
Artem Moskalew
Jonas Christ
Maximilian Nolte



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	2
1.1	Modell und Konvention	2
1.1.1	Hammerstein Modell	3
1.2	Motivation	3
1.3	Aufgabenstellung	3
2	Iterative Optimierung des Hammerstein-Modells	4
2.1	Optimierung der linearen Übertragungsfunktion H	4
2.2	Optimierung der nichtlinearen Kennlinie K	7

1 Einführung

Mit den Barrier Bucket (BB) RF Systemen können am neu entstehenden Synchrotron SIS100 oder im Experimentier Speicherring (ESR) am GSI Helmholtzzentrum viele longitudinale Manipulationen am Teilchenstrahl vorgenommen werden. Der dazu notwendige Spannungspuls hat die Form wie in Abb. (1.1) dargestellt. Wenn die Wiederholfrequenz des Spannungspulses gleich der Umlauffrequenz ist, so wird im Phasenraum eine stationäre Potential Barriere erstellt. Wenn die Wiederholfrequenz nicht gleich der Umlauffrequenz ist verschiebt sich die Potential Barriere im Phasenraum und es entstehen Bunches mit unterschiedlicher Länge.

Der Anspruch an diese Systeme liegt darin eine hohe Qualität des Impulses am Gap der Kavität zu erzeugen, damit sogenannte Microbunches unerwünscht entstehen, deshalb müssen die Nachschwinger nach dem Einzelsinus kleiner als 2,5% von \hat{U}_{BB} sein.

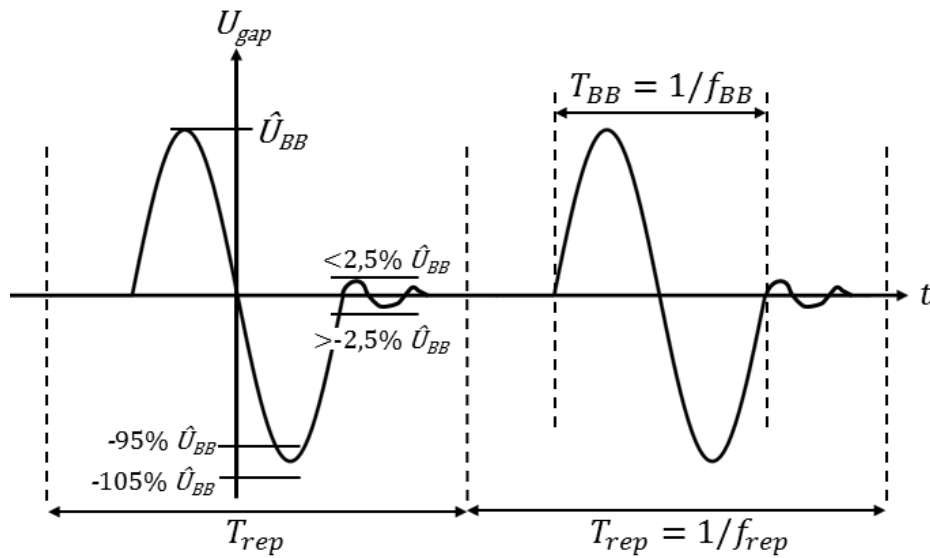


Abbildung 1.1: Ausgangssignal

Dabei benutzen wir im Folgenden f_{rep} für die Wiederholfrequenz des Spannungssignals und die Barrier Bucket Frequenz f_{BB} bestimmt die Breite der Potential Barriere. Für unsere Messungen haben wir $f_{rep} = 900\text{kHz}$ und $f_{BB} = 5\text{MHz}$ verwendet.

1.1 Versuchsaufbau und Modell

Der Prototyp des ESR BB besteht aus einem Funktionsgenerator (Keysight 3600A series 2-channel AWG), einem Verstärker (AR1000A225) und der Breitband Ringkern Kavität. Der Versuchsaufbau ist in Abb. (1.2) gezeigt.

