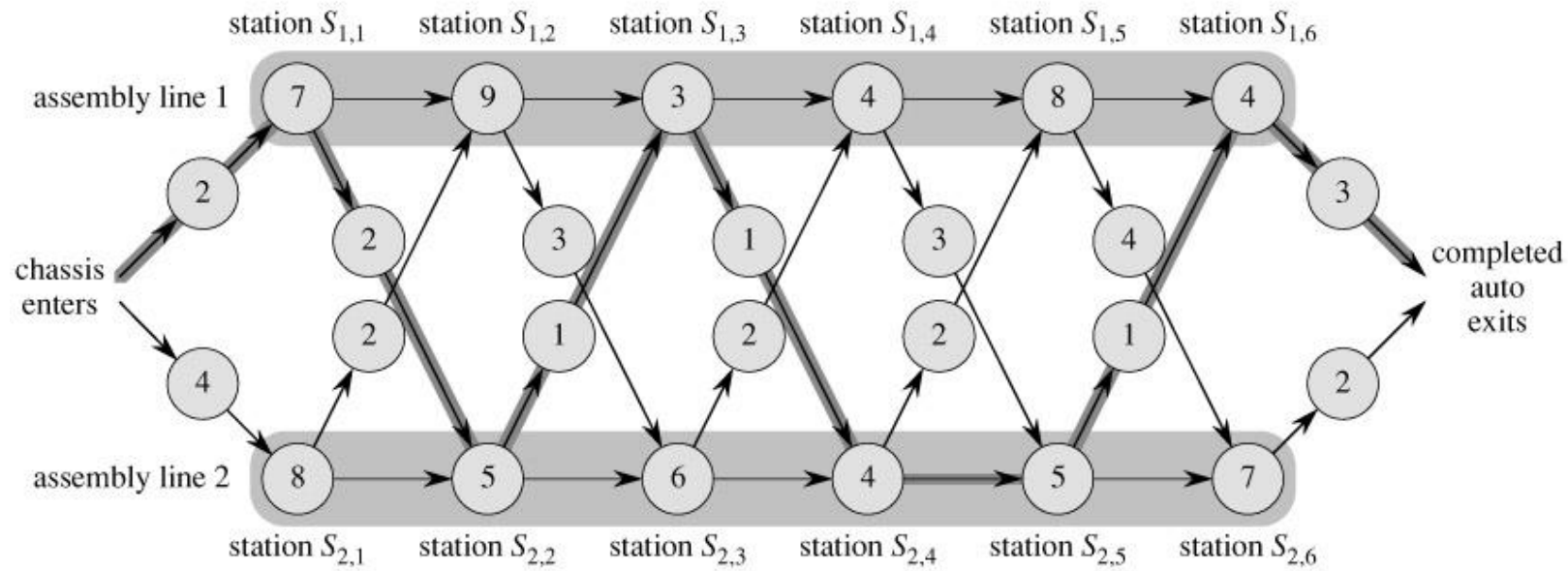


Overlapping Subprograms





خط تولید کارخانه (Assembly Line)



(a)

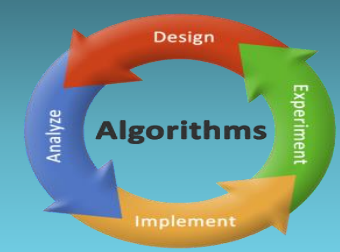
j	1	2	3	4	5	6
$f_1[j]$	9	18	20	24	32	35
$f_2[j]$	12	16	22	25	30	37

$f^* = 38$

j	2	3	4	5	6
$l_1[j]$	1	2	1	1	2
$l_2[j]$	1	2	1	2	2

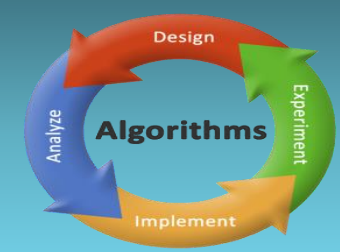
$l^* = 1$

(b)

