

定日镜场集热效率分析及优化

摘要

塔式太阳能光热发电是一种低碳环保的新型清洁能源技术。定日镜是塔式太阳能光热发电站收集太阳能的基本组件。研究定日镜场的优化策略，对建设塔式太阳能发电站具有重要意义。本文根据空间几何进行了大量计算，并依据统计与热学原理建立了针对特定定日镜场的效率计算与优化模型。

针对问题一，本文首先分析了太阳运行轨迹，确定任意位置与任意时刻的太阳高度角 α_s 与太阳方位角 γ_s ，为后文的计算提供基础。随后，依据几何投影法，求解出定日镜场年均余弦效率 $\eta_{cos} = 0.58671$ ，年均阴影遮挡效率 $\eta_{sb} = 0.99924$ 。由锥形光线条件，依据HFLCAL法计算出年均集热器截断效率 $\eta_{trunc} = 0.96301$ ；依据大气衰减效率公式计算出每面定日镜反射时的大气透射率 η_{at} ，镜面反射率 $\eta = 0.92$ ，最终计算出定日镜场年平均光学效率 $\eta_{avg} = 0.50501$ ，年均输出热功率 $P = 30.416MW$ ，单位面积镜面年均输出热功率 $P_m = 0.48386kW/m^2$ 。

针对问题二，本文讨论了两种定日镜场分布模型：EB无遮挡分布与DELSOL3分布，依据综合光学效率与布局清晰度，选择EB无遮挡分布对给定区域定日镜场进行建模。本文引入镜面面积负效应的概念，在镜面面积负效应不产生显著影响的情况下，基于光线追踪法，对满足额定年平均输出热功率大于 $60MW$ 的定日镜场进行仿真。设定 $(2m, 8m)$ 为定日镜长宽范围， $(2m, 6m)$ 为定日镜安装高度范围，吸收塔位置为 $(0,0)$ ，定日镜尺寸为 $8m \times 8m$ ，定日镜安装高度为 $5.7m$ ，总面数为1436，总面积为 $91904m^2$ 。此时， $\eta_{avg} = 0.62141$ ， $\eta_{cos} = 0.77651$ ， $\eta_{sb} = 0.97671$ ， $\eta_{trunc} = 0.96446$ ， $P_m = 0.65286kW/m^2$ ， $P = 62.71492MW$ 。

针对问题三，本文在问题二的基础上，根据沿径向向外的距离不同，将定日镜划分为若干圈。使用模拟退火算法，按照圈数对镜面面积与高度进行优化，并通过光线追踪法进行仿真，确定最优解，最终确定在满足约束条件并取得最优解状态下，吸收塔位置为 $(0,0)$ ，定日镜总面数为1431，总面积为 $88954m^2$ 。此时， $\eta_{avg} = 0.63768$ ， $\eta_{cos} = 0.79230$ ， $\eta_{sb} = 0.97627$ ， $\eta_{trunc} = 0.96414$ ， $P_m = 0.71413kW/m^2$ ， $P = 60.48MW$ 。

关键词：几何投影法、年均光学效率、EB无遮挡分布、镜面面积负效应、模拟退火算法

一、 问题重述

1.1 问题背景

随着我国实现“碳达峰”“碳中和”措施的提出，能源结构由传统化石能源向新能源的转型受到了极大的重视。以新能源为主体的电力系统具有“零排放”“低排放”的特点，有助于推动环境保护和可持续发展。塔式太阳能光热发电是一种低碳环保的清洁能源技术，具有良好的发展前景。本题给出了一种塔式电站发电系统，由日镜场和吸收塔组成。该发电系统通过定日镜反射太阳光至吸收塔的集热器上，将太阳能以热能形式储存，进而实现热能向电能的转化。

1.2 问题要求

问题一要求在给定吸收塔高度、定日镜尺寸和定日镜排布的情况下，计算该镜场的年平均光学效率、年平均输出热功率、单位镜面面积年平均输出功率。镜场地理位置为东经 98.5° ，北纬 39.4° ，将当地时间每月 21 日 9:00、10:30、12:00、13:30、15:00 作为“年均”指标的计算时间点。

问题二要求在镜场额定年平均输出热功率为 60MW、定日镜尺寸和安装高度相同的条件下，设计吸收塔位置坐标、定日镜尺寸、安装高度、定日镜数目和定日镜位置，使镜场单位镜面面积年平均输出热功率尽量大。

问题三要求在镜场额定年平均输出热功率为 60MW 的条件下，设计镜场各个参数，使得镜场单位镜面面积年平均输出热功率尽量大。其中，镜场参数包括定日镜尺寸（可以不同）、安装高度（可以不同）和吸收塔位置坐标、定日镜尺寸、安装高度、定日镜数目、定日镜位置。

二、 问题分析

2.1 问题一的分析

首先对当地地理位置对应的太阳位置进行分析，可以求得每月 21 日 9:00、10:30、12:00、13:30、15:00 的太阳高度角和太阳方位角。根据题目条件：太阳光经定日镜中心反射后到达集热器中心，可以根据太阳位置求得不同坐标下定日镜的俯仰角。

接下来，根据定日镜坐标和太阳高度角，经过空间几何关系求解光线在每个定日镜上的入射角，从而计算平均余弦效率。结合蒙特卡洛光线追踪法和平板投影方法，求解每个定日镜的阴影遮挡面积，再计算阴影遮挡效率。

2.2 问题二、三的分析

问题一可求得定日镜的效率计算方法，又因约束条件（如镜场面积、两镜底座中心距离等）已知，从而可构建最优化模型应用于问题二。实际求解中，最优化模型可能较为复杂，此时可借助仿真方法、数值计算方法与一些启发式算法联合寻找最优解，并对最优解采用问题一的计算方法进行验证。

三、 模型假设

1. 在计算余弦效率、阴影遮挡效率时，锥形光束对模型影响较小，可以简化成平行光建

- 模。仅在计算截断效率时考虑太阳光为锥形光束的情况。
2. 假设遮挡损失只由相邻定日镜沿径向方向上的遮挡产生。
 3. 假设镜场所在地点地势平坦，除了吸收塔和定日镜以外无其他建筑物。
 4. 假设对镜场进行宏观分析时，定日镜均可看作质点。
 5. 假设每月 21 日 9:00、10:30、12:00、13:30、15:00 时，定日镜场均正常工作。

