



Artificial Intelligence

Exercise 2

8 January 2022

Mostafa Fazli - 9822803

Dr. Rahimi



مسائل فصل ٦

سوال 1

1- می‌خواهیم معمای رمزگشایی حروف زیر را حل کنیم، که در آن حروف متمایز، ارقام متمایز را نشان می‌دهند و اعداد مربوطه در مبنای 10 و بدون صفر سمت چپ 1 هستند:

$$\text{CHOO} + \text{CHOO} = \text{TRAIN}$$

“

الف) اجزای یک مساله CSP2 را در حالت کلی تعریف کرده و مساله معرفی شده را در این غالب بیان کنید، بطوری که دامنه‌ی هر متغیر 9 یا 10 عضوی باشد.

”

سوال 1 بخش الف

اجزای مسئله شامل متغیرها، شرط و دامنه هستند که به شکل زیر تعریف می شوند :

دامنه با توجه به مبنای ده بودن: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

متغیرها: شامل حروف استفاده شده در کلمات و حروفی برای نشان دادن بخش نقلی (carry) به دست آمده از حاصل جمع $\{A, C, H, I, N, O, R, T, ca1, ca2, ca3, ca4\}$

شرط: حروف متمایز، ارقام متمایز را نشان می دهند، هر حرف منحصر به فرد است و با جمع عددی رابطه متناسبی دارد.
اگر جمع عبارت O با O عددی نقلی بوجود نیاورد، در جمع بعدی دچار که همین دو عبارت می باشد، دچار تناقض می شویم.
همچنین با توجه به عدد نقلی تولید شده، برای هر قسمت به ترتیب عبارات ca را شماره گذاری می کنیم:

$$O + O = (ca1 * 10) + N$$

$$O + O + ca1 = (ca2 * 100) + I$$

$$ca2 + H + H = (ca3 * 1000) + A$$

$$ca3 + C + C = (ca4 * 10000) + R$$

$$ca4 = T$$

“

ب) آیا Arc Consistency برای دامنه‌های معرفی شده برقرار است؟ Path Consistency چگونه؟
برای ادعای خود دلیل بیاورید.

”

سوال 1 بخش ب

اگر جمع دو رقم اول که $0 + 0$ می باشد را در نظر بگیریم، جمع دو عدد فرد یا دو عدد زوج، همواره عددی زوج برابر با یکی از اعداد $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ خواهد بود که ویژگی Arc Consistent را ندارند پس برای دامنه فوق که در سوال ذکر شده، Arc consistency برقرار نمی باشد.

“

پ) می‌خواهیم الگوریتم AC-3 را بر روی دامنه‌های موجود اجرا نماییم. در حالت کلی اگر سه عدد موجود در پازل $n(O)$ رقمی باشند و مبناي عملیات، b باشد، مرتبه زمانی اجرای AC-3 چه خواهد بود؟

”

سوال 1 بخش پ

چون سه عدد در پازل با مرتبه زمانی $O(n)$ رقمی داریم پس اگر حداکثر دامنه باینری را n فرض کنیم، فرم کلی الگوریتم AC-3 از مرتبه زمانی $O(nb^3)$ خواهد بود.

“

2- در حل یک مساله CSP به روش Backtracking، ایجاد Arc Consistency در دامنه‌های متغیرها چه کمکی می‌کند؟ پس از این گام، استفاده از هر یک از تکنیک‌های ذیل چه کمکی به جستجو می‌کند؟

- ▶ Forward Checking
- ▶ Minimum Remaining Values

”

پاسخ سوال 2

ایجاد سازگاری کمان یا Arc Consistency در دامنه‌های متغیرها باعث می‌شود که تناقض در گراف محدودیت را سریع‌تر تشخیص دهیم. در این روش سعی می‌شود با حذف تدریجی مقادیر ناسازگار جواب مناسب را با سرعت بیش‌تری پیدا کرد.

Forward checking

این تکنیک در مقداردهی متغیرهای بعدی کمک می‌کند، بدین صورت که انتخابات تخصیص یافته برای همسایه‌های بعدی را کاهش داده، دامنه جدید را تغییر داده و محدودتر می‌کند و هنگامی که تغییری اعتبار کافی را نداشت، عملیات رو خاتمه می‌دهد.