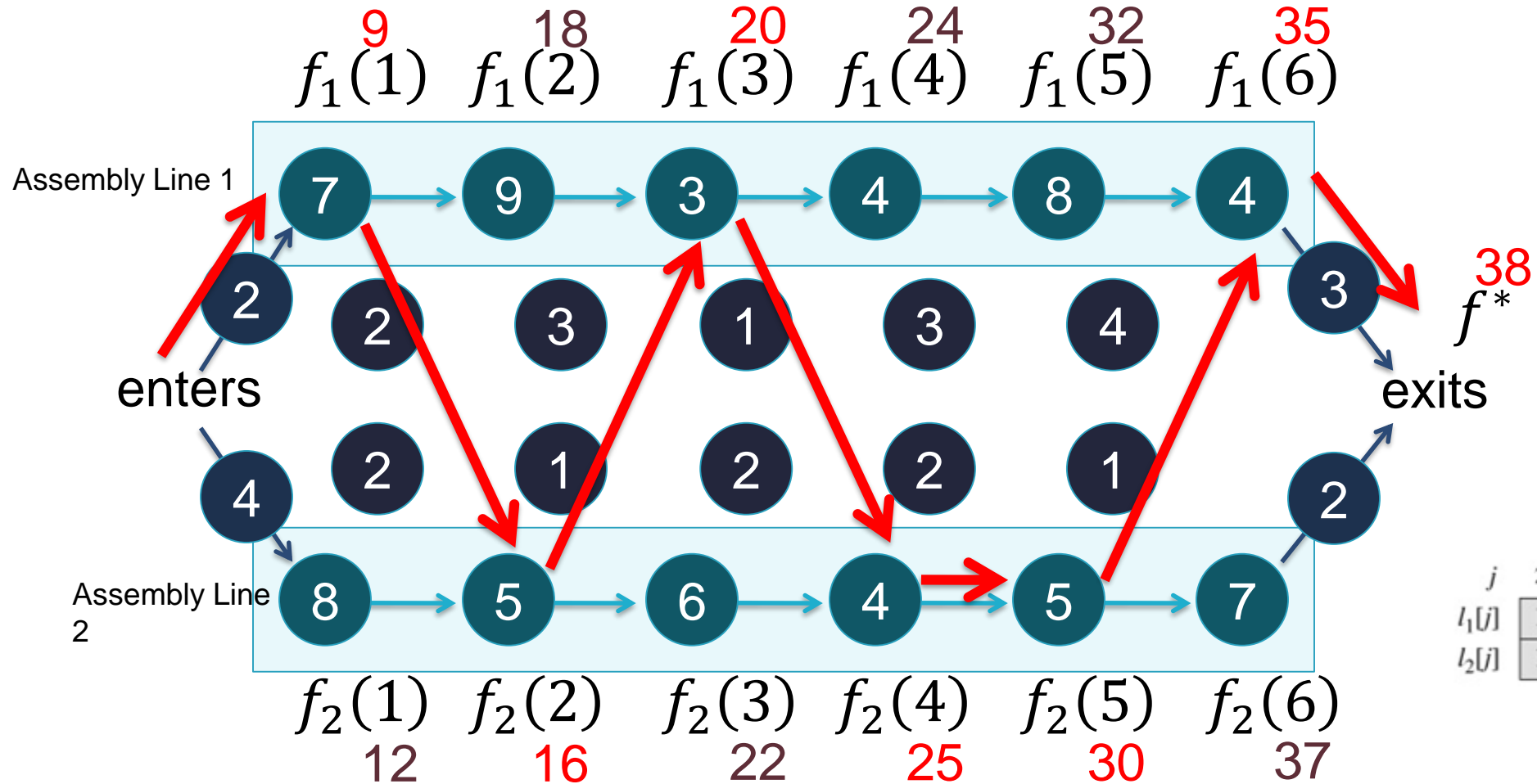


FASTEST-WAY(a, t, e, x, n)

```
1.  $f_1[1] \leftarrow e_1 + a_{1,1}$ 
2.  $f_2[1] \leftarrow e_2 + a_{2,1}$ 
3. for  $j \leftarrow 2$  to  $n$ 
4.     do if  $f_1[j - 1] + a_{1,j} \leq f_2[j - 1] + t_{2,j-1} + a_{1,j}$ 
5.         then  $f_1[j] \leftarrow f_1[j - 1] + a_{1,j}$ 
6.              $l_1[j] \leftarrow 1$ 
7.         else  $f_1[j] \leftarrow f_2[j - 1] + t_{2,j-1} + a_{1,j}$ 
8.              $l_1[j] \leftarrow 2$ 
9.     if  $f_2[j - 1] + a_{2,j} \leq f_1[j - 1] + t_{1,j-1} + a_{2,j}$ 
10.        then  $f_2[j] \leftarrow f_2[j - 1] + a_{2,j}$ 
11.             $l_2[j] \leftarrow 2$ 
12.        else  $f_2[j] \leftarrow f_1[j - 1] + t_{1,j-1} + a_{2,j}$ 
13.             $l_2[j] \leftarrow 1$ 
14. if  $f_1[n] + x_1 \leq f_2[n] + x_2$ 
15.     then  $f^* = f_1[n] + x_1$ 
16.          $l^* = 1$ 
17. else  $f^* = f_2[n] + x_2$ 
18.      $l^* = 2$ 
```

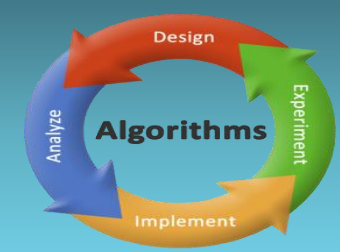


Assembly-Line Scheduling



j	2	3	4	5	6
$l_1[j]$	1	2	1	1	2
$l_2[j]$	1	2	1	2	2

$l^* = 1$

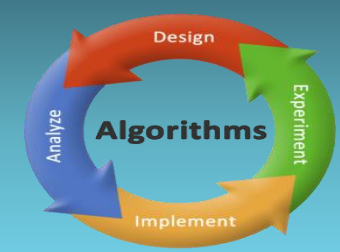


PRINT-STATIONS(1, n)

j	2	3	4	5	6
$l_1[j]$	1	2	1	1	2
$l_2[j]$	1	2	1	2	2

$l^* = 1$

1. $i \leftarrow l^*$
2. print "line " i ", station " n
3. for $j \leftarrow n$ downto 2
4. do $i \leftarrow l[i, j]$
5. print "line " i ", station " j - 1



کاهش مرتبه زمانی در راه حل بازگشتی

□ وقتی در راه حل بازگشتی، برخی از زیرمسائل بارها تکرار می‌شوند:

✓ اگر تکراری هرکدام را فقط یک بار حل کنیم...

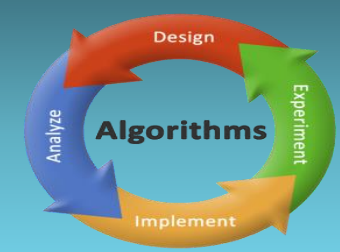
□ دو راه برای این کار وجود دارد (اگر امکان‌پذیر باشد):

✓ روش بالا به پایین: Memoization

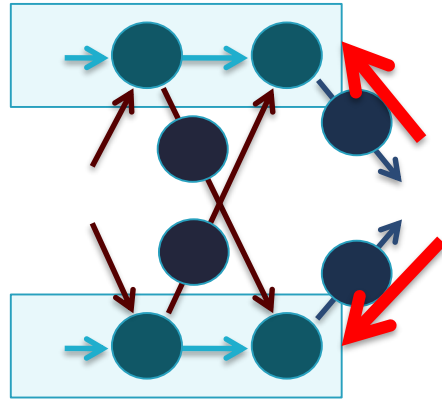
▪ جواب زیرمسائلی را که حل می‌شوند در یک جدول ذخیره می‌کنیم تا نیاز نباشد آن‌ها را چند بار حل کنیم.

✓ روش پایین به بالا: Dynamic Programming (DP)

▪ ساختار بهینه را می‌سازیم و بر مبنای آن زیرمسائل را هرکدام یک بار حل می‌کنیم. ممکن است نیاز باشد همه یا بخشی از زیرمسائل حل شده را در جدولی ذخیره کنیم.

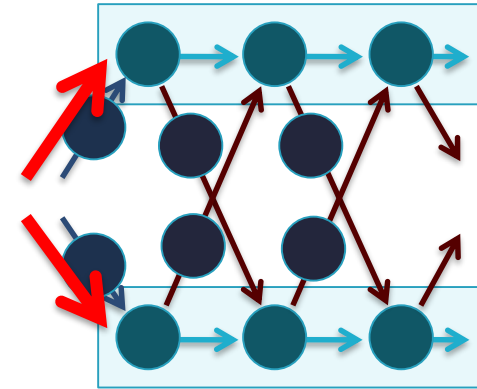


Memoization



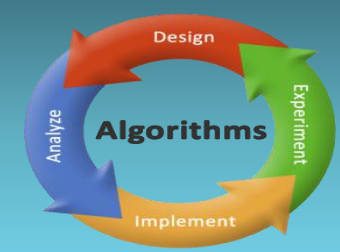
Memoization

$f_1(1)$	$f_1(2)$	$f_1(3)$	$f_1(4)$	$f_1(5)$	$f_1(6)$
$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$f_2(1)$	$f_2(2)$	$f_2(3)$	$f_2(4)$	$f_2(5)$	$f_2(6)$
$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$