Dabei kann angenommen werden, dass sich das System bis $\hat{U}_{BB} = 550\text{V}$ annähernd linear verhält und durch die Übertragungsfunktion \underline{H} beschrieben werden kann. Eine mathematische Modellierung ist ebenfalls in Abb. (1.2) gegeben, bei der zur linearen Übertragungsfunktion \underline{H} noch eine nichtlineare Kennlinie enthalten ist. Die Größen werden im nächsten Abschnitt erklärt.

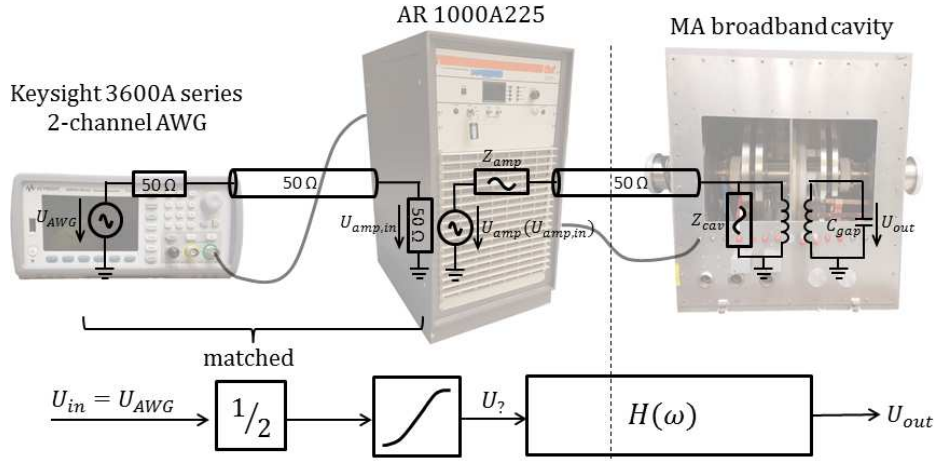


Abbildung 1.2: Versuchsaufbau und Modell

1.1.1 Hammerstein Modell

In Abb. (1.3) sind alle von uns verwendeten Größen dargestellt. U_{in} ist die Eingangsspannung vom Funktionsgenerator. Der erste Block in Abb. (1.3) stellt die nichtlineare Modellierung dar. Die Spannung U_{γ} ist eine rein virtuelle Größe und kann wie in 1.1 über die Koeffizienten a_n berechnet werden. Bei der Potenzreihe hatte $N = 3$ in der MATLAB Implementierung schon gute Ergebnisse geliefert und wurde von uns auch weiterhin so verwendet. Die nichtlinearen Kennlinie im Folgenden nur noch als K bezeichnet wird als Look-Up Tabelle in unserem Programm hinterlegt. Die Spannung U_{out} ist die Gap Spannung in der Kavität.

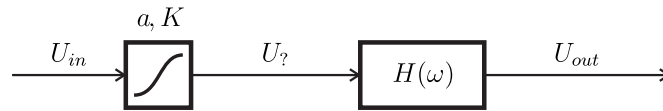


Abbildung 1.3: Hammerstein Modell

$$U_{\gamma}(t) = \sum_{n=1}^N a_n [U_{in}(t)]^n \quad U_{out}(t) = \mathcal{F}^{-1} \{ \underline{H}(\omega) \cdot \underline{U}_{in}(\omega) \} \quad (1.1)$$

1.2 Motivation

Dieses Modell wurde bis auf die Berechnung von K schon erfolgreich in Python implementiert, dabei sei auf das Projektseminar [?] verwiesen. Deshalb lag unsere Motivation darin dieses Modell in Python zu vervollständigen, um dann einen möglichen Optimierungsansatz aufzustellen.

1.3 Aufgabenstellung

Im Rahmen unseres Projektseminars sollte eine iterative Optimierung der Vorverzerrung auf Basis einer Hammersteinmodellierung in Python implementiert werden. Dabei sollte das Tool die nichtlineare Kennlinie K und die Übertragungsfunktion \underline{H} wechselseitig optimieren, wobei eine optimale Gewichtung der Parameter zur Optimierung noch nicht erreicht werden musste.