四、 符号系统

符号	说明	单位
α_s	太阳高度角	rad
γ_s	太阳方位角	rad
θ	太阳入射角	rad
ω	太阳时角	rad
δ	太阳赤纬角	rad
ϕ	当地纬度	rad
D	以春分日作为第 0 天算起的天数	天
β	定日镜俯仰角	rad
η	定日镜光学效率	——
η_{sb}	阴影遮挡效率	——
η_{cos}	余弦效率	——
η_{trunc}	集热器截断效率	——
η_{ref}	镜面反射率	——
η_{at}	大气透射率	——
d_{HR}	镜面中心到集热器中心的距离	m
DNI	法向直接辐射照度	kW/m^2
G_0	太阳常数	kW/m^2

五、 模型建立

5.1 问题一模型的建立

以吸收塔为原点，正东方向为 x 轴正方向，正南方向为 y 轴正方向，垂直地面向上为 z 轴正方向建立空间直角坐标系。则对于任意一台定日镜，都可以得到该定日镜上任意一点的坐标。若将一束太阳光线视为空间中的一条向量，则可得到光线的矢量方程 $\vec{V} = (x, y, z)$ 。

在定日镜反射太阳光至集热器中心的过程中，使用角度和坐标刻画几何关系。当一束光线投射到定日镜中心 O 点时，其与地面的夹角 α_s 为太阳高度角，在地面上的投影与正北方向夹角 γ_s 为太阳方向角，光线经反射到达集热器中心 M 。为了方便计算，入射光线和反射光线都可看作单位向量。将入射光线记为 \vec{i} ，反射光线记为 \vec{r} 。入射角记为 θ 。入射点位于定日镜中心，定日镜中心坐标记为 (x, y, z) 。

定日镜的反射如下图所示：

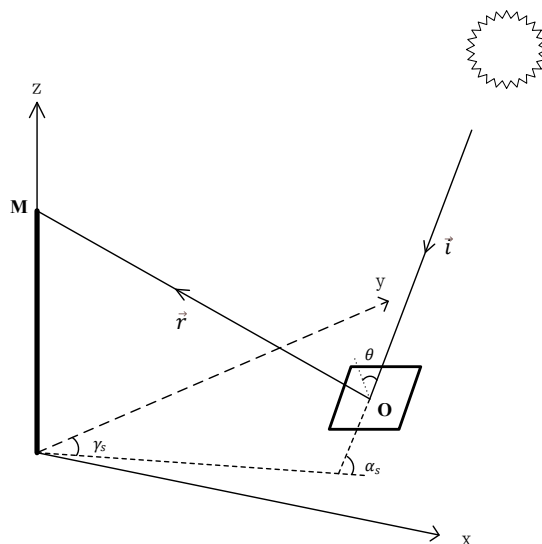


图 1 定日镜反射过程模拟图

根据题中所给的各定日镜坐标，可得镜场的模拟俯视图：

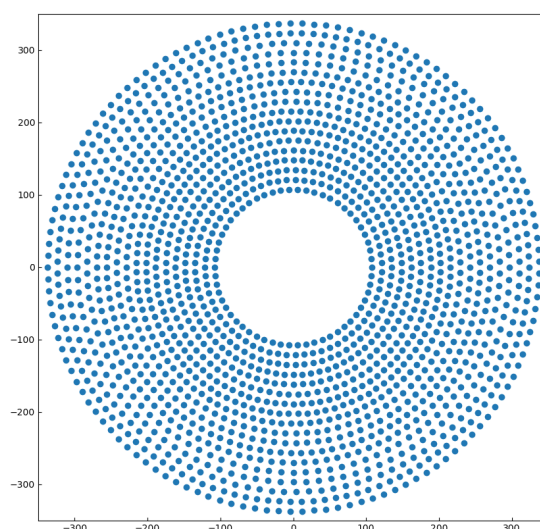


图 2 镜场模拟俯视图

5.1.1 太阳位置模型的建立

由于不同时刻太阳高度不同，入射光角度也不同。为了确定反射过程中角度的几何关系，需先建立太阳位置模型。

经查阅文献可知，每日光照的时长、太阳光照的强度等随着太阳与地球的相对运动发生周期性的改变。而太阳相对于地球的位置可由两个变量确定，其一是太阳的高度角，其二是太阳的方位角。

太阳高度角是观察者所在地与太阳的连线和当地水平面的夹角，太阳方位角是观察者所在地朝正南的水平线至观察者与太阳连线在地平面上的投影之间的夹角。太阳高度角 α_s 的计算公式为：

$$\sin \alpha_s = \cos \delta \cos \phi \cos \omega + \sin \delta \sin \phi \quad (1)$$

太阳方位角计算公式为：

$$\cos \gamma_s = \frac{\sin \delta - \sin \alpha_s \sin \phi}{\cos \alpha_s \cos \phi} \quad (2)$$

其中 ϕ 为当地纬度，取北纬为正； ω 为太阳时角，计算公式为：

$$\omega = \frac{\pi}{12}(ST - 12) \quad (3)$$

其中 ST 为当地 24 小时制时间， δ 为太阳赤纬角，即地球赤道平面与太阳和地球中心的连线之间的夹角，其随时间变化，不同日期的太阳赤纬角不同。 δ 的计算公式为：

$$\sin \delta = \sin \frac{2\pi D}{365} \sin \left(\frac{2\pi}{360} 23.45 \right) \quad (4)$$

其中 D 为以春分（3 月 21 日）作为第 0 天算起的天数。

为了验证太阳位置模型的正确性，查找处于北纬 31.2° 的上海市一年内 4 个不同日期内的各个时间点的信息，利用上述模型计算得到太阳高度角的理论值。如图所示，经与所查阅得到的实际太阳高度角比较，可以直观地看出二者并无明显区别，误差在可接受范围之内（查阅的详细太阳高度角数据参见支撑材料）。