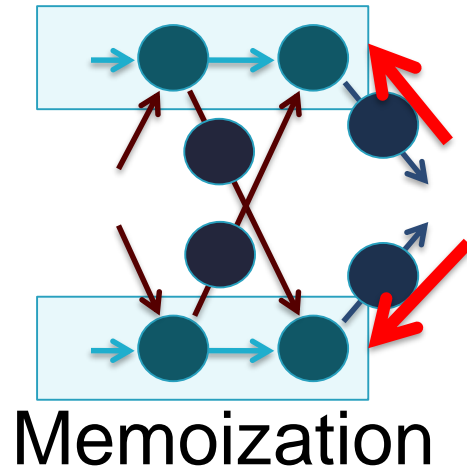


DP

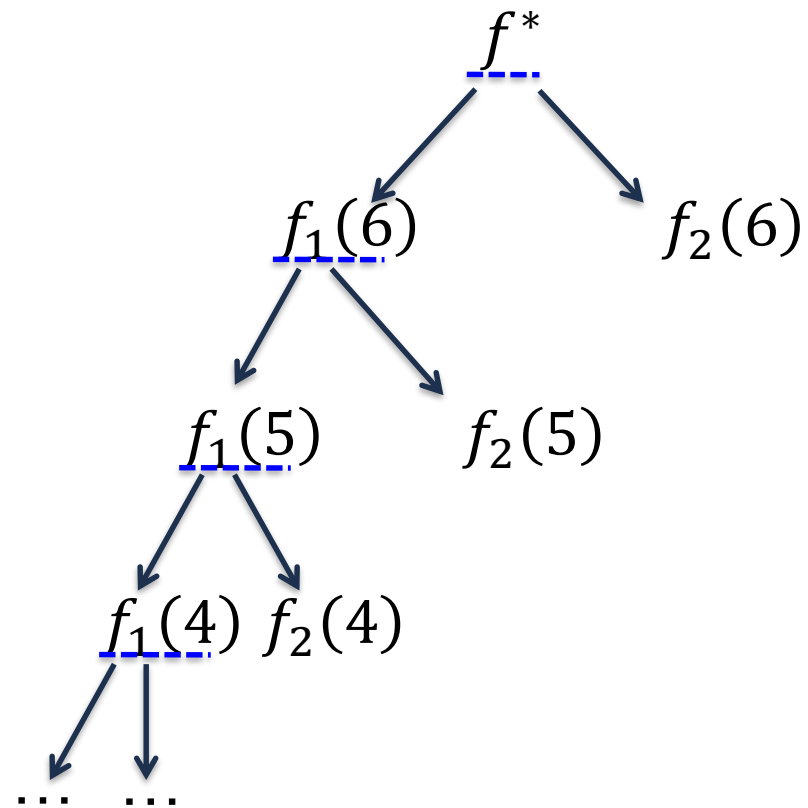
$f_1(1)$	$f_1(2)$	$f_1(3)$	$f_1(4)$	$f_1(5)$	$f_1(6)$
$f_2(1)$	$f_2(2)$	$f_2(3)$	$f_2(4)$	$f_2(5)$	$f_2(6)$

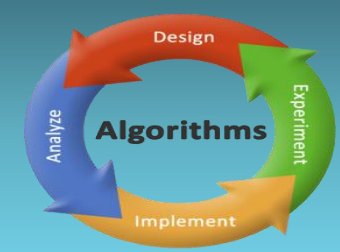


Memoization

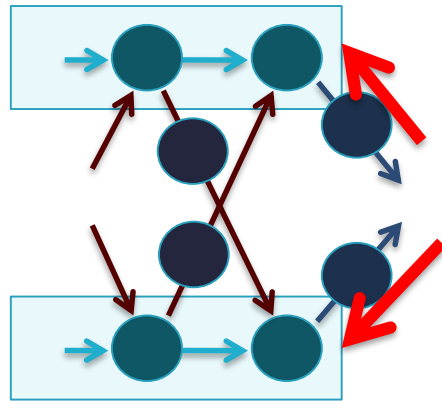


$f_1(1)$	$f_1(2)$	$f_1(3)$	$f_1(4)$	$f_1(5)$	$f_1(6)$
$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$f_2(1)$	$f_2(2)$	$f_2(3)$	$f_2(4)$	$f_2(5)$	$f_2(6)$
$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$



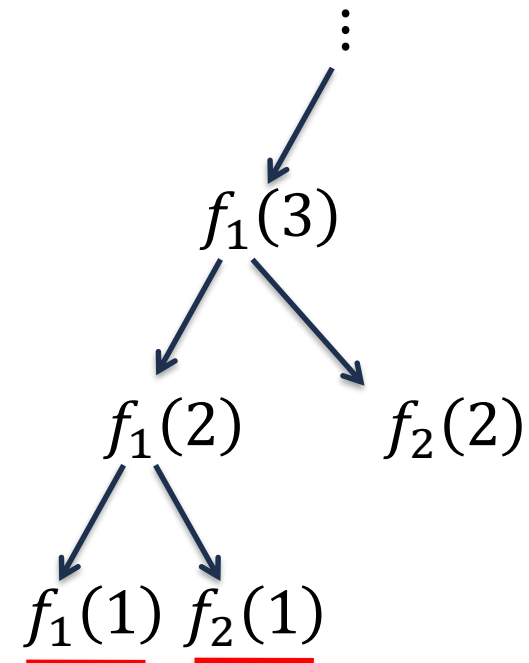


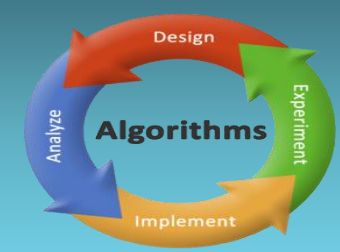
Memoization



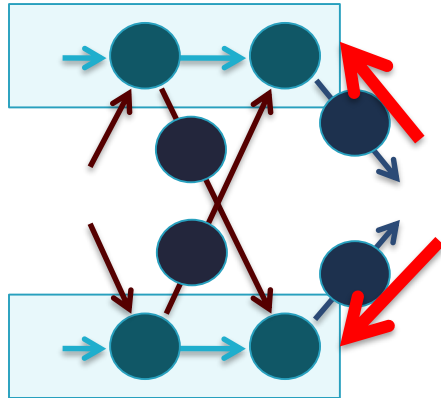
Memoization

$f_1(1)$	$f_1(2)$	$f_1(3)$	$f_1(4)$	$f_1(5)$	$f_1(6)$
9	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$f_2(1)$	$f_2(2)$	$f_2(3)$	$f_2(4)$	$f_2(5)$	$f_2(6)$
12	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$