2 Iterative Optimierung des Hammerstein-Modells

— In diesem Kapitel werden die Aspekte der durchgeführten Optimierungs-Algorithmen erläutert — Ziel der Optimierung von Übertragungsfunktion \underline{H} und Kennlinie K mit ihren Parametern a ist die Minimierung des Fehlers zwischen idealem und gemessenem Ausgangssignal, $U_{out,id}$ und $U_{out,meas}$. Die Minimierung des relativen Fehlers ist also gegeben durch

$$\min f(t) = \min \left(\frac{U_{out,meas} - U_{out,id}}{U_{out,id}} \right) = \min \left(\frac{U_{out,meas}}{U_{out,id}} - 1 \right). \quad (2.1)$$

Für das verwendete Hammerstein-Modell liegt die in [?] vorgeschlagene getrennte, iterative Optimierung von \underline{H} und K nahe. Die Auswertung der Qualität des Einzelsinus erfolgt dabei durch das RF-Tool von — Zitat RF-Tool — mit Entwicklungsstand vom — — unter Verwendung des als `QGesamt1` geführten Qualitätswerts ¹.

2.1 Optimierung der linearen Übertragungsfunktion H

— evaluate-Aufruf, Schleife, Speicher? Laufzeit? . insbesondere gemessene Daten, ohne jedwede Anpassung /Limitierung der Faktoren,kann auf die Einbindung des neuen Qualitäts-Tools eingegangen werden —

Die Optimierung von $\underline{H}(\omega)$ beruht auf der Annahme, dass sich (2.1) auf die Betragsspektren des berechneten und des gemessenen Ausgangssignals, $\underline{U}_{out,id}(\omega)$ und $\underline{U}_{out,meas}(\omega)$ fortsetzen lässt mit

$$f_{abs}(\omega) := \frac{\text{abs}(\underline{U}_{out,meas}(\omega))}{\text{abs}(\underline{U}_{out,id}(\omega))} - 1. \quad (2.2)$$

Ist im Betragsspektrum des gemessenen Signals eine Frequenz mit halbem Betrag verglichen mit dem idealen Signal vertreten, wird dies entsprechend der Linearität der Übertragungsfunktion dahingehend gedeutet, dass die Verstärkung von \underline{H} bei dieser Frequenz um einen Faktor 2 zu gering ist. Iterativ mit einer Schrittweite σ_H ausgeführt, folgt für den i -ten Schritt

$$\text{abs}(\underline{H}^{i+1}) = \text{abs}(\underline{H}^i) \cdot (1 - \sigma_H^i f_{abs}^i) \quad (2.3)$$