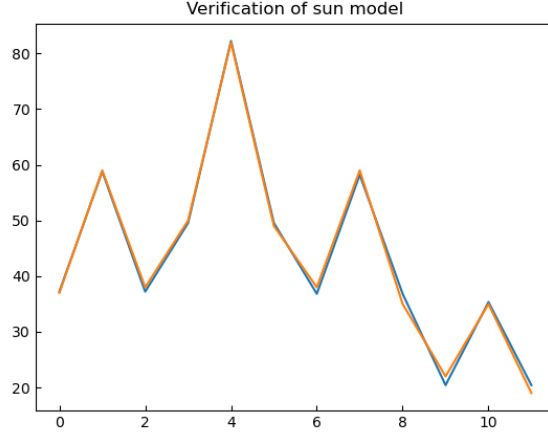


图 3 太阳位置模型正确性验证结果

由此可知，上述太阳运动轨迹模型真实有效，可以求解给定时刻的太阳高度角 α_s 和方位角 γ_s ，保证接下来以此模型为基础求解问题中的定日镜场的各项平均效率及平均输出热功率时太阳与地球的相对位置准确无误。

5.1.2 定日镜光学效率模型的建立

1. 余弦效率模型

由于定日镜需要调整角度，使太阳光能够反射到集热器中心，因此，入射光线无法垂直入射定日镜，导致一定的接受能量损失。对于第*i*个定日镜，通常使用入射角的余弦值表示余弦效率：

$$\eta_{cos} = \cos\theta \quad (5)$$

由矢量关系可知：

$$\cos 2\theta = -\frac{\vec{l} \cdot \vec{r}}{|\vec{l}||\vec{r}|} \quad (6)$$

则余弦效率为：

$$\eta_{cos} = \cos\theta = \sqrt{\frac{1 - \frac{\vec{l} \cdot \vec{r}}{|\vec{l}||\vec{r}|}}{2}} \quad (7)$$

由该地点的太阳高度角和太阳方位角，可以得到入射光线的矢量表达式：

$$\vec{l} = (-\sin\gamma_s \cos\alpha_s, -\cos\gamma_s \cos\alpha_s, -\sin\alpha_s) \quad (8)$$

由集热器中心坐标 $M(0, 0, h)$ ，定日镜中心坐标 $O(x, y, z)$ 可知反射光线的矢量表达式：

$$\vec{r} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (h - z)^2}} (-x, -y, h - z) \quad (9)$$

则定日镜余弦效率表达式为：

$$\eta_{cos} = \cos\theta = \frac{\sqrt{x^2 + y^2 + (h-z)^2 - xsin\gamma_s \cos\alpha_s - y\cos\gamma_s \cos\alpha_s - sin\alpha_s(h-z)}}{2\sqrt{x^2 + y^2 + (h-z)^2}} \quad (10)$$

由于同一天不同时刻太阳高度角不同，计算月平均余弦效率时需要计算当月 21 日 5 个时刻的平均余弦效率，再对这 5 个平均余弦效率求取平均值。若将第 i 个月 21 日的第 j 个时刻时第 k 个定日镜的余弦效率记为 η_{cos}^{jk} ，则第 i 个月平均余弦效率为：

$$\eta_{cos}^i = \frac{1}{5n} \sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^n \eta_{cos}^{jk} \quad (11)$$

该镜场年平均余弦效率为：

$$\eta_{cos} = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} \eta_{cos}^i. \quad (12)$$

2. 阴影遮挡效率模型

太阳方位不同，定日镜间可能存在阴影遮挡，带来一定热功率损失。由于定日镜上阴影部分无法将光线反射到集热器上，考虑将镜面阴影遮挡面积的比率作为阴影遮挡损失：

$$\eta_{sb} = 1 - \frac{S_{阴影}}{S_{总面积}} \quad (13)$$

求解阴影遮挡面积时，需要考虑两种遮挡方式：

- (1) 定日镜之间的相互遮挡。如图所示，入射光线 s 在镜面 a 上反射后，被 b 镜背面遮挡，无法到达集热器中心。随着太阳位置的变化，定日镜俯仰角发生相应变化，镜子之间遮挡面积可能发生改变。
- (2) 吸收塔在地面上的阴影对定日镜的遮挡。如图所示，当太阳光线与水平地面不垂直时，吸收塔会在地面产生影子。影子范围内的定日镜无法将光反射到集热器中心，带来能量损失。

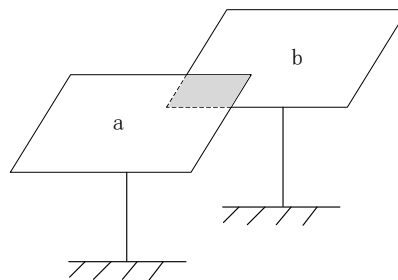


图 4 镜面间遮挡阴影模拟图

接下来，分别推导上述两种方式下的阴影遮挡效率计算公式。

对于吸收塔阴影造成的遮挡，可以计算不同时刻下吸收塔阴影的面积，得到被该阴影遮挡的定日镜数量，从而得到此时的阴影面积 S_1 。由于吸收塔影子形状较难确定，可以近似视为矩形影子的面积。如图所示，若吸收塔高度为 L ，直径为 d ，被遮挡定日镜个数为 k ，则矩形影子面积 S 和遮挡面积 S_1 为：

$$S = \frac{Ld}{\tan\alpha_s} \quad (14)$$

$$S_1 = kA_i \quad (15)$$

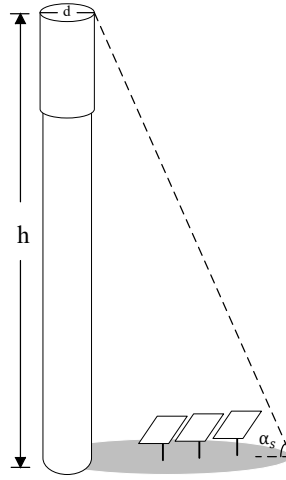


图 5 塔的阴影遮挡模拟图

蒙特卡洛光线追迹法、坐标系仿射法等方法均可用于计算相邻镜子的遮挡率。本题中，为了方便计算，采用简化的平板投影法计算镜面遮挡率，并做出如下假设：

- (1) 遮挡阴影只由相邻定日镜产生；
- (2) 相邻定日镜间距较小，太阳光可视为平行光，且相邻镜子可以视为相互平行的；
- (3) 定日镜左右方向重叠导致的遮挡阴影较小，可以忽略不计，仅考虑定日镜前后方向的遮挡。