Minimum Remaining Values

استفاده از حداقل مقادیر، باعث می‌شود که از کمترین مقادیر ممکن استفاده شود و حداکثر انعطاف‌پذیری برای انتخاب‌های بعدی باقی بماند و به جواب بهینه نزدیک‌تر شود.

“

3- فرض کنید در یک مسئله CSP سه متغیر y ، x و z هر یک با دامنه $\{1, 2, 3\}$ موجودند و محدودیت های $1C$ و $2C$ به صورت زیر تعریف شده اند:

- محدودیت $1C$ روی متغیرهای (y, x) تعریف میشود و فقط مقایر $(1, 1)$ ، $(2, 2)$ ، $(3, 1)$ ، $(3, 2)$ و $(3, 3)$ را مجاز می داند.

- محدودیت $2C$ روی متغیرهای (z, y) تعریف میشود و فقط مقایر $(1, 3)$ ، $(2, 3)$ ، $(2, 1)$ ، $(1, 1)$ و $(3, 3)$ را مجاز می داند.

را مجاز می داند.

”

“

الف) الگوریتم AC-3 چه مقادیری را از دامنه هریک از متغیرها حذف می‌کند؟

”

سوال 3 بخش الف

اگر محدودیت های در نظر گرفته شده را اعمال کنیم، این الگوریتم مقدار 2 را از دامنه Z حذف می کند.

همچنین با در نظر گرفتن اینکه y مقداری ندارد و محدودیت $C2$ بر روی جفت (y, z) اعمال شده است، این مقدار نیز حذف می شود که برای متغیر z نیامده است.

“

ب) فرض کنید پس از اتمام الگوریتم AC-3، x را برابر 1 قرار دادیم. در این حالت الگوریتم Forward checking چه مقادیری را از دامنه متغیرها حذف می‌کند؟

”

سوال 3 بخش ب

طبق محدودیت c_2 برای مقادیری که برابر ۱ هستند، برای متغیرهای x و y فقط ۱ می‌شود؛ بدین صورت مقادیر ۳ و ۲ از دامنه y حذف می‌شوند.

“

4- می‌دانیم گراف‌های مسطح (گراف مسطح گرافی است که می‌توان آن را به گونه‌ای رسم کرد که یال‌هایش یکدیگر را تنها در راس‌ها قطع کنند.) با چهار رنگ قابل رنگ‌آمیزی مطلوب هستند؛ منظور از رنگ‌آمیزی مطلوب این است که هیچ دو همسایه‌ای هم‌رنگ نباشند.

”

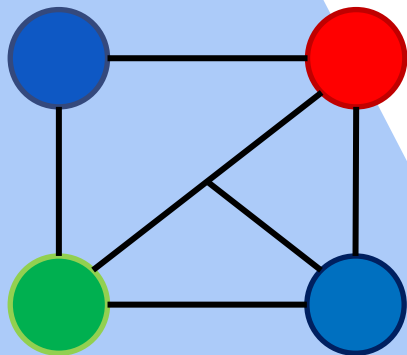
“

الف) سه رنگ داریم و می‌خواهیم نقشه‌های جغرافیایی را با آنها رنگ‌آمیزی کنیم. نشان دهید با وجود سه رنگ، لزوماً یک گراف مسطح قابل رنگ‌آمیزی مطلوب نمی‌باشد.

”

سوال 4 بخش الف

ما می‌توانیم با استفاده از سه رنگ، گراف‌های غیر مسطح را رنگ‌آمیزی کنیم و این موضوع حتماً نیازی به مسطح بودن گراف ندارد. مثلاً همانند شکل زیر:



یک گراف مسطح نیست ولی با استفاده از تنها سه رنگ می‌توان تمامی نود آن‌ها را با در نظر گرفتن رنگ‌های خانه‌های مجاور رنگ‌آمیزی کرد.