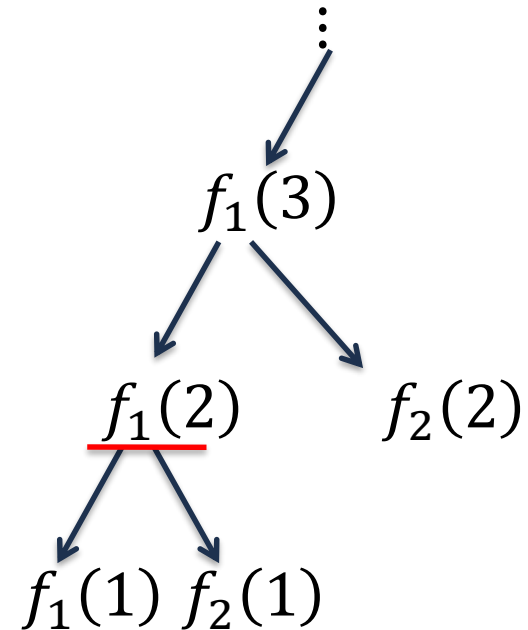


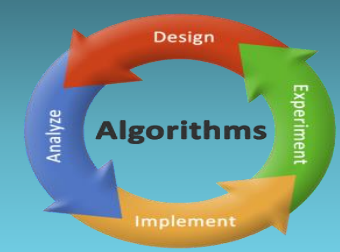
Memoization



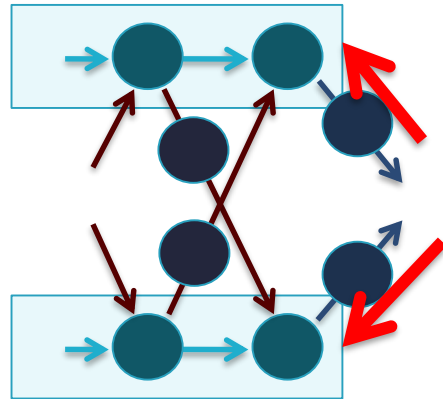
Memoization

$f_1(1)$	$f_1(2)$	$f_1(3)$	$f_1(4)$	$f_1(5)$	$f_1(6)$
9	18	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$f_2(1)$	$f_2(2)$	$f_2(3)$	$f_2(4)$	$f_2(5)$	$f_2(6)$
12	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$



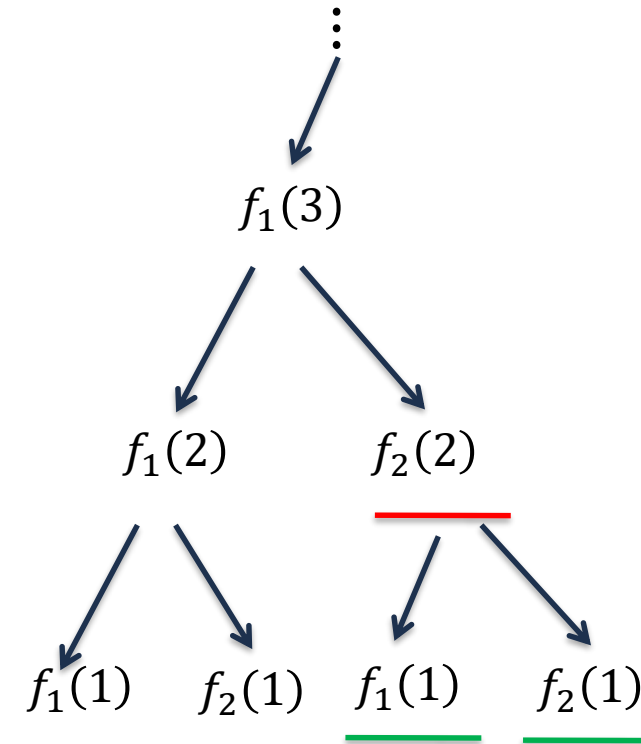


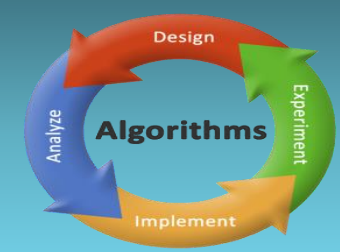
Memoization



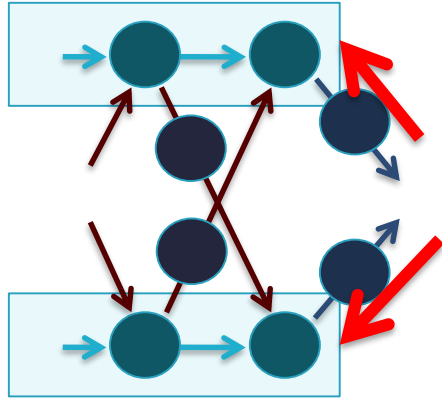
Memoization

$f_1(1)$	$f_1(2)$	$f_1(3)$	$f_1(4)$	$f_1(5)$	$f_1(6)$
9	18	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$f_2(1)$	$f_2(2)$	$f_2(3)$	$f_2(4)$	$f_2(5)$	$f_2(6)$
12	16	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$



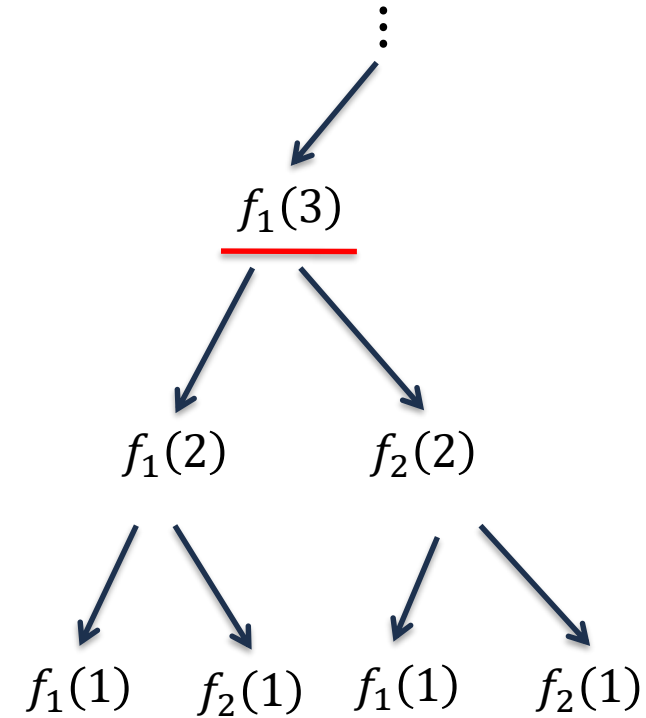


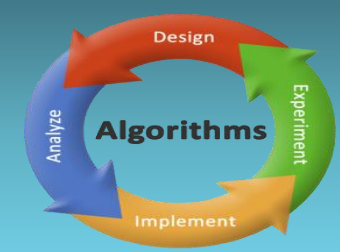
Memoization



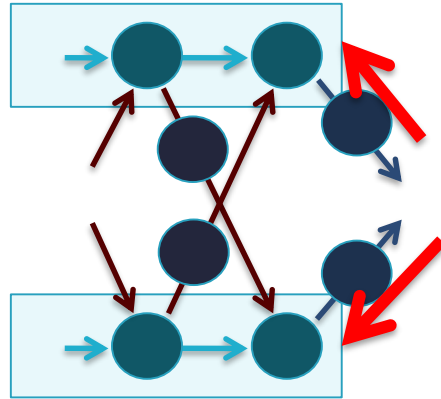
Memoization

$f_1(1)$	$f_1(2)$	$f_1(3)$	$f_1(4)$	$f_1(5)$	$f_1(6)$
9	18	20	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$f_2(1)$	$f_2(2)$	$f_2(3)$	$f_2(4)$	$f_2(5)$	$f_2(6)$
12	16	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$