定日镜 b 上的遮挡阴影可以视为 b 镜前方的定日镜 a 产生的。当镜面不与地面平行时，定日镜会在地面产生影子。若定日镜 b 与定日镜 a 的影子有重叠，则会在 b 上产生遮挡阴影。相邻定日镜的距离 d' （定日镜中心的间距）可以用来定量描述是否发生重叠，若两镜重叠的极限距离为 d ，则当 $d' \geq d$ 时，不会发生重叠，反之则产生阴影。

如图所示，两镜重叠的极限距离可以通过几何关系推导得出。若定日镜俯仰角为 β ，长度为 l ，则极限距离 d' 的计算公式为：

$$d' = l\cos\beta + \frac{l\sin\beta}{\tan\alpha_s} \quad (16)$$

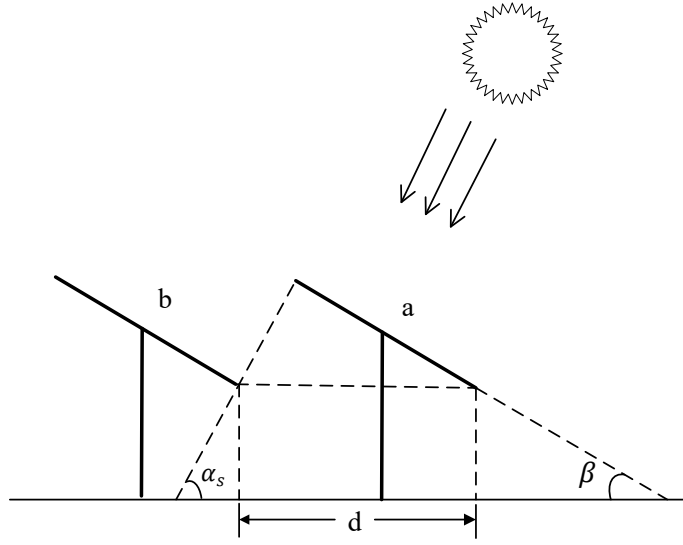


图 6 阴影遮挡模型剖面图

接下来推导定日镜俯仰角 β 的表达式。由式(8)和式(9)可知，定日镜上入射光 \vec{i} 和反射光 \vec{r} 的矢量表示为：

$$\vec{i} = (-\sin\gamma_s \cos\alpha_s, -\cos\gamma_s \cos\alpha_s, -\sin\alpha_s) \quad (17)$$

$$\vec{r} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (h-z)^2}} (-x, -y, h-z) \quad (18)$$

根据光的反射定律，定日镜的法向量可以表示为：

$$\vec{n} = \vec{r} - \vec{i} \quad (19)$$

则定日镜的俯仰角为：

$$\tan\beta = \frac{L + \sin\alpha_s \cdot t}{\sqrt{(x^2 + y^2 + t^2 \cos^2\alpha_s - 2\cos\alpha_s \cdot t \cdot (x \cdot \sin\gamma_s - y \cdot \cos\alpha_s))}} \quad (20)$$

$$t = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (21)$$

若 $d' \geq d$ ，则阴影遮挡损失为 0， $\eta_{sb} = 1$ 。若 $d' < d$ ，将重叠部分长度占总长度的比例作为阴影遮挡损失，则阴影遮挡效率表达式为：

$$\eta_{sb} = 1 - \frac{\Delta d}{L \cos\beta} \quad (22)$$

$$\Delta d = d - d' \quad (23)$$

3. 截断效率模型

反射光从镜面到达集热器的过程中，由于热量逸散、光线偏折等原因造成的能量耗散，集热器无法吸收由定日镜反射的全部能量。本题定义了截断效率描述能量耗散程度，其计算公式是：

$$\eta_{trunc} = \frac{\text{集热器接收能量}}{\text{镜面全反射能量} - \text{阴影遮挡损失能量}} \quad (24)$$

因此，为了计算集热器截断效率，需要分别建立模型，求解集热器接收的能量和镜面实际反射的能量。

影响集热器吸收能量的因素由许多种。由于入射光线不是平行光，而是一束光锥，则反射光也是一束光锥，因此光锥投射到集热器上时会形成光斑。定日镜与吸收塔距离越大，光斑直径越大，可能导致光斑无法完全落在集热器表面，带来热量损失。本题假设不考虑吸热器材质、传播中损耗等带来的影响，通过 HFLCAL 模型计算集热器吸收的能量。

德国航空航天中心提出的 HFLCAL 模型给出了光斑在吸热面上的热流密度分布公式，相比蒙特卡洛光线追迹法等模型，该模型计算速度更快，且精度较高。本题采用 HFLCAL 模型，根据集热器表面任意一点的能流密度计算集热器总吸热量。

根据 HFLCAL 模型，集热器表面任意一点 (x, y) 的能流密度为：

$$Q(x, y) = \frac{P_m}{2\pi\sigma_{tot}^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_{tot}^2}} \quad (25)$$

其中， P_m 是定日镜反射的总能量， σ_{tot} 是集热器表面光斑的总标准差，其计算公式为：

$$\sigma_{tot} = \sqrt{d^2(\sigma_{sun}^2 + \sigma_{bq}^2 + \sigma_{ast}^2 + \sigma_{track}^2)} \quad (26)$$