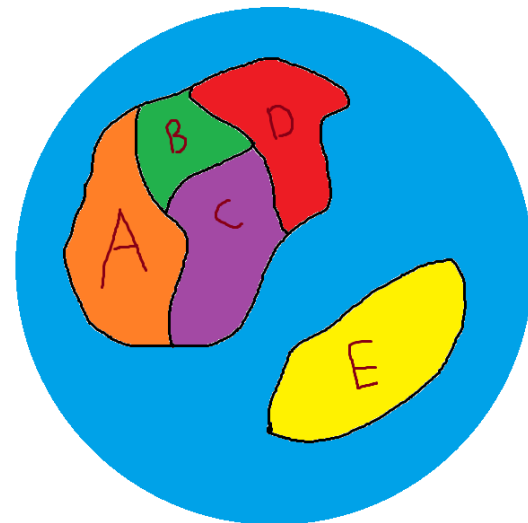
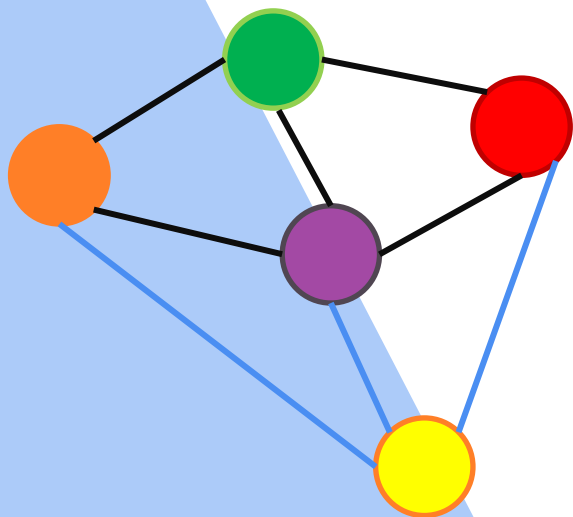
“

ب) گراف متناظر با یک نقشه جغرافیایی که در آن کشورها چندقته باشند و همسایگی آبی نیز در آنها مد نظر است، لزوماً گرافی مسطح نیست. مثال (یک نقشه فرضی با ویژگی مذکور و گراف معادل آن) بزنید.

”

سوال 4 بخش ب

گراف متناظر از روی نقشه جغرافیایی چند کشور و در نظر گرفتن همسایگی بین آن ها رسم شده است. همسایگی آبی با رنگ آبی نشان داده شده است.



“

ج) بنابراین با هدف کم کردن تعداد جفت همسایگان هم‌رنگ، می‌خواهیم بهترین رنگ‌آمیزی را پیدا کنیم. بر مبنای CSP و مطالبی که تا کنون آموختید، الگوریتمی در این راستا طراحی کنید.

”

سوال 4 بخش ج

از الگوریتم های مختلفی می توان برای حل این سوال استفاده کرد، برای مثال به نظر با استفاده از الگوریتم Arc Consistency می توان مقادیر دامنه را حداقل کرد و از کمترین تعداد رنگ برای رنگ آمیزی استفاده کرد، همانند صفحه بعد:

(همچنین در کنار این پی دی اف، کد پیاده سازی شده با الگوریتم بازگشتی در قسمت CSP ضمیمه شده است که یکی از بهترین الگوریتم ها در این زمینه می باشد)

سوال 4 بخش ج

inputs: a binary CSP with variables $\Rightarrow \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$

local variables: queue, a queue of arcs, initially all the arcs in csp

while queue is not empty do

$(X_i, X_j) \leftarrow \text{Remove-First}(\text{queue})$

 if $\text{Remove-Inconsistent-Values}(X_i, X_j)$ then

 for each X_k in $\text{Neighbors}[X_i]$ do

 add (X_k, X_i) to queue

function $\text{Remove-Inconsistent-Values}(X_i, X_j)$ returns true iff succeeds

removed \leftarrow false

for each x in $\text{Domain}[X_i]$ do

 if no value y in $\text{Domain}[X_j]$ allows (x, y) to satisfy the constraint $X_i \Leftrightarrow X_j$

 then delete x from $\text{Domain}[X_i]$; removed \leftarrow true

return removed

Finish