

שאלות

שאלה 1

נתון מימוש של מבנה הנתונים *union – find*.
למבנה מערך פנימי בשם *id* השומר לכל איבר *p* את נציג (או מספר) הקבוצה שלו בתא *id[p]*,
כך שהפעולה *find* עבור איבר *p* מחזירה את הערך *id[p]*.
להלן מימוש של הפונקציה *union*.
האם המימוש נכון? אם כן, נמקו. אם לא, תנו דוגמה נגדית, והביאו דרך לתיקון הבעיה

```
public void union(int p, int q) {  
    if (id[p] == id[q]) return;  
    for (int i = 0; i < id.length; i++)  
        if (id[i] == id[p])  
            id[i] = id[q];  
}
```

שאלה 2

פתחו קלאס חדש בשם *UnionFind*. כתבו למחלקה את השדות הנדרשים לה וכן בנאי שמקבל את הגודל של המבנה נתונים, ומבצע *Make – Set* עבור כל איבר.

שאלה 3

בתוך המחלקה שיצרתם בשאלה 2 ממשו את הפעולות $Union$ ו $Find$ בזמן הטוב ביותר(כלומר עם כל השיפורים שראינו).

שאלה 4

בצעו את הפעולות הבאות על המבנה נתונים UnionFind הנתון. ציירו את המבנה נתונים לאחר כל הפעולות. (התחילו משמאל למעלה).

$Union(S0,S1), Union(S2,S3), Union(S4,S5),$
 $Union(S6,S7), Union(S0,S2), Union(S4,S6),$
 $Union(S0,S4)$

0 1 2 3 4 5 6 7

שאלה 5**שאלה 1 (20 נקודות)**

בצעו את הפעולות הבאות על מבנה נתונים של קבוצות זרות. ציירו איחוד קבוצות union במבנה-union
 find והסבירו כיצד מתבצעת ה- FindSet. (יש לצייר את כל השלבים של האיחוד)
 $Makeset(x1)$ – יוצרת קבוצה חדשה עם איבר אחד.

$Makeset(x1)$

$Makeset(x2)$

$Makeset(x3)$

$Makeset(x4)$

$Union(x1,x2)$

$FindSet(x2)$

$Union(x3,x4)$

$FindSet(x4)$

$Union(x1,x3)$

$FindSet(x1)$

שאלה 6

- א. מהו מספר קדקודים של עץ בינומי B7?
 ב. מהו מספר הקדקודים בגובה 4 של עץ בינומי B7?

פתרונות

פתרון שאלה 1: המימוש לא נכון:

נשים לב כי כאשר $p = i$ אז השוויון $p[id] == i[id]$ מתקיים, ואז אנחנו נעדכן את $q[id] = p[id]$ כעת אנו נבצע עבור שאר האיברים:

```
if id[i] == id[q] :
    id[i] = id[q]
```

בעצם אנו לא משנים אף איבר במערך אחרי ששינינו את האיבר הזה. אבל אף אחד לא הבטיח ש p הוא האיבר האחרון שנשאר בקבוצה $p[id]$.

למשל עבור המערך הבא:

```
index : 0 1 2 3
id :    0 0 0 3
```

```
union(1, 3)
```

נקבל את בסוף את הקבוצה הבאה:

```
index : 0 1 2 3
id :    3 3 0 3
```

אבל היינו רוצים לקבל:

```
index : 0 1 2 3
id :    3 3 3 3
```

תיקון הקוד:

```
public void union(int p, int q) {
    if (id[p] == id[q]) return;
    int parent = id[p];
    for (int i = 0; i < id.length; i++)
        if (id[i] == parent)
            id[i] = id[q];
}
```

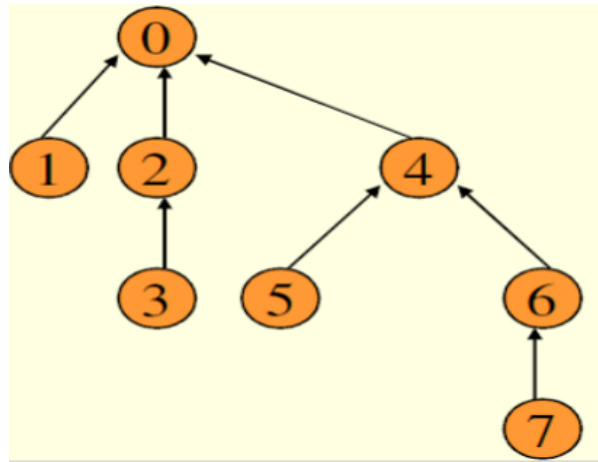
פתרון שאלה 2

```
public class UnionFind {  
  
    int size;  
    int[] id;  
    int[] Size;  
    public UnionFind(int size) {  
        this.Size = new int[size];  
        this.id=new int[size];  
        for (int i = 0; i <id.length ; i++) {  
            id[i]=i;  
            this.Size[i]=1;  
        }  
    }  
}
```

פתרון שאלה 3

```
public int Find(int p) {  
    if(id[p]!=p)  
        id[p]=Find(id[p]);  
    return id[p];  
}  
  
public void Union(int ind1, int ind2) {  
    int a = Find(ind1);  
    int b = Find(ind2);  
    if(a!=b){  
        if(Size[a]<=Size[b]) {  
            id[a] = b;  
            Size[b]=Size[a]+Size[b];  
        }  
        else{  
            id[b]=a;  
            Size[a]=Size[a]+Size[b];  
        }  
    }  
}
```

פתרון שאלה 4



פתרון שאלה 5

לאחר ה-4 פעולות הראשונות:

$$\{X_1\}, \{X_2\}, \{X_3\}, \{X_4\}$$

איחוד ראשון:

$$\{X_1, X_2\}, \{X_3\}, \{X_4\}$$

חיפוש ראשון:

$$findset(X_2) = X_1$$

איחוד שני:

$$\{X_1, X_2\}, \{X_3, X_4\}$$

חיפוש שני:

$$findset(X_4) = X_3$$

איחוד שלישי:

$$\{X_1, X_2, X_3, X_4\}$$

חיפוש שלישי:

$$findset(X_1) = X_1$$

פתרון שאלה 6

א. $2^7 = 128$

ב. $\binom{7}{4} = 35$