式(26)中， d 是镜面中心到集热器中心的距离， σ_s 是斜率误差的标准差， σ_{sum} 是太阳形状标准差， σ_{bq} 是光束质量误差标准差， σ_{ast} 是像散标准差， σ_{track} 是跟踪误差标准差，计算公式如下：

$$\sigma_{bq}^2 = (2\sigma_s)^2 \quad (27)$$

$$\sigma_{ast} = \sqrt{\frac{0.5(H_t^2 + W_s^2)}{4d}} \quad (28)$$

$$H_t = \sqrt{SH \times SW} \left| \frac{d}{f} - \cos \theta \right|, W_s = \sqrt{SH \times SW} \left| \frac{d}{f} \cos \theta - 1 \right| \quad (29)$$

H_t 、 W_s 是集热器上光斑的尺寸、 LH 、 LW 是定日镜的高度和宽度， f 是定日镜的轴向焦距。

根据集热器上任意一点的能流密度，可以计算出集热器吸热量为：

$$Q_{rec,in} = \frac{P_m}{2\pi\sigma_{tot}^2} \iint_{xy} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_{tot}^2}} dydx \quad (30)$$

式(30)中，镜面全反射能量减去阴影遮挡损失能量是定日镜反射的总能量，即 P_m 。则集热器截断效率表达式为：

$$\eta_{trunc} = \frac{1}{2\pi\sigma_{tot}^2} \iint_{xy} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_{tot}^2}} dydx \quad (31)$$

4. 定日镜光学效率模型

上述三个模型已经求得阴影遮挡效率、余弦效率和集热器截断效率的表达式。镜面反射率，每面镜子的大气透射率表达式已知，则可以得到每面定日镜的光学效率 η_i ：

$$\eta_i = \eta_{sb}\eta_{cos}\eta_{at}\eta_{trunc}\eta_{ref} \quad (32)$$

$$\eta_{sb} = 1 - \frac{\Delta d}{l\cos\beta} \quad (33)$$

$$\eta_{cos} = \cos\theta = \frac{\sqrt{x^2 + y^2 + (h-z)^2} - x\sin\gamma_s\cos\alpha_s - y\cos\gamma_s\cos\alpha_s - \sin\alpha_s(h-z)}{2\sqrt{x^2 + y^2 + (h-z)^2}} \quad (34)$$

$$\eta_{at} = 0.99321 - 0.0001176d_{HR} + 1.97 \times 10^{-8} \times d_{HR}^2 \quad (35)$$

$$\eta_{trunc} = \frac{1}{2\pi\sigma_{tot}^2} \iint_{xy} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_{tot}^2}} dydx \quad (36)$$

$$\eta_{ref} = 0.92 \quad (37)$$

对于年平均光学效率，只需将总共 12 个月，每月 21 日 5 个时刻所有定日镜光学效率求取算术平均值即可。

5. 单位面积镜面平均输出热功率模型

单位镜面面积的平均输出热功率为镜场总输出功率与镜面总面积的比值。若镜面总数为 n ，且本题中各镜面尺寸相同，则单位面积镜面平均输出热功率为：

$$E = \frac{E_{field}}{n \cdot A_i} = \frac{DNI \cdot \sum_i \eta_i}{n} \quad (38)$$

$$DNI = G_0 \left[a + b \exp \left(-\frac{c}{\sin \alpha_s} \right) \right] \quad (39)$$

$$a = 0.4327 - 0.00821(6 - H)^2 \quad (40)$$

$$b = 0.5055 + 0.00595(6.5 - H)^2 \quad (41)$$

$$c = 0.2711 + 0.01858(2.5 - H)^2 \quad (42)$$

其中, $G_0 = 1.366 \text{ kW/m}^2$, H 为海拔高度 (3000m), η_i 的表达式在之前的模型中已经求得。

5.2 问题一模型的求解

在 5.1 中已经求得了平均余弦效率、平均阴影遮挡效率、平均截断效率、平均光学效率和单位面积镜面平均输出热功率的表达式, 只需将相应数值代入即可。需要注意的是, 在计算大气透射率时, 题中给出限制条件: 镜面中心到集热器中心的距离 $d_{HR} \leq 1000$ 。因此在计算每面镜子的大气透射率时, 需要确保满足上述条件。事实上, 本题规定了吸收塔高度为 80m, 镜场半径 350m, 则 d_{HR} 的最大值为 $\sqrt{80^2 + 350^2} < 1000$, 所以每面镜子都满足条件。

根据 5.1 建立的定日镜光学效率模型、余弦效率模型、阴影遮挡效率模型、截断效率模型, 结合题目所给的定日镜坐标, 经过编写程序计算, 问题一的求解结果如下表所示:

表 1 问题一每月 21 日平均光学效率及输出功率

日期	平均光学效率	平均余弦效率	平均阴影遮挡效率	平均截断效率	单位面积镜面平均输出热功率 (kW/m^2)
1 月 21 日	0.51836	0.5973	0.998	0.964419	0.44293
2 月 21 日	0.50819	0.58866	0.99922	0.96301	0.47329
3 月 21 日	0.50121	0.58315	0.99977	0.96248	0.4949
4 月 21 日	0.49728	0.58025	1.0	0.96226	0.50957
5 月 21 日	0.49576	0.57923	1.0	0.96226	0.51648
6 月 21 日	0.49537	0.57899	1.0	0.96226	0.51847
7 月 21 日	0.49578	0.57924	1.0	0.96226	0.51641

8 月 21 日	0.4974	0.58033	1.0	0.96226	0.50906
9 月 21 日	0.49828	0.58337	0.99975	0.9625	0.49002
10 月 21 日	0.50929	0.58956	0.9991	0.96313	0.47004
11 月 21 日	0.51938	0.59821	0.99786	0.96433	0.43974
12 月 21 日	0.52386	0.60226	0.99719	0.96499	0.42536

表 2 问题一年平均光学效率及输出功率表

年平均光学效率	年平均余弦效率	年平均阴影遮挡效率	年平均截断效率	年平均输出热功率 (MW)	单位面积镜面年平均输出热功率 (kW/m^2)
0.50501	0.58671	0.99924	0.96301	30.416	0.48386

