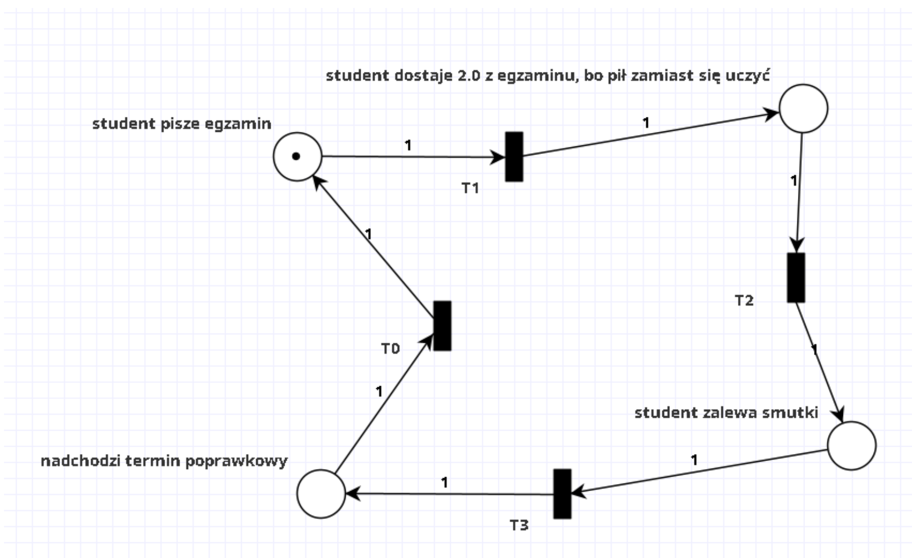
Sieci Petriego

Maciej Borowiec

16 grudnia 2025

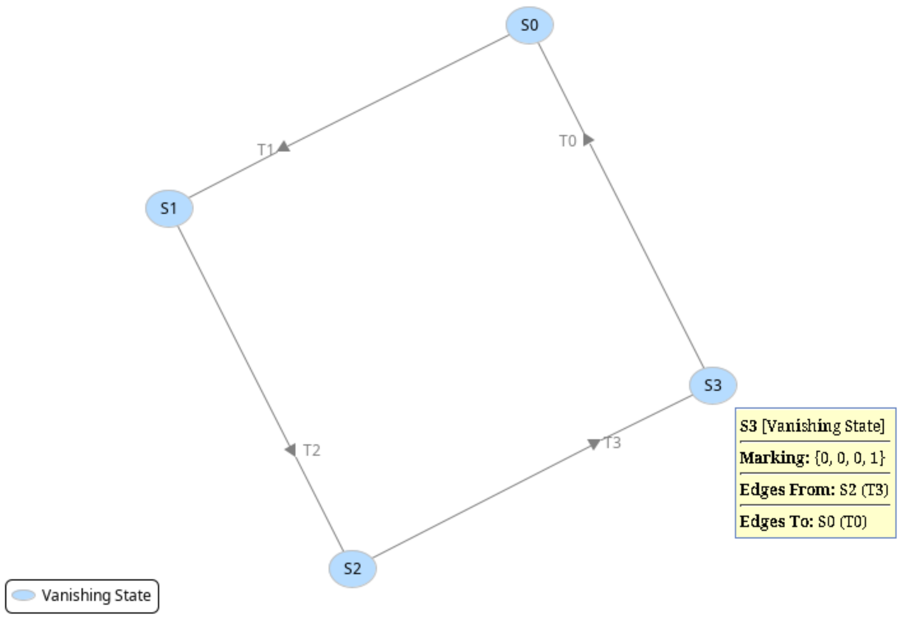
1 Maszyna stanów

Poniżej znajduje się sieć Petriego przedstawiająca przykładową maszynę stanów.



