

מספר ת"ז:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

סמסטר ב' תשפ"ד מועד א'
תאריך: 31.07.2024
שעה: 9:00
משך הבחינה: $3\frac{1}{2}$ שעות
אין להשתמש במחשבון!
דף נוסחאות מצורף לבחינה

בחינה בקורס: חדו"א

מרצים:

ד"ר יניב דביר

ד"ר עוזי חרוש

**מדבקת
ברקוד**

הנחיות:

- ♦ בבחינה 4 שאלות. עליכם לענות על כולן.
- ♦ אין להשתמש בכל חומר עזר פרט לדף הנוסחאות המצורף לטופס הבחינה. אין להשתמש במחשבון.
- ♦ בדקו כי בשאלון הבחינה 17 עמודים (כולל עמוד זה).
- ♦ על השאלות יש לענות בטופס הבחינה במקום המיועד לכך. המחברת היא לטייטה בלבד.
- ♦ עליכם לענות על השאלות בצורה מסודרת ומנומקת. תשובה לא מנומקת לא תתקבל.

בהצלחה

1. א. (6 נק') הגדירו $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$

ב. תהי $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ סדרה הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

i. (8 נק') אם $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = 1$ אז a_n מתכנסת במובן הרחב.

ii. (8 נק') אם $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 2$ אז $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1}^2 = \infty$

ג. (10 נק') תהי a_n סדרה המוגדרת על ידי כלל הנסיגה $\begin{cases} a_{n+1} = 2a_n - \frac{1}{a_n} \\ a_1 > 1 \end{cases}$ מצאו את $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$

2. תהי $f(x)$ פונקציה נאמרת- x_0 היא נקודת שבת של $f(x)$ אם $f(x_0) = x_0$.
א. (10 נק') תהי $f: [-1,1] \rightarrow [-1,1]$ פונקציה רציפה הוכיחו של- $f(x)$ יש נקודת שבת.
ב. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

- a. (6 נק') תהי $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ אם ל- $f(x)$ אין נקודת שבת אז ל- $f(f(x))$ אין נקודת שבת.
b. (6 נק') תהי $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ אם ל- $f(f(x))$ אין נקודת שבת אז ל- $f(x)$ אין נקודת שבת.
c. (6 נק') תהי $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ אם $\lim_{n \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{n}\right) = 0$ אז 0 היא נקודת שבת של $f(x)$.

3. א. (12 נק') תהי $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה הגזירה בכל \mathbb{R} , המקיימת $f'(x) \geq \frac{1}{2}$ לכל $x \in \mathbb{R}$ הוכיחו:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

ב. (12 נק') צטטו והוכיחו את משפט רול.

4. חשבו את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x \rightarrow e} (\ln(x))^{\frac{1}{x-e}}$ (8 נק')

ב. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x) \ln(x)$ (8 נק')