其中，将年平均光学效率、年平均余弦效率、年平均阴影遮挡效率、年平均截断效率绘制成柱状图。可以发现，年平均余弦效率相对较低，对光学效率的影响最大。对于后续镜场布局优化，需要考虑尽可能提升平均余弦效率的排布方式。

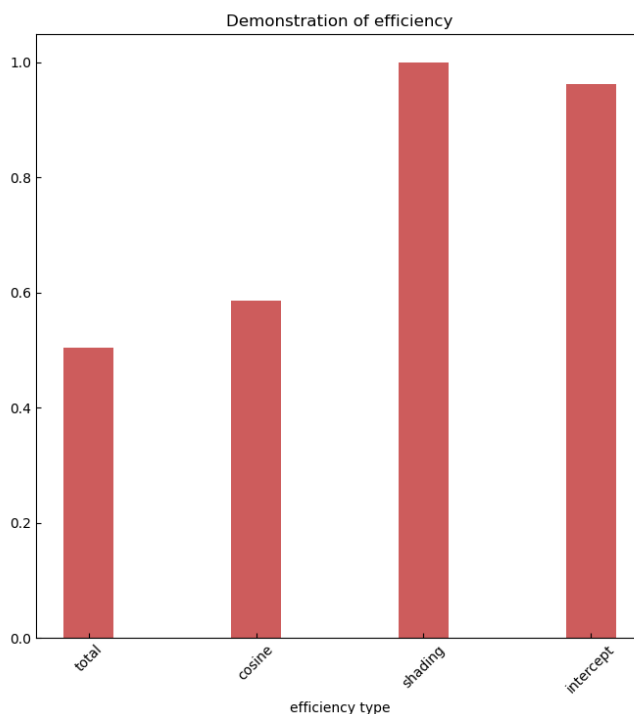


图 7 问题一各效率求解结果

5.3 问题二模型的建立

镜场的输出热功率与定日镜布局密切相关。对于每种定日镜排布方式，可以找到吸收塔高度、定日镜高度、定日镜尺寸等参数的最佳组合，进而比较每种定日镜排布方式

下输出热功率的大小，得到最优排布方式和参数组合。目前，常见的定日镜布局方式有 3 种：DELSOL3 布局、无遮挡布局和无阻塞布局。本问基于 DELSOL3 和无遮挡布局两种布局方式，分别建立模型，设计出使得镜场输出热功率最高的参数，归纳出最佳布局模型。

5.3.1 镜场布局参数的确立

镜场输出热功率主要由定日镜光学效率决定，影响定日镜光学效率的因素有余弦效率和阴影遮挡效率。这两个因素与定日镜间排布方式有关。若定日镜间距较大，排布较为稀疏，则镜间阴影遮挡效率较小。若定日镜间距较小，排布较为密集，则镜间阴影遮挡效率可能较大，但由于定日镜密度增加，总采光面积可能更大。因此，量化镜间距离是模拟镜场布局的关键。为了方便计算，将镜间距离分解为法线方向 Δr 和切线方向 $\Delta \tau$ ，作为镜场布局的基本参数。

问题二的模型基于无遮挡（EB）布局方式，因此需要先介绍两种常见布局的排布结构——DELSOL3 布局与 EB 布局。

1. DELSOL3 布局

在 DELSOL3 布局中，将每个定日镜看作一个基本圆。假设定日镜长度和宽度为 SW，SH，则该基本圆的直径 $D = \sqrt{(SW)^2 + (SH)^2}$ 。将圆形镜场区域按径向方向分成 i 个区域，每个基本圆的圆心都落在区域边缘。将第一个区域的第 i 对相邻定日镜之间距离记为 $\Delta \tau_{1,i}$ ，第一个区域上定日镜均匀分布，则定日镜间距为：

$$\Delta \tau_{1,i} = (1.791 + 0.6396\theta_L)SW + \frac{0.02873}{\theta_L - 0.04902} \quad (43)$$

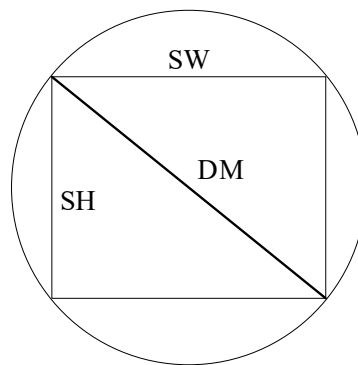


图 8 基本圆模拟图

第一个区域排布确定后，依次排布后续区域，同时保证相邻镜子间不产生阴影遮挡损失。只有当第 i 个区域的镜子与第一个区域的间距比大于等于不产生阴影遮挡的极限距离时，再排布第 i+1 个区域。阴影遮挡极限距离的计算方法在 5.1.2 中已经讨论过，则各定日镜坐标为：

$$x_m = R_{(i,j)} \sin \theta, y_m = R_{(i,j)} \cos \theta, z_m = z_0 \quad (44)$$

2. 无遮挡布局（EB 布局）

对于无遮挡布局，同样将定日镜看作基本圆，将圆形镜场分成 i 个区域，通过作图方法生成基本圆的排布。

- (1) 首先确定第一个区域的排布，使得相邻定日镜之间距离等于定日镜宽度的两倍。第二个区域与第一个区域交错排布，保证两个区域间的定日镜之间不会发生干涉。
- (2) 对于剩下的区域，随着定日镜行数增加，相邻区域之间间距增大，最大的限制距离公式如下：

$$\tau_{limit} = \frac{\Delta\tau_{(1,k_1)}}{\Delta\tau_{(1,1)}} = \frac{\Delta\tau_{(i,k_i)}}{\Delta\tau_{(i,1)}} \quad (45)$$