Rysunek 1: Maszyna stanów

1.1 Graf osiągalności



Rysunek 2: Graf osiągalności maszyny stanów

- **Jakie znakowania są osiągalne?**
  Można osiągnąć dowolne znakowanie z dokładnie jednym tokenem, tzn. zbiór znakowań M można zdefiniować jako:

$$M = \{(m_1, m_2, m_3, m_4) \mid \exists i \in \{1, 2, 3, 4\} : m_i = 1 \wedge \forall j \neq i,\ m_j = 0\}$$

- **Ile wynosi maksymalna liczba znaczników w każdym ze znakowań?**
  Maksymalna liczba znaczników w każdym ze znakowań wynosi 1. Zatem sieć jest 1-ograniczona i zarazem bezpieczna.

- **Czy każde przejście jest przedstawione jako krawędź w grafie?**
  Tak. Wynika z tego, że wszystkie przejścia są żywe

- **Czy wychodząc od dowolnego węzła grafu (znakowania) można wykonać dowolne przejście?**
  Tak. Dzięki temu wiemy, że sieć jest żywa. Zakleszczenia natomiast w tej sieci nie występują.

1.2 Niezmienniki

Petri net invariant analysis results

T-Invariants

T0	T1	T2	T3
1	1	1	1

The net is covered by positive T-Invariants, therefore it might be bounded and live.

P-Invariants

student pisze egzamin	student dostaje 2.0 z egzaminu, bo pił zamiast się uczyć	student zalewa smutki	nadchodzi termin poprawkowy
1	1	1	1

The net is covered by positive P-Invariants, therefore it is bounded.

P-Invariant equations

M(student pisze egzamin) + M(student dostaje 2.0 z egzaminu, bo pił zamiast się uczyć) + M (student zalewa smutki) + M(nadchodzi termin poprawkowy) = 1

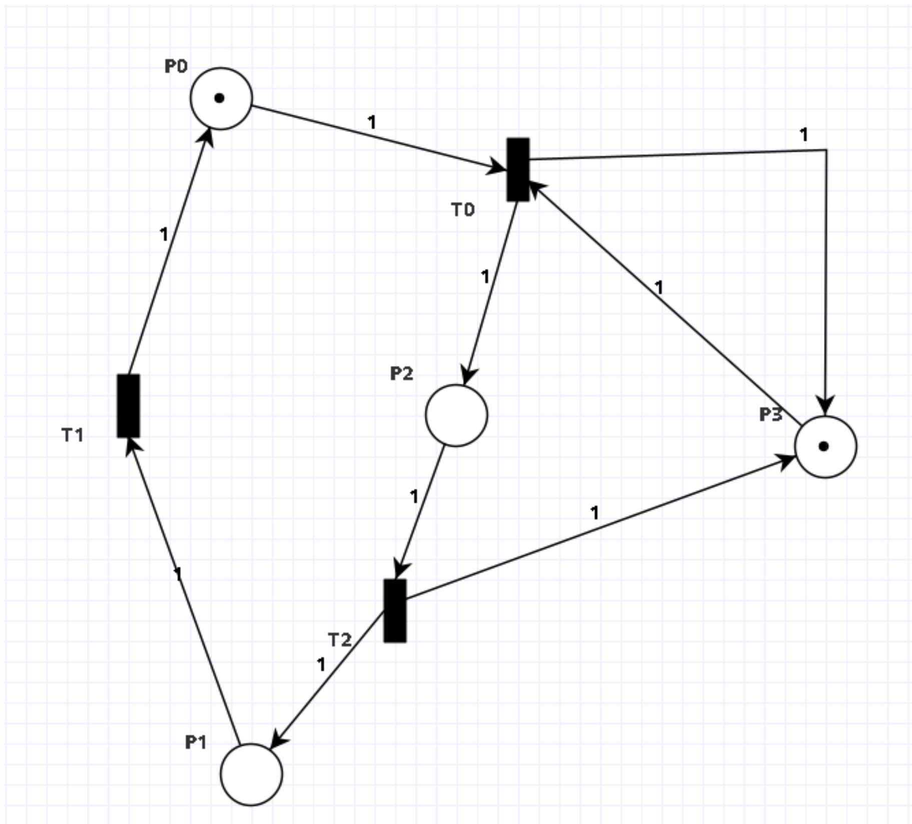
Rysunek 3: Niezmienniki maszyny stanów

- **Niezmienniki przejść**
  Każdy z niezmienników przejść wynosi 1, zatem możemy stwierdzić, że sieć jest odwracalna.