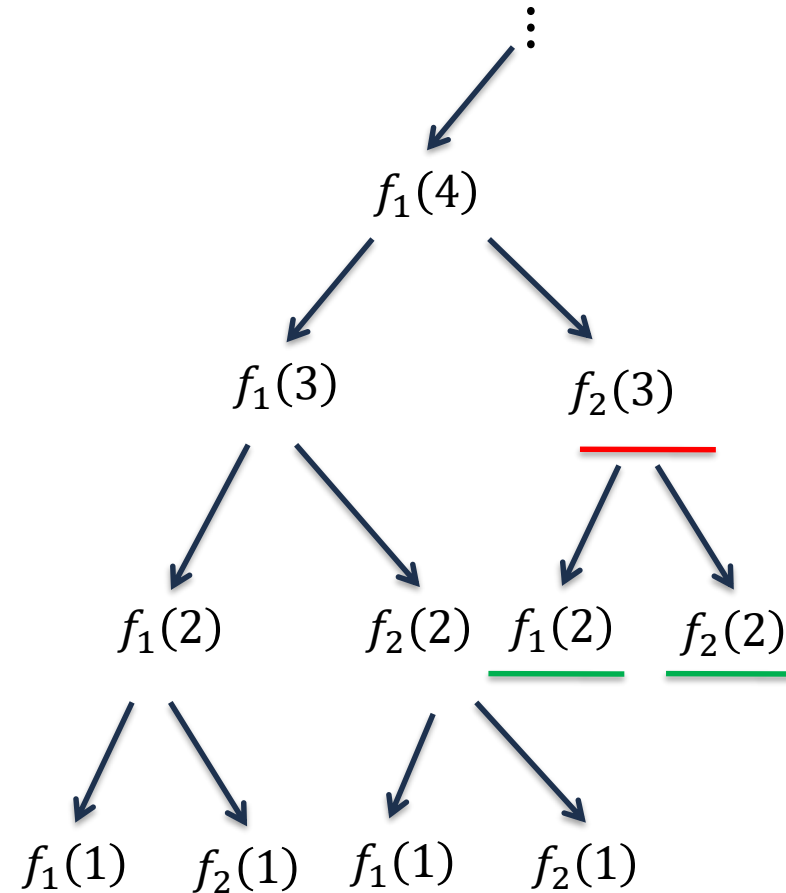


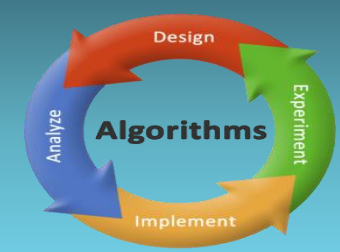
Memoization



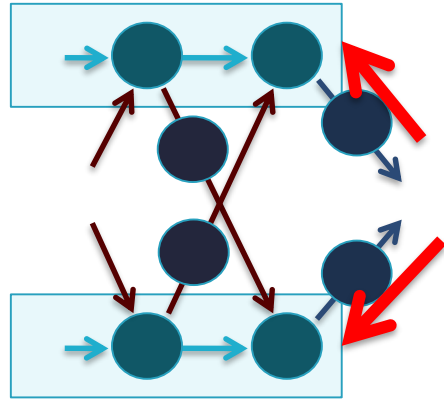
Memoization

$f_1(1)$	$f_1(2)$	$f_1(3)$	$f_1(4)$	$f_1(5)$	$f_1(6)$
9	18	20	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$f_2(1)$	$f_2(2)$	$f_2(3)$	$f_2(4)$	$f_2(5)$	$f_2(6)$
12	16	22	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$