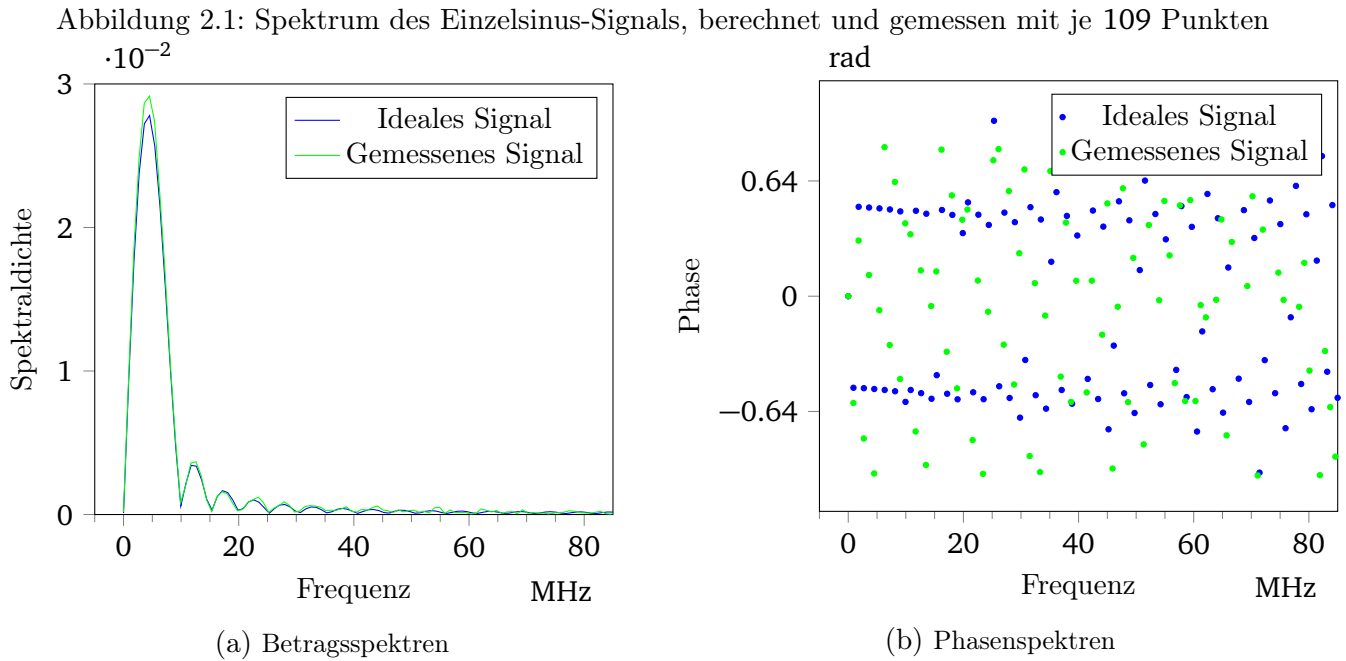
für $\sigma_H^i \in [0, 1]$ und $\underline{U}_{out,meas}^i$ in f_{abs}^i als gemessenem Ausgangssignal für das mit \underline{H}^i berechnete Eingangssignal ². Würde allerdings (2.3) mit komplexen Zahlen und nicht allein den Beträgen ausgeführt, würde auch die Phase der -1 beachtet und folglich die durch σ_H skalierte komplexe Zahl wesentlich verändert. Also muss für das Phasenspektrum eine andere Optimierung erfolgen. Eine Möglichkeit hierfür wäre die simple Anpassung der Phase $\arg(\underline{H}) = \varphi_H$ mit

$$\varphi_H^{i+1} = \varphi_H^i - \sigma_\varphi^i \left(\arg(\underline{U}_{out,meas}) - \arg(\underline{U}_{out,id}) \right) \quad (2.4)$$

¹ Hierauf beziehen sich alle weiteren Angaben zur Qualität des Signals. Eine intensivere Befassung mit dem Tool hat nicht stattgefunden.

² Nachfolgend wird aus Gründen der Übersichtlichkeit f_{abs} statt dem länglichen Bruch genutzt

mit $\sigma_\varphi^i \in [0, 1]$. Diese Anpassung der Phase wurde jedoch nur kurzen Tests unterzogen und anschließend nicht weiter verfolgt. Es hat sich die Signalform des Ausgangssignals unproportional stärker verändert, als dies nur im Falle der Betrags-Anpassung der Fall war. Vermutlich liegt dies an dem aus dem Ausgangssignal gewonnenen Phasengang, der in wesentlich größerem Maße vom idealen Phasengang abweicht als im Betragsspektrum. In Abb. (2.1) sind Betrag und Phase der durch FFT erhaltenen Spektren für gemessenes und ideales Ausgangssignal vor Durchführung einer Optimierung dargestellt. Insbesondere illustriert Abb. (2.2b) die bei gemessenem Signal auftretende Streuung der Phase.



Eine Aufstellung der rein auf (2.3) beruhenden Anpassung der Übertragungsfunktion über mehrere Iterationsschritte findet sich in — Abb —. Neben den für kontinuierliche Funktionen problemlos definierbaren iterativen Zuweisungen ergeben sich in Messung und diskreter Ausführung jedoch Fehlerquellen. Problematisch sind insbesondere solche, die in (2.3) durch das Betragsverhältnis der Ausgangssignale verstärkt werden. Unterscheiden sich die Spektren hier um einen großen Faktor, resultiert dies in einer großen Anpassung der Übertragungsfunktion für die betreffende Frequenz. Dies ist folglich insbesondere bei kleinen Beträgen der Spektren problematisch, wenn Ungenauigkeiten und Störeinflüsse betrachtet werden.