其中， $\Delta\tau_{(i,k_i)}$ 表示第 i 个区域上第 k_i 个基本圆的间距。

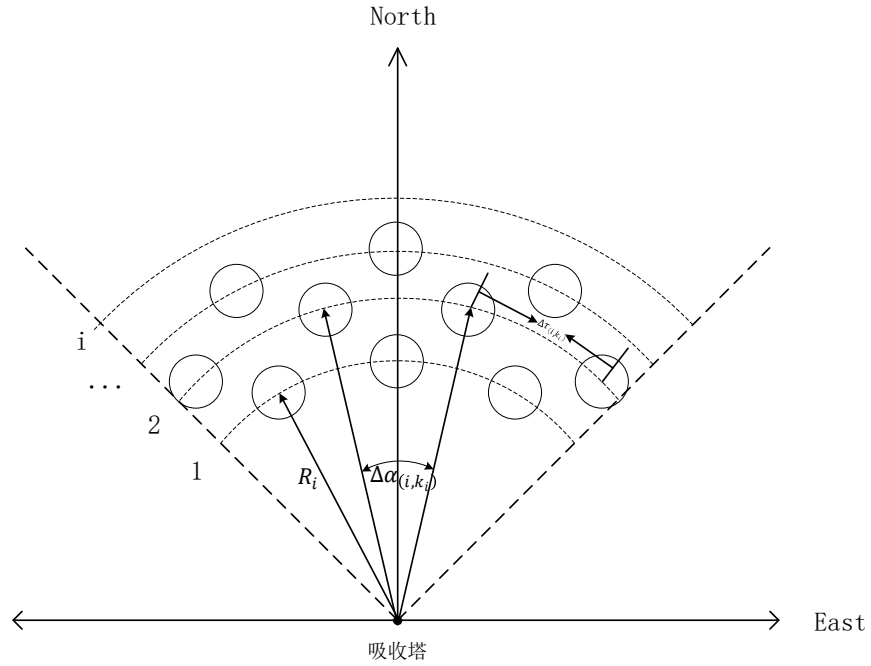


图 9 EB 布局排布示意图

5.3.2 镜面面积负效应优化模型的建立

由前文分析可知，对于 EB 无遮挡布局镜场，通常只需考虑集热器塔所造成的阴影遮挡损失 $loss_{sb}$ 。对于优化模型，镜面的增大与高度的变化无疑可以直观地加强集热作用。但当镜面增大到一定程度后，相互之间可能无法在限定面积的情况下构成 EB 无遮挡布局，因此会造成 η_{sb} 与 η_{trunc} 均减小，称为镜面面积负效应。

平衡 A_i 与 $loss_{sb}$ 、 $loss_{trunc}$ 间的关系，量化镜面面积负效应，即为有约束的规划问题。本问题较为复杂，无法通过一般解决规划问题的方法求解，因此在原问题基础上，提出

两条新的假设，使其转化为可通过模拟退火算法与拟合方法求解的问题，且方便进行模拟：

- (1) 假设 1：为简化计算，定日镜均取正方形；
- (2) 假设 2：满足条件的情况下，应当尽量选取较少的定日镜数目。

接下来，根据题目约束条件建立镜面面积副效应优化模型。

由题目可知，单位镜面面积年平均输出热功率要尽可能大，则目标函数为：

$$Max(P_m), P_m = \frac{DNI \cdot \sum_{i=1}^n A_i \eta_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad (46)$$

题中所给的约束条件如下：

- (1) 定日镜和吸收塔均在圆形定日镜场内；
- (2) 定日镜镜面边长在 2m 至 8m 之间，安装高度在 2m 至 6m 之间，且相邻定日镜底座中心间距比镜面宽度多 5m 以上；
- (3) 定日镜坐标不能和吸收塔重合。

设任意两面定日镜坐标为 (x_i, y_i, z_i) 和 (x_j, y_j, z_j) ，吸收塔坐标为 $(x_{tower}, y_{tower}, z_{tower})$ ，定日镜长度为 m ，宽度为 l ，则约束条件可以表示为：

$$\begin{aligned} s. t. \quad & x_i^2 + y_i^2 \leq R^2, i = 1, 2 \dots n \\ & x_{tower}^2 + y_{tower}^2 \leq R^2 \\ & z_i \leq H_{tower}, i = 1, 2 \dots n \\ & (x_i, y_i) \neq (x_{tower}, y_{tower}), i = 1, 2 \dots n \\ & \begin{cases} 2 \leq m \leq 8 \\ 2 \leq l \leq 8 \\ 2 \leq z \leq 6 \end{cases} \\ & \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} - m \geq 5 \end{aligned} \quad (47)$$

5.4 问题二模型的求解与分析

若直接使用例如蒙特卡洛模拟方法进行模拟，并优化镜场布局，其计算量极为庞大，初步评估为无法在有效时间内求得最优解的问题，且镜面尺寸与高度构建不易。因此，构建如下求解流程：

Step1. 选取经验型无遮挡布局 EB，在给定的定日镜尺寸与高度附近选择一系列值，依据光线追踪法，使用 SolarPILOT 仿真软件设定参数，选取代表时间为每月 21 日 9:00, 10:30, 12:00, 13:30, 15:00，仿真出相应镜场；

Step2. 根据仿真结果，使用计算程序计算光学效率 η ，并与仿真结果进行对比；

Step3. 分析对比结果，找出最优定日镜尺寸、高度等参数，并对部分定日镜位置进行微调，取得最优解。

根据以上流程求解，可得到结果如下（详细定日镜坐标排布参见支撑材料中的

result2.xlsx):

表 3 问题二每月 21 日平均光学效率及输出功率

日期	平均光学效率	平均余弦效率	平均阴影遮挡效率	平均截断效率	单位面积镜面平均输出热功率 (kW/m ²)
1 月 21 日	0.63318	0.78306	0.95627	0.98718	0.63343
2 月 21 日	0.63175	0.77808	0.96714	0.97713	0.64082
3 月 21 日	0.62938	0.77148	0.97475	0.97512	0.65098
4 月 21 日	0.62832	0.77136	0.99172	0.96902	0.65974
5 月 21 日	0.62825	0.76415	0.99917	0.95575	0.67173
6 月 21 日	0.62736	0.76400	1.00000	0.94157	0.70832
7 月 21 日	0.62351	0.76765	0.99524	0.94089	0.70637
8 月 21 日	0.62030	0.77487	0.98144	0.94138	0.70417
9 月 21 日	0.61342	0.77961	0.97225	0.96321	0.69317
10 月 21 日	0.60865	0.78362	0.97077	0.96448	0.68513
11 月 21 日	0.60750	0.78958	0.96044	0.97101	0.66955
12 月 21 日	0.60534	0.79064	0.95137	0.98678	0.65731