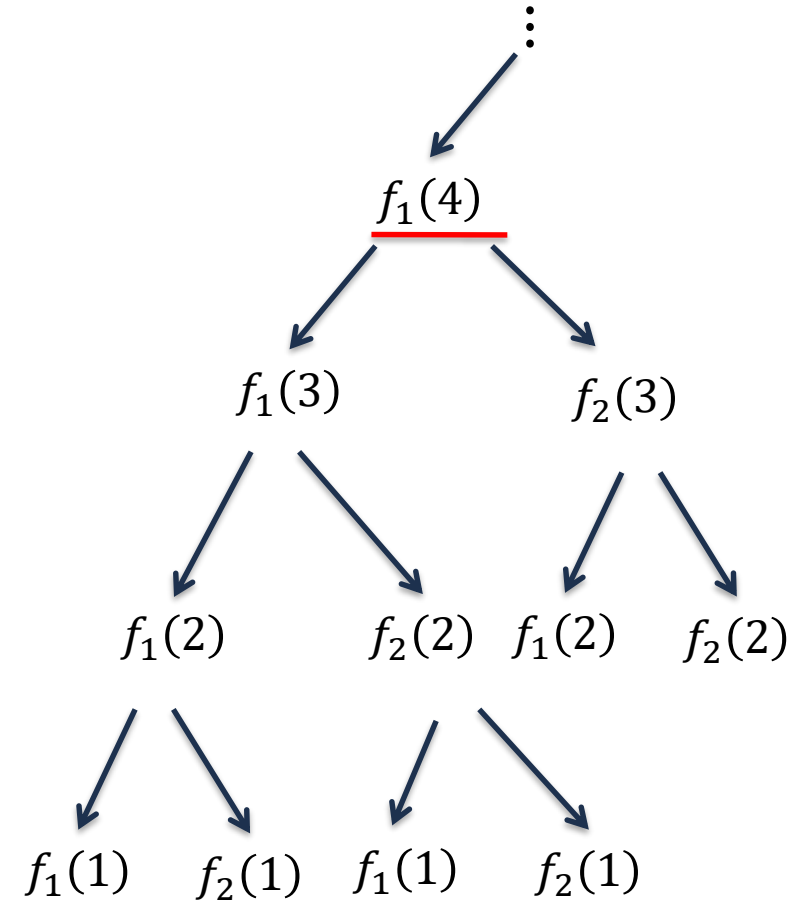


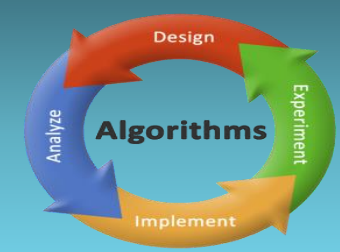
Memoization



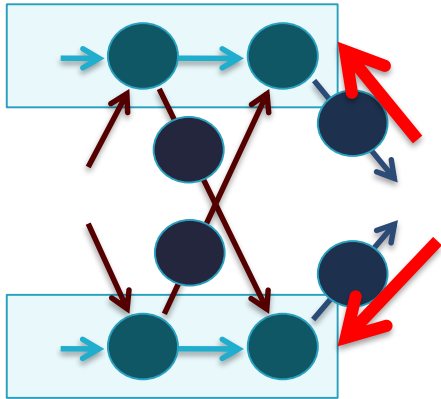
Memoization

$f_1(1)$	$f_1(2)$	$f_1(3)$	$f_1(4)$	$f_1(5)$	$f_1(6)$
9	18	20	24	$-\infty$	$-\infty$
$f_2(1)$	$f_2(2)$	$f_2(3)$	$f_2(4)$	$f_2(5)$	$f_2(6)$
12	16	22	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$



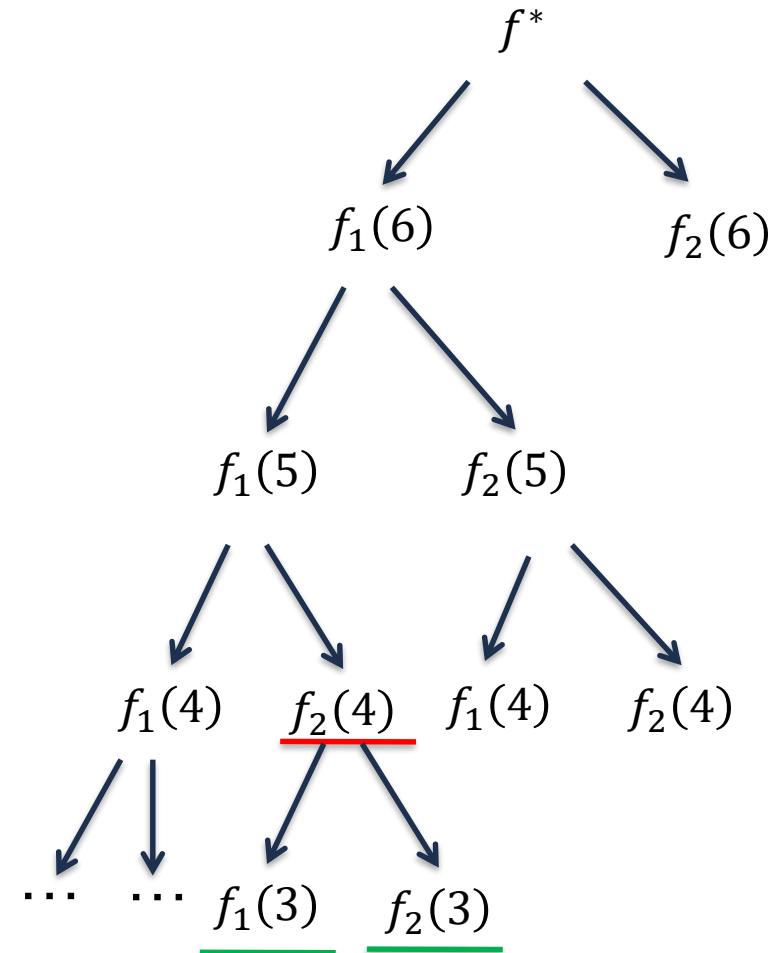


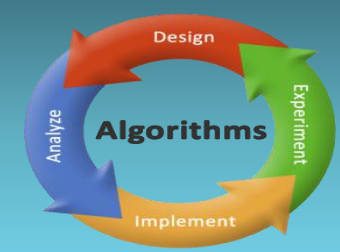
Memoization



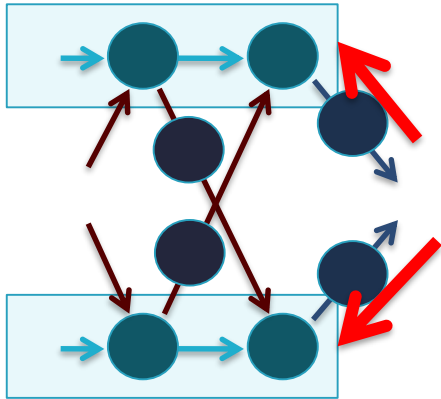
Memoization

$f_1(1)$	$f_1(2)$	$f_1(3)$	$f_1(4)$	$f_1(5)$	$f_1(6)$
9	18	20	24	$-\infty$	$-\infty$
$f_2(1)$	$f_2(2)$	$f_2(3)$	$f_2(4)$	$f_2(5)$	$f_2(6)$
12	16	22	25	$-\infty$	$-\infty$



