

## ערמה בינומית

- ניתן למיזוג בצורה יעילה

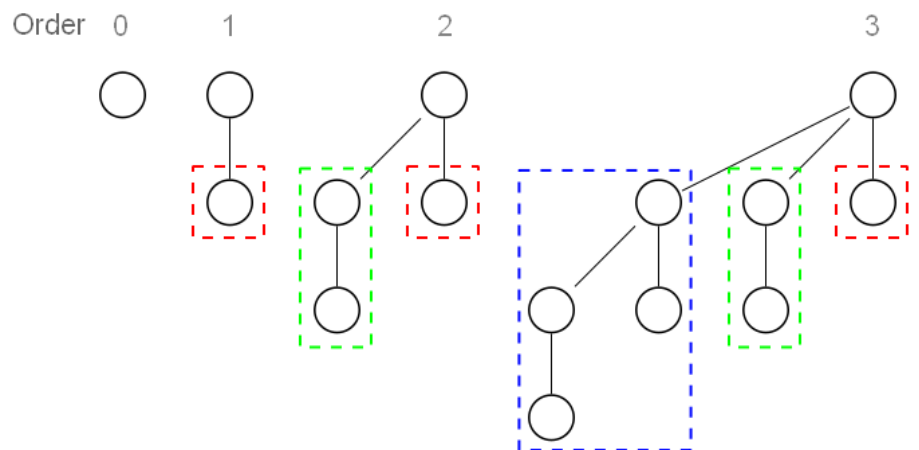


### ערמה בינומית

מורכבת מאוסף של עצים בינומיים בגדלים שונים,

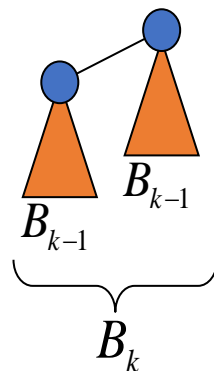
העצים מסודרים לפי גודלם ולא לפי ערך האיבר בשורש.

יש לכל היותר  $\log n + 1$  עצים בכל ערמה בינומית



עץ בינומי הוא עץ סדור המוגדר באופן רקורסיבי:

- $B_0$  מורכב מצומת יחיד
- $B_k$  מורכב משני עצים בינומיים  $B_{k-1}$  המקושרים זה לזה: השורש של עץ אחד הוא הבן השמאלי ביותר של השורש של העץ האחר



### תכונות עץ בינומי $B_k$

- מכיל  $2^k$  צמתים
- גובהו  $k$

- ישנם  $\binom{k}{i}$  צמתים בגובה  $i$

- דרגת השורש היא  $k$  והיא הגדולה בעץ

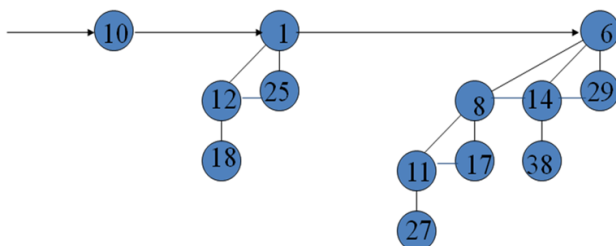
- הבנים של השורש הם בעצמם עצים בינומיים בגדלים  $B_0, B_1, \dots, B_{k-1}$

- בעץ בינומי נשמרת תכונת הערימה – המפתח של כל צומת גדול או שווה למפתח של אביו. (מכאן - האיבר המינימלי בשורש).

- עץ בינומי לא חייב להיות כמעט שלם

צבי מינץ סמסטר ב' 2018  
**ערימה בינומית** היא סוג של **מבנה הנתונים ערימה**. היא ממומשת בעזרת אוסף **עצים בינומיים**. יתרונה הוא שהיא מאפשרת מיזוג שתי ערימות במהירות.

דוגמא לערימה בינומית:



**אבחנה:**

בערימה בינומית יש לכל היותר עץ אחד מכל דרגה. לפיכך, ניתן לדעת איזה עצים יש באוסף לפי כמות הצמתים הכוללת, למשל בערימה הבינומית הנוכחית יש  $2^3 + 2^2 + 2^0 = 8 + 4 + 1 = 13$  צמתים היצוג של 13 בבינארית הינו  $\begin{smallmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 8 & 4 & 2 & 0 \end{smallmatrix}$  ולכן יש באוסף את העצים הבינומיים  $B_3, B_2, B_0$ .

**פעולות:**

## פעולת Insert

■ ניצור heap חדש המכיל את האבר החדש, ונבצע merge בין שני ה-heaps

Union(H1,H2) (איחוד שתי ערימות קיימות):

ממזגים את רשימת השורשים בסדר עולה של גודל.

אם יש 2 עצים באותו גודל בשתי הערימות – מאחדים אותם.

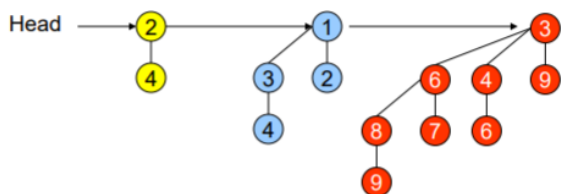
אם נוצרים 3 עצים באותו גודל – משאירים אחד ומאחדים זוג.

סיבוכיות הפעולה:  $O(\log n)$

## פעולת minimum

■ עלינו לחפש את הערך המינימלי מבין שורשי העצים בheap

- Walk across roots, find minimum
- $O(\lg n)$  since at most  $\lg n + 1$  trees



## פעולת delete-min

■ מצא את האבר ומחק אותו

■ הפוך את בניו ל-binomial heap ומזג את שני ה-heaps

מעבר על כל השורשים ומציאת המינימלי. מוציאים את כל העץ הבינומי מהרשימה. מוציאים את שורש העץ - בניו הם כולם עצים בינומיים שאותם נאחד לערימה חדשה. אז נבצע איחוד של הערימה החדשה עם הקיימת.

סיבוכיות הפעולה:  $O(\log n)$

**לקריאה נוספת:** (קרדיט על התמונות) <https://slideplayer.com/slide/14010568/>