Besondere Störeinflüsse ergeben sich also durch

- Rauschen: Weißes Rauschen macht sich in allen Frequenzen bemerkbar mit kritischem Einfluss bei geringer Spektraldichte des Signals.
- Diskretisierungsfehler: Die FFT bedingt eine begrenzte Auflösung, in den Spektren von \underline{H} und den gemessenen Signalen und liegt insbesondere im Allgemeinen an unterschiedlichen Frequenzen und mit unterschiedlich vielen Punkten vor.
- Interpolationsfehler: Die (hier lineare) Interpolation der Spektren zur Auswertung von f_{abs} an den Frequenzen von \underline{H} kann insbesondere den Einfluss oben genannter Punkte verstärken.

Ignorieren kleiner Beträge im Spektrum

Um Rauscheinflüsse und Probleme durch Nulldurchgänge zu dämpfen, wurde einer erster intuitiver Ansatz vorgenommen: Bei den Betragsspektren der in f_{abs} eingehenden Signale, des gemessenen und idea-

lisierten Spannungssignals, wurden alle Anteile, die verglichen mit dem Maximalwert des betreffenden Spektrums besonders klein sind, auf einen vorgegebenen Wert, im Folgenden Default-Wert genannt, gesetzt. Dies führt an den betroffenen Frequenzen zu $f_{\text{abs}} = 0$ und damit keiner Änderung von \underline{H} . Dies bedeutet also, dass alle Einträge des Betragsspektrums von $U_{\text{out,ideal}}$ mit weniger als zum Beispiel 5‰ der maximalen Amplitude auf den Default-Wert gesetzt werden. Insbesondere werden auch die Einträge an den Frequenzen zurückgesetzt, die im Spektrum von $U_{\text{out,meas}}$ klein gegen das zugehörige Maximum sind.

Zu beachten bei letzterem Punkt ist die notwendige Rundung, wenn die Einträge der FFT an unterschiedlichen Frequenzen vorliegen.

Mit Beschränkung auf 5‰ und dem globalen Minimum beider Spektren als Default-Wert ergeben sich die angepassten Betragsspektren wie in — ABB — zu sehen, der Übersichtlichkeit halber mit kleinem vertikalen Ausschnitt. Mit diesem Schritt ergibt sich über drei Iterationen ein Verlauf des Korrekturterms f_{abs} und der Übertragungsfunktion für eine Schrittweite $\sigma_H = 1/2$ wie in — ABB — dargestellt.

Ignorieren großer Korrektur-Terme

Ein zweiter, sehr grober Ansatz liegt in der Beschränkung von f_{abs} auf Werte unterhalb einer vorgegebenen Schwelle. Zugrunde liegt die Annahme, dass die gerade an Nulldurchgängen des Spektrums sowie bei vielen hohen Frequenzen auftretenden großen Werte durch die in obiger Aufzählung genannten Fehlerquellen entstehen. Hier bedeutet dies insbesondere, dass die Diskretisierung die Nulldurchgänge nicht korrekt darstellen kann. Die Interpolation auf Frequenzen von \underline{H} ist dann aufgrund der großen Sprünge von Werten in direkter Umgebung der problematischen Frequenzen mit großer Ungenauigkeit behaftet. Dies kann zu den beschriebenen, großen Korrektur-Termen in f_{abs} führen.

Listing 2.1: Pseudocode zur Veranschaulichung der Anpassung des Korrekturterms

```
rms_orig = root_mean_square( f_abs )
f_abs_to_use = f_abs[ where( abs(f_abs) >= 0.02 * rms_orig )
rms_mod = root_mean_square( f_abs_to_use )
idx_to_clear = f_abs[ where( abs(f_abs) >= rms_mod )
f_abs[ ix_to_clear ] = 0
```