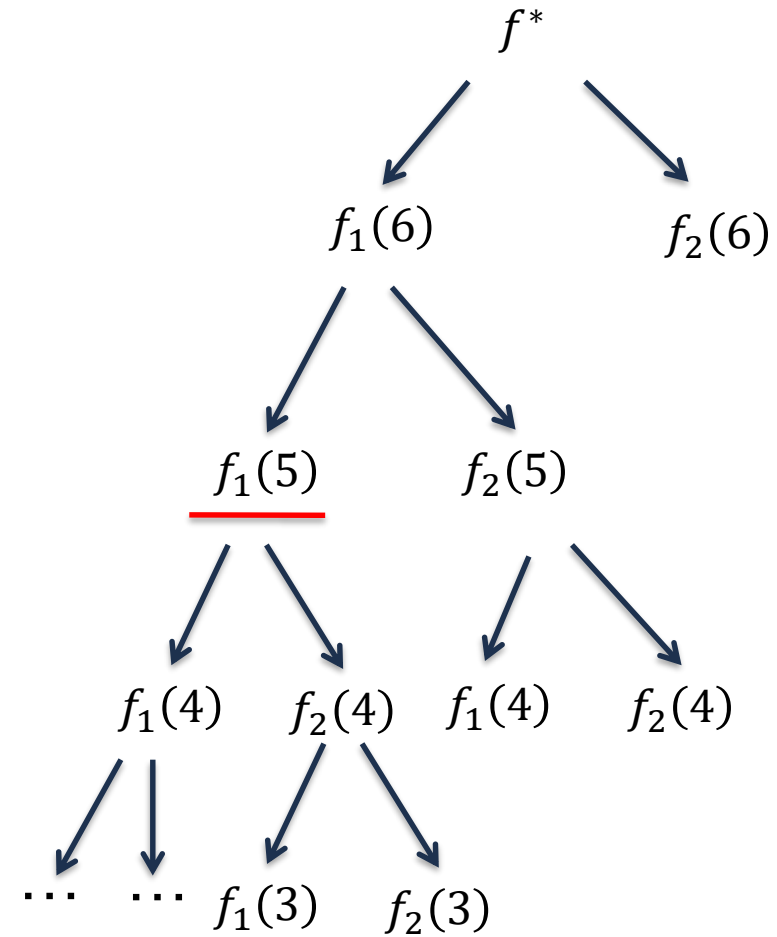


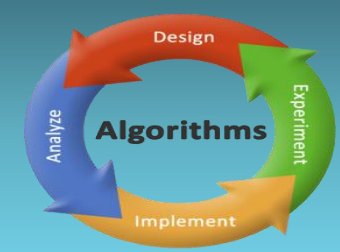
Memoization



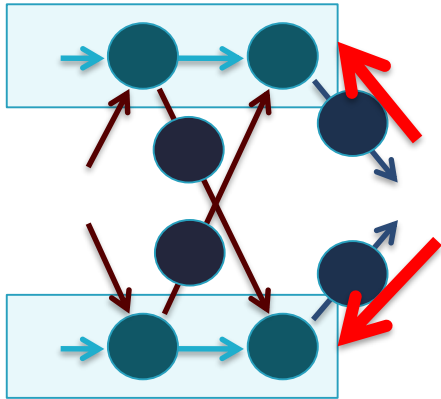
Memoization

$f_1(1)$	$f_1(2)$	$f_1(3)$	$f_1(4)$	$f_1(5)$	$f_1(6)$
9	18	20	24	32	$-\infty$
$f_2(1)$	$f_2(2)$	$f_2(3)$	$f_2(4)$	$f_2(5)$	$f_2(6)$
12	16	22	25	$-\infty$	$-\infty$



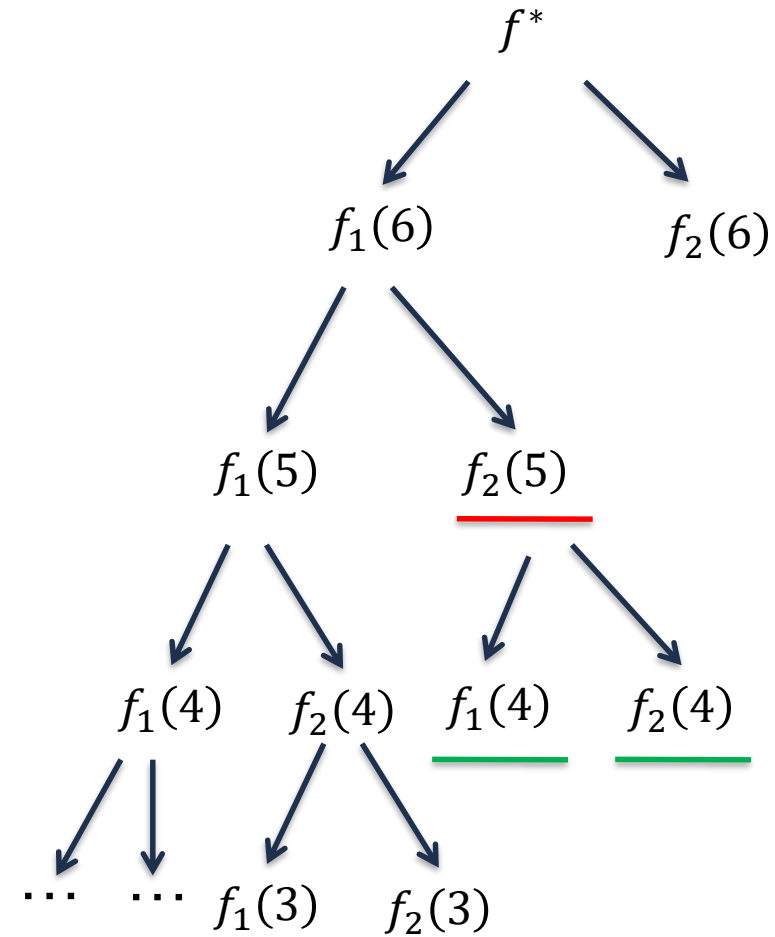


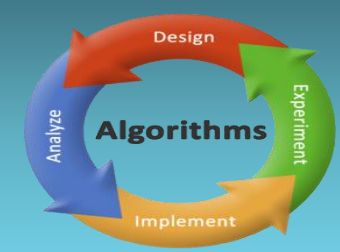
Memoization



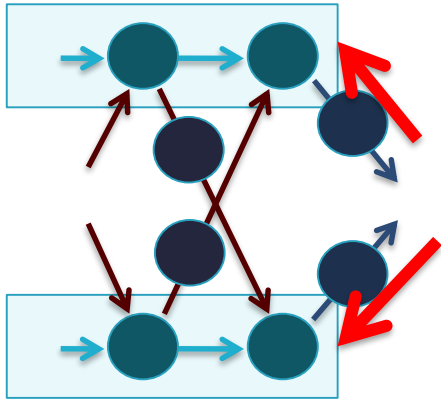
Memoization

$f_1(1)$	$f_1(2)$	$f_1(3)$	$f_1(4)$	$f_1(5)$	$f_1(6)$
9	18	20	24	32	$-\infty$
$f_2(1)$	$f_2(2)$	$f_2(3)$	$f_2(4)$	$f_2(5)$	$f_2(6)$
12	16	22	25	30	$-\infty$