- **Niezmienniki miejsc**
  Każdy z niezmienników miejsc wynosi 1. Każde z miejsc może posiadać maksymalnie jeden znacznik. Możemy również stwierdzić, że sieć jest zachowawcza.

2 Sieć przykładowa

Poniżej znajduje się sieć Petriego, taka jak ta zadana w zadaniu.



Rysunek 4: Zadana sieć Petriego

2.1 Niezmienniki

Petri net invariant analysis results

T-Invariants

T0	T1	T2

The net is not covered by positive T-Invariants, therefore we do not know if it is bounded and live.

P-Invariants

P0	P1	P2	P3
1	1	1	0

The net is not covered by positive P-Invariants, therefore we do not know if it is bounded.

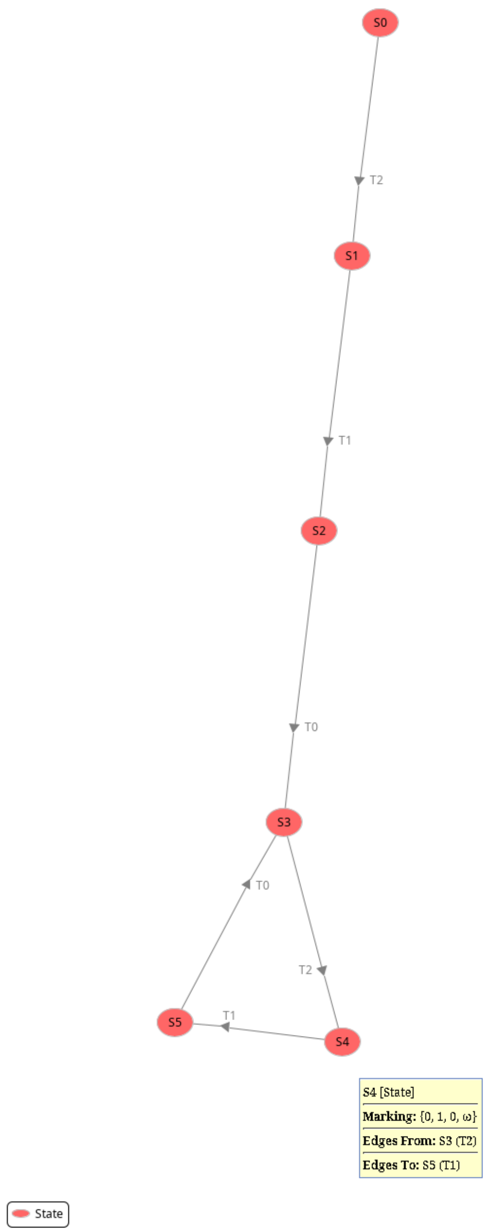
P-Invariant equations

M(P0) + M(P1) + M(P2) = 1

Rysunek 5: Niezmienniki sieci Petriego

Z analizy niezmienników możemy wywnioskować, że sieć nie jest odwracalna. Można to zauważyć na samej sieci, obserwując że tranzycja T2 będzie mnożyć tokeny w sieci.