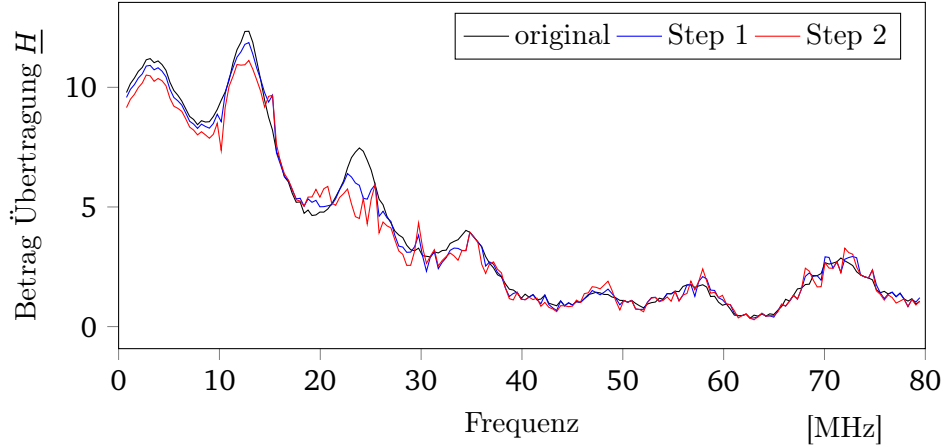
Vereinfacht bedeutet der verfolgte Ansatz, ausnehmend große Werte von f_{abs} als unrealistisch abzutun. Eine Pseudo-Implementierung findet sich in 2.1, um die nachfolgende Erläuterung zu illustrieren. In der vorgenommenen Implementierung wurde f_{abs} an den ausgewählten Frequenzen auf 0 gesetzt. Als Grenze genutzt wurde ein modifizierter Effektivwert, nachfolgend mit RMS (Root Mean Square) bezeichnet. Der reine RMS von f_{abs} unterliegt der Problematik, eine unproportional große Gewichtung von kleinen Einträgen zu enthalten.

Idealerweise enthält f_{abs} mit jeder Iteration kleinere Einträge als zuvor. Es würden also bei Nutzung des reinen RMS unter Umständen mit zunehmender Schrittzahl zunehmend mehr Werte in f_{abs} ignoriert - was der Optimierung entsprechende Grenzen setzt. In Kombination mit den im vorigen Abschnitt erläuterten Anpassungen wäre die Problematik unumgänglich, da Frequenzen, die explizit nicht bei der Anpassung berücksichtigt werden sollen, den reinen RMS-Wert beeinflussen. Folglich muss der RMS modifiziert werden. Hier wurden zur Berechnung des modifizierten RMS nur die Werte einbezogen, die mehr als beliebig gewählte 2% des reinen RMS betragen. Es handelt sich also bei der vorgenommenen Anpassung um eine sehr grobe und größtenteils willkürliche Wahl der Parameter, die zu Zwecken der Illustration jedoch brauchbare Ergebnisse liefert.

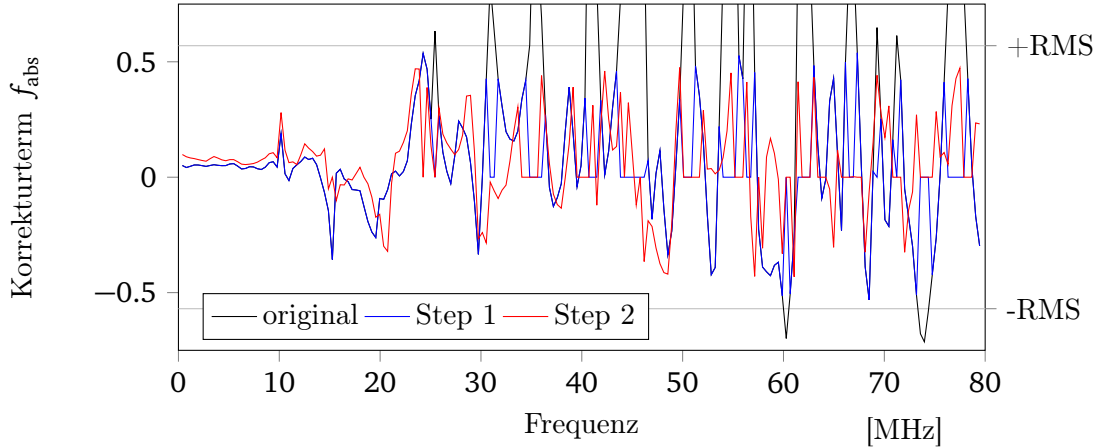
In Abb. (2.3) ist die Entwicklung von Übertragungsfunktion und f_{abs} über mehrere Iterationen aufgetragen. Der Einfluss des RMS-Cutters macht sich dabei verglichen mit — ABB oben, rein iteriert —