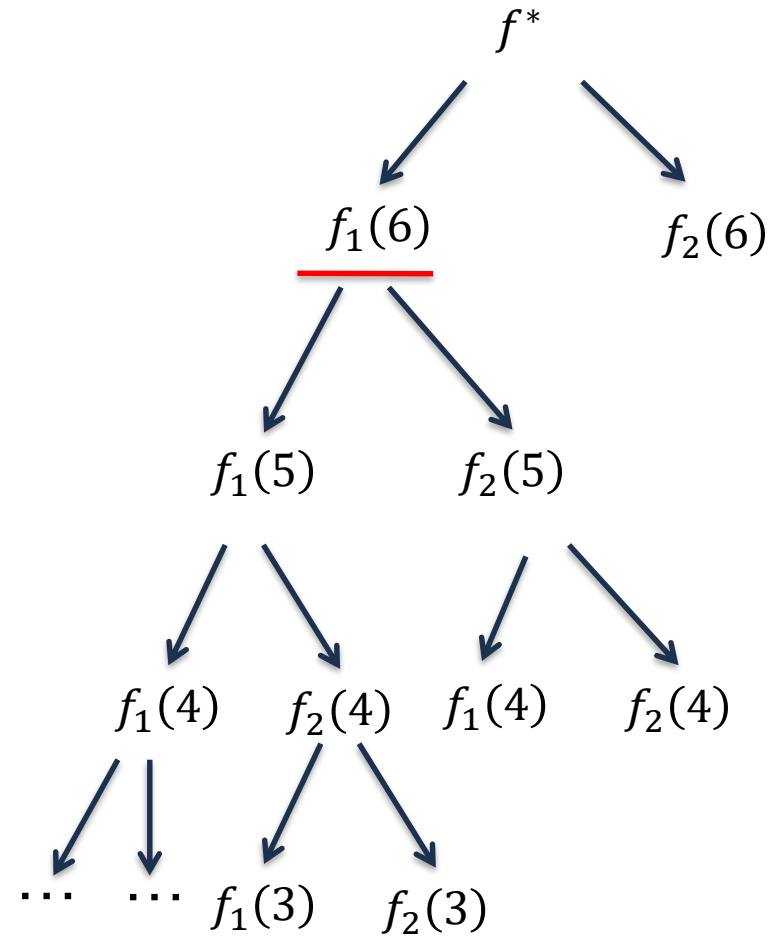


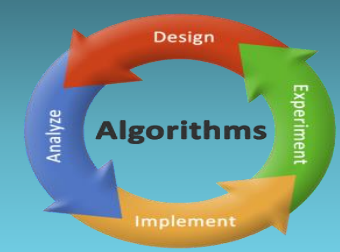
Memoization



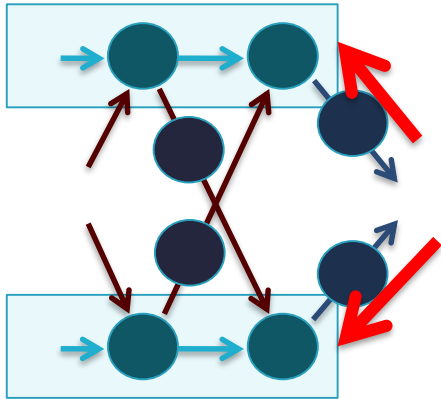
Memoization

$f_1(1)$	$f_1(2)$	$f_1(3)$	$f_1(4)$	$f_1(5)$	$f_1(6)$
9	18	20	24	32	35
$f_2(1)$	$f_2(2)$	$f_2(3)$	$f_2(4)$	$f_2(5)$	$f_2(6)$
12	16	22	25	30	$-\infty$



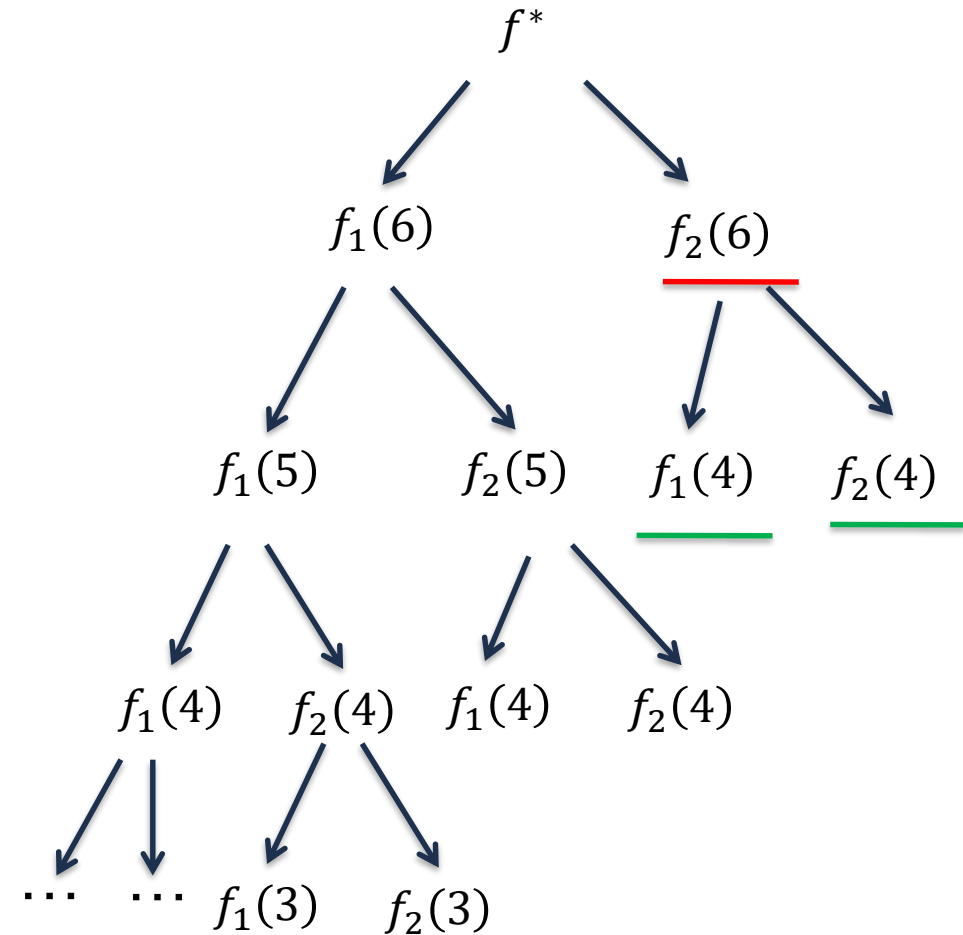


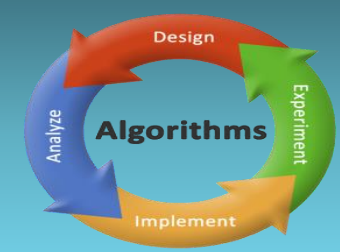
Memoization



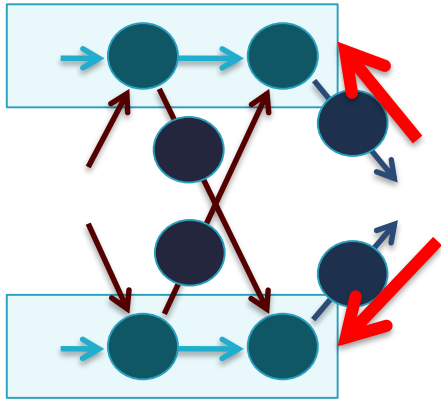
Memoization

$f_1(1)$	$f_1(2)$	$f_1(3)$	$f_1(4)$	$f_1(5)$	$f_1(6)$
9	18	20	24	32	35
$f_2(1)$	$f_2(2)$	$f_2(3)$	$f_2(4)$	$f_2(5)$	$f_2(6)$
12	16	22	25	30	37





Memoization



Memoization

$f_1(1)$	$f_1(2)$	$f_1(3)$	$f_1(4)$	$f_1(5)$	$f_1(6)$
9	18	20	24	32	35
$f_2(1)$	$f_2(2)$	$f_2(3)$	$f_2(4)$	$f_2(5)$	$f_2(6)$
12	16	22	25	30	37

$$f^* = 38$$