表 4 问题二年平均光学效率及输出功率表

年平均光学效率	年平均余弦效率	年平均阴影遮挡效率	年平均截断效率	年平均输出热功率 (MW)	单位面积镜面年平均输出热功率 (kW/m ²)
0.62141	0.77651	0.97671	0.96446	62.71492	0.65286

表 5 问题二设计参数表

吸收塔位置坐标	定日镜尺寸 (宽 × 高)	定日镜安装高度 (m)	定日镜总面数	定日镜总面积 (m ²)
(0, 0)	8m × 8m	5.7m	1436	91904

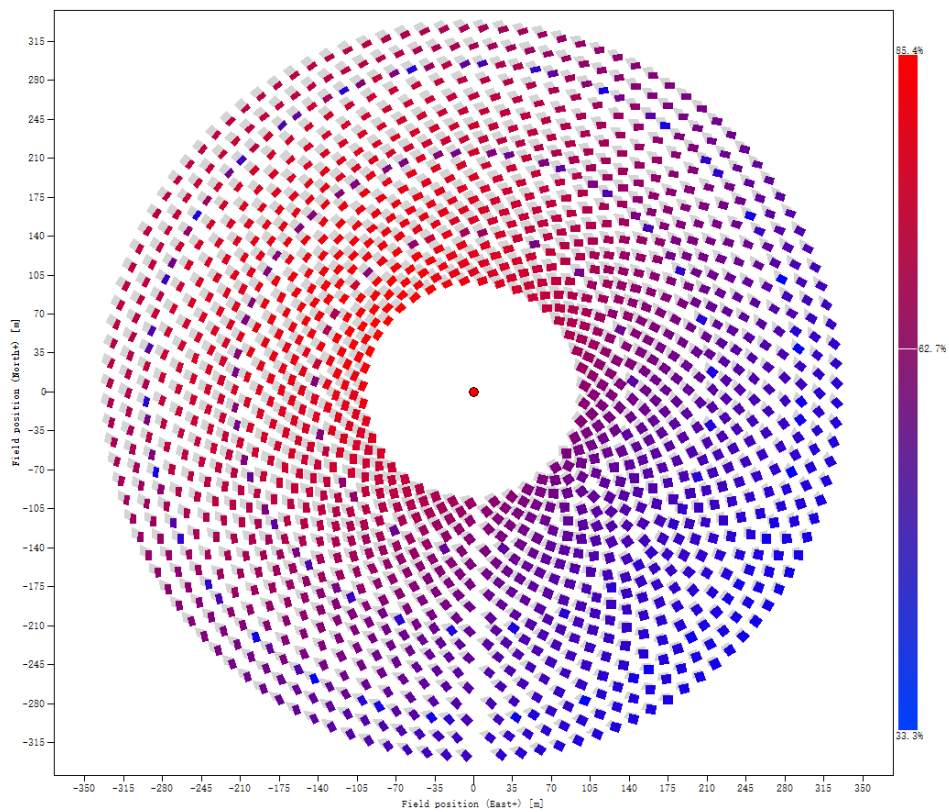


图 10 问题二布局仿真结果

将问题二求解得到的各项效率值制成柱状图，可以发现余弦效率得到了明显提高。

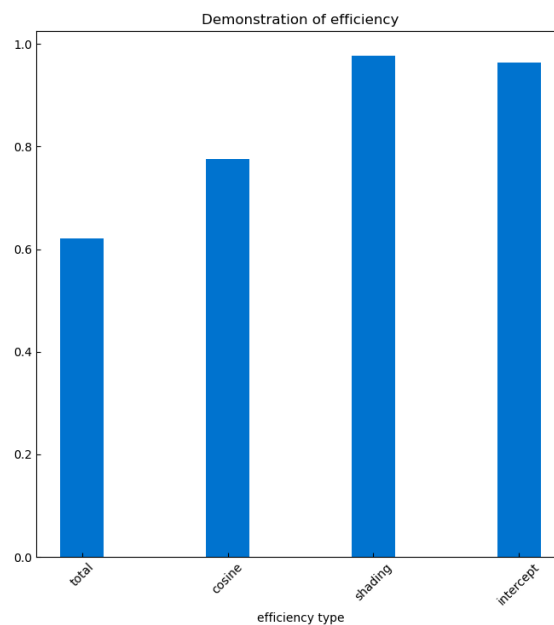


图 11 问题二各效率结果图

针对求解给出的各个 η ，与计算程序所得 η 进行对比，做出如下解释：

1. 由于仿真软件的限制，当地经纬度与海拔与实际数据存在一定差距；
2. 仿真软件在分析 η_{sb} 时，相较计算程序对塔阴影的处理方法，其处理更为全面（如

考虑了实际阴影形状对塔的影响), 因此在 EB 布局中阴影损失几乎可忽略不计;

3. 仿真软件选取了日均主要工作时间进行计算, 计算量增大的同时减少了损失量。

5.5 问题三模型的建立

针对问题三, 定日镜尺寸与安装高度均解除限制, 则能够更加自由地进行规划, 构建单位镜面面积年均输出热功率更大的定日镜场。经查阅资料, 对比前文结果, 可知阻挡大多发生在内侧定日镜对外侧的遮挡。因此可沿定日镜场半径向外方向适当加高定日镜高度, 其具体高度由太阳高度角 α_s 与定日镜平面坐标 (x, y) 共同决定。

为此, 采取模拟退火方法, 在问题 2 基础上, 尝试增加定日镜场外侧镜的高度, 并在保证遮挡效率效应的情况下, 在总效率较高的定日镜基础上构建面积更大的定日镜, 以寻找更优的规划结果。

由题目可知, 规划目标为: 定日镜场单位镜面面积年均输出热功率 P_m

问题三模型算法简述如下:

Step1. 初始化使