bemerkbar, es treten weniger starke Änderungen auf. Es zeigt sich, dass die vorgenommene Anpassung keinen großartigen Einfluss auf die Qualität des Signals hat. Dies ist insofern beachtenswert, als dass die Übertragungsfunktion auch an einigen Stellen mit massiver Verstärkung stark angepasst wird, vergleiche hierzu Abb. (2.4a) bei etwa 25 MHz. Die Qualität des Signals bewegt sich zwischen einem Wert von — und — und zeigt vor allem rauschbedingte Schwankungen.

Abbildung 2.3: Entwicklung von Übertragungsfunktion und Korrekturterm bei Beschränkung von f_{abs} mit angepasstem RMS-Wert und Schrittweite $\sigma_H = \frac{1}{2}$



(a) Entwicklung des Betrags der Übertragungsfunktion über mehrere Iterationen und im Anfangszustand



(b) Entwicklung des Korrekturterms in angepasster Form über mehrere Iterationen und in initialer, nicht angepasster Form - RMS aus Step 1 zum Vergleich

2.2 Optimierung der nichtlinearen Kennlinie K

Der Unterschied zur Optimierung von \underline{H} ist, dass diese Optimierung im Zeitbereich statt findet. Deshalb kann 2.1 zu

$$\Delta U_{\text{?}}(t) = U_{\text{?,meas}}(t) - U_{\text{?,ideal}}(t) \quad U_{\text{?,meas}}(t) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \underline{H}^{-1}(\omega) \cdot \underline{U}_{\text{out,meas}}(\omega) \right\} \quad (2.5)$$

geändert werden. Bei den Funktionen $U_{\gamma,\text{meas}}(t)$ und $U_{\gamma,\text{ideal}}(t)$ handelt es sich um Polynome gleichen Grades deshalb lässt sich die Differenz ebenfalls als ein Polynom mit Grad N darstellen

$$\Delta U_{\gamma}(t) = \sum_{n=1}^N \tilde{a}_n [U_{in}(t)]^n \quad (2.6)$$

Die Berechnung der Koeffizienten \tilde{a}_n stellt ebenso ein lineares Optimierungsproblem dar wie schon die Berechnung der Koeffizienten a_n in -Gleichung- 1.1 siehe —Paper Kerstin—. Dabei werden M Samples von $\Delta U_{\gamma,i} = \Delta U_{\gamma}(i \cdot \Delta t)$ mit zugehörigen Samples des Eingangssignals $U_{in,i} = U_{in}(i \cdot \Delta t)$ verglichen. Mit der Potenzreihe aus -Gleichung- 2.5 ergibt sich folgendes Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} U_{in,1} & U_{in,1}^2 & \cdots & U_{in,1}^N \\ U_{in,2} & U_{in,2}^2 & \cdots & U_{in,2}^N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ U_{in,M} & U_{in,M}^2 & \cdots & U_{in,M}^N \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{a}_1 \\ \tilde{a}_2 \\ \vdots \\ \tilde{a}_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta U_{\gamma,1} \\ \Delta U_{\gamma,2} \\ \vdots \\ \Delta U_{\gamma,M} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Dieses Gleichungssystem ist mit normalerweise $M > N$ überbestimmt und wird mit der Methode der kleinsten Quadrate gelöst. Die Koeffizienten \tilde{a}_n werden nun wie folgt zur Anpassung der Koeffizienten a_n verwendet

$$a_n^{i+1} = a_n^i + \sigma_a^i \tilde{a}_n^i \quad (2.8)$$

Für die Schrittweite gilt $\sigma_a^i \in [0, 1]$.

Erste Ergebnisse

Für die Berechnung der ersten Kennlinie K_0 wurde das ideal Ausgangssignal $U_{out,\text{ideal}}$ über \underline{H}^{-1} zurückgerechnet und als Eingangssignal verwendet $U_{in,\text{ideal}} = U_{\gamma,\text{ideal}}$. Dabei wurde $V_{pp} = 600 \text{ mV}$ gesetzt, um K_0 in einen größeren Bereich berechnen zu können.