2.2 Graf osiągalności



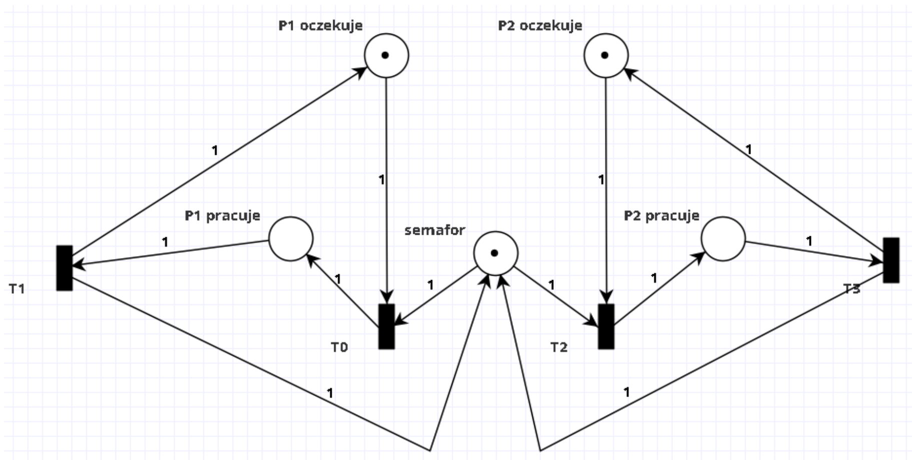
Rysunek 6: Graf osiągalności sieci Petriego

- **Żywotność sieci**
  Sieć jest żywa, ponieważ wytwarza się w niej cykl, który przechodzi przez każdą tranzycję.

- **Ograniczoność sieci**
  Sieć nie jest ograniczona. Miejsce P3 będzie osiągać coraz większą liczbę tokenów. Można to zauważyć na przykład ze znaku omegi w znakowaniach w grafie osiągalności. Skoro sieć nie jest ograniczona, to również nie jest bezpieczna.

3 Wykluczanie procesów na wspólnym zasobie

Poniżej znajduje się sieć Petriego przedstawiająca dwa procesy korzystające z jednego semafora binarnego.



Rysunek 7: Sieć Petriego z semaforem binarnym

3.1 Niezmienniki

Petri net invariant analysis results

T-Invariants

T0	T1	T2	T3
1	1	0	0
0	0	1	1

The net is covered by positive T-Invariants, therefore it might be bounded and live.

P-Invariants

semafor	P1 oczekuje	P1 pracuje	P2 oczekuje	P2 pracuje
1	0	1	0	1
0	1	1	0	0
0	0	0	1	1

The net is covered by positive P-Invariants, therefore it is bounded.

P-Invariant equations

M(semafor) + M(P1 pracuje) + M(P2 pracuje) = 1
M(P1 oczekuje) + M(P1 pracuje) = 1
M(P2 oczekuje) + M(P2 pracuje) = 1

Rysunek 8: Niezmienniki sieci Petriego z semaforem binarnym

- Dwa dolne równania:

$$M(\text{P1 oczekuje}) + M(\text{P1 pracuje}) = 1$$

$$M(\text{P2 oczekuje}) + M(\text{P2 pracuje}) = 1$$

  mówią o tym, że proces w danym momencie może jedynie pracować albo oczekiwać na zasób.

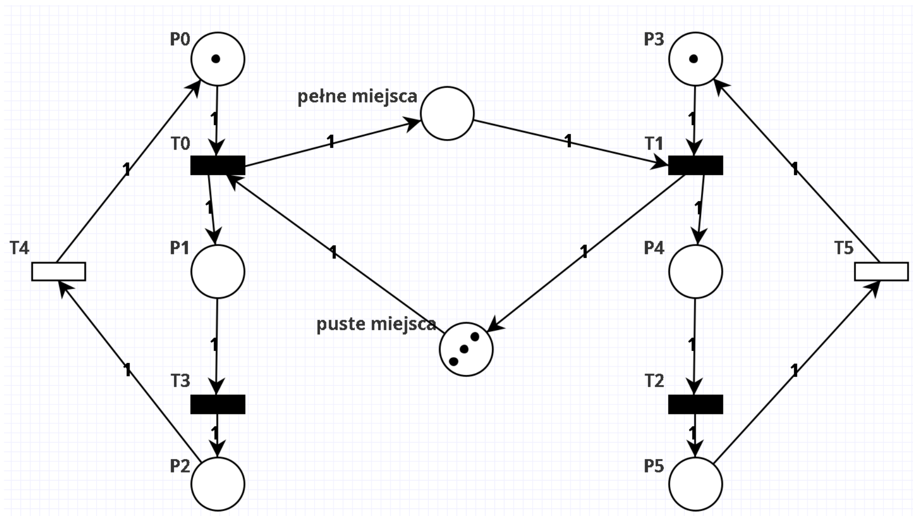
- Natomiast pierwsze równanie:

$$M(\text{semafor}) + M(\text{P1 pracuje}) + M(\text{P2 pracuje}) = 1$$

  pokazuje działanie ochrony sekcji krytycznej. Mówi ono, że albo zasób jest wolny ($M(\text{semafor}) = 1$), albo jeden i tylko jeden proces go w danym momencie wykorzystuje ($M(\text{P1 pracuje}) = 1$ lub $M(\text{P2 pracuje}) = 1$).

4 Producent, konsument - ograniczony bufor

Poniżej znajduje się sieć Petriego przedstawiająca problem producenta i konsumenta z ograniczonym buforem.



Rysunek 9: Sieć producenta i konsumenta z ograniczonym buforem

4.1 Niezmienniki

Petri net invariant analysis results

T-Invariants

T0	T1	T2	T3	T4	T5
1	1	1	1	1	1

The net is covered by positive T-Invariants, therefore it might be bounded and live.

P-Invariants

P0	P1	P2	P3	P4	P5	pełne miejsca	puste miejsca
1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1

The net is covered by positive P-Invariants, therefore it is bounded.

P-Invariant equations

M(P0) + M(P1) + M(P2) = 1
M(P3) + M(P4) + M(P5) = 1
M(pełne miejsca) + M(puste miejsca) = 3

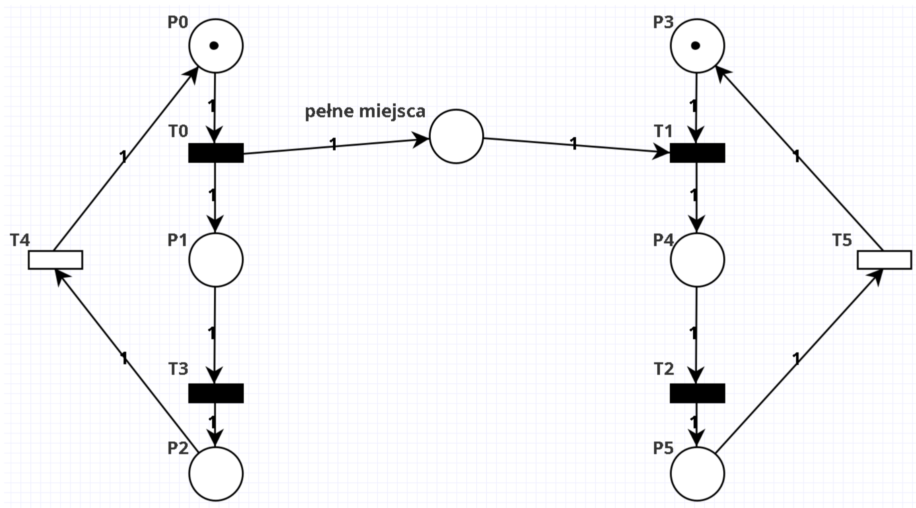
Rysunek 10: Niezmienniki producenta i konsumenta z ograniczonym buforem

- **Zachowawczość sieci**
  Z racji tego, że w równaniach niezmienników miejsc każde miejsce pojawia się dokładnie jeden raz, możemy wywnioskować, że sieć jest zachowawcza. Liczba tokenów w tej sieci wynosi sumę każdego z równań, czyli 5.

- **Rozmiar bufora**
  O rozmiarze bufora mówi trzecie równanie. Jest to suma pustych i pełnych miejsc, która w sumie wynosi 3.

5 Producent, konsument - nieograniczony bufor

Poniżej znajduje się sieć Petriego przedstawiająca problem producenta i konsumenta z nieograniczonym buforem.



Rysunek 11: Sieć producenta i konsumenta z nieograniczonym buforem

5.1 Niezmienniki

Petri net invariant analysis results

T-Invariants

T0	T1	T2	T3	T4	T5
1	1	1	1	1	1

The net is covered by positive T-Invariants, therefore it might be bounded and live.

P-Invariants

P0	P1	P2	P3	P4	P5	pełne miejsca
1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	0

The net is not covered by positive P-Invariants, therefore we do not know if it is bounded.

P-Invariant equations

M(P0) + M(P1) + M(P2) = 1
M(P3) + M(P4) + M(P5) = 1

Rysunek 12: Niezmienniki producenta i konsumenta z nieograniczonym buforem

Jak widać, w przeciwieństwie do poprzedniego przykładu, w tej sieci nie ma równania mówiącego o rozmiarze bufora, gdyż jest on nieograniczony.

5.2 Brak pełnego pokrycia miejsc

Reachability/Coverability Graph Results

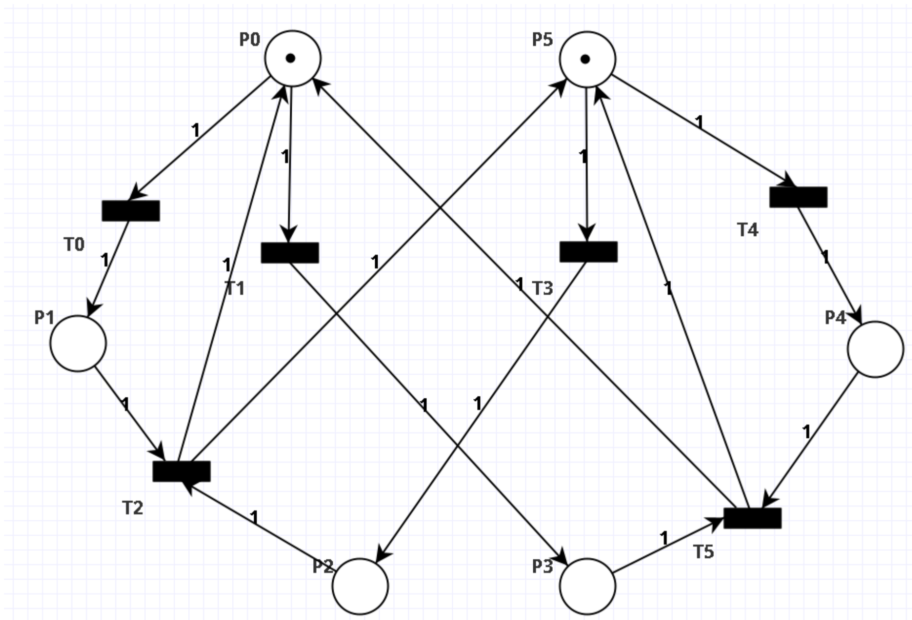
There are 8342 states with 10012 arcs. The graph is too big to be displayed properly.

Rysunek 13: Graf pokrycia producenta i konsumenta z nieograniczonym buforem

Z wyników generowania grafu pokrycia możemy bez problemu stwierdzić, że nie ma pełnego pokrycia miejsc. W mniej niż sekundę generacja wytworzyła 8342 stany z tak małej sieci, więc łatwo się domyślić, że ten graf nie ma skończonej liczby stanów.

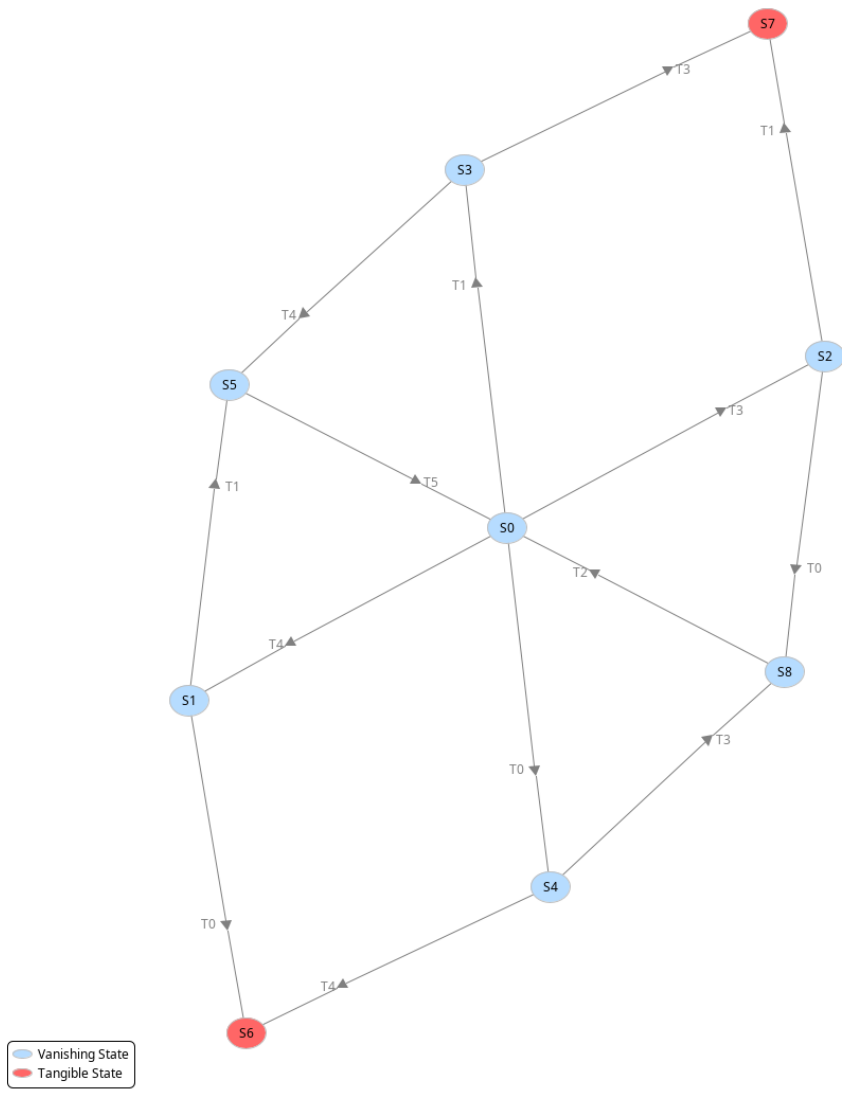
6 Zakleszczenie

Poniżej znajduje się przykładowa sieć Petriego przedstawiająca zakleszczenie.



Rysunek 14: Sieć Petriego przedstawiająca zakleszczenie

6.1 Graf osiągalności



Rysunek 15: Graf osiągalności sieci Petriego przedstawiającej zakleszczenie

Sieć Petriego osiąga zakleszczenie w stanach S6 i S7 przedstawionych na tym grafie. Są to stany przedstawiające sytuacje, w których z pozycji startowej zostały odpalone tranzycje T0 i T4 albo tranzycje T1 i T3. Wtedy osiągamy stan ze znacznikami albo w miejscach P1 i P4, albo P2 i P3. W obu tych sytuacjach nie może zostać odpalona żadna tranzycja.

6.2 Właściwości sieci

Petri net state space analysis results

Bounded	true
Safe	true
Deadlock	true

Shortest path to deadlock: T0 T4

Rysunek 16: Właściwości sieci Petriego przedstawiającej zakleszczenie

Właściwości sieci potwierdzają nasze obserwacje. Sieć osiąga zakleszczenie, jest ograniczona oraz bezpieczna (co jest dość śmiesznym określeniem dla sieci osiągającej zakleszczenie).