Wenn man jetzt $U_{\gamma,\text{ideal}}$ mit $V_{pp} = 600 \text{ mV}$ über K_0 zurückrechnet, um das erste nichtlinear vorverzerrtes Eingangssignal zu erhalten, so stellt man fest, dass die Grenzen, in denen K_0 invertiert werden kann, zu klein sind. Wenn also $U_{\gamma,\text{ideal}}$ über die Grenzen von K_0 geht, so wäre ein möglicher Ansatz V_{pp} auf den maximal von K_0 zulässigen Wert zu setzen.

Als andere Möglichkeit die Kennlinie anzupassen könnte man V_{pp} von $U_{\gamma,\text{ideal}}$ verkleinern siehe Abb. (??)

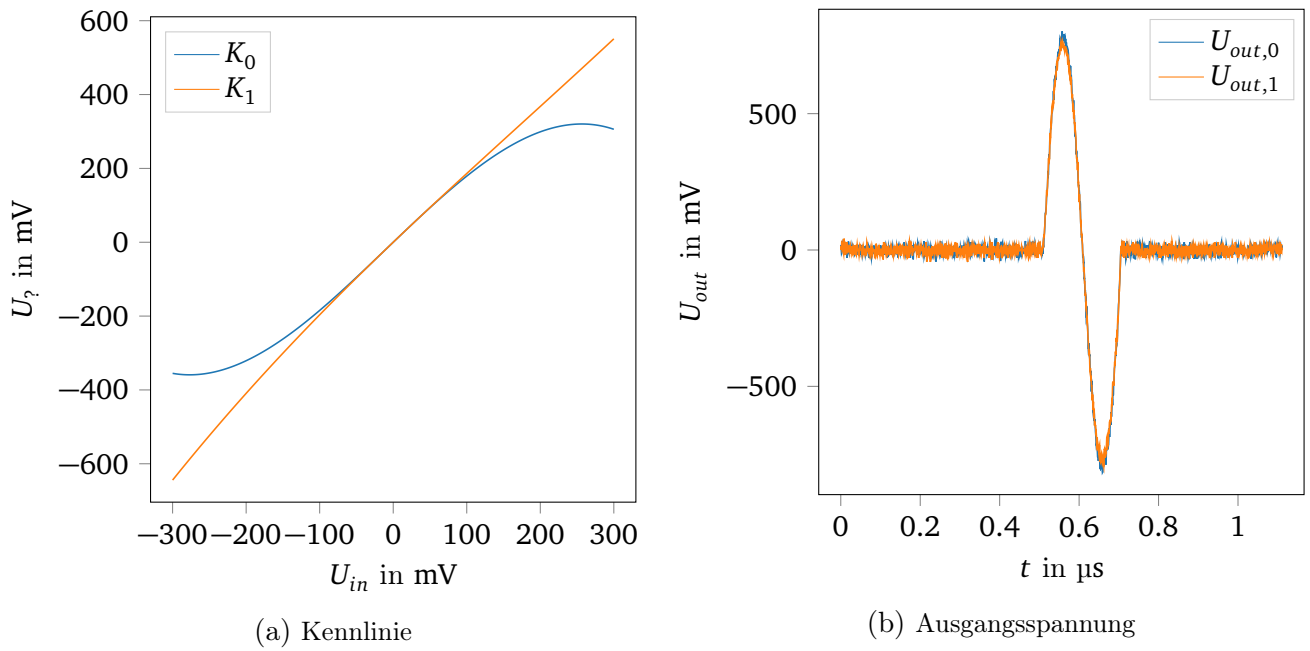


Abbildung 2.5: Anpassung von K

In Abb. (2.5a) ist K_0 die initial Kennlinie und K_1 ist die Kennlinie nach der ersten Anpassung. Dabei wurde $U_{?,ideal}$ so berechnet, dass für $U_{out,ideal}$ gilt $V_{PP} = 1.5\text{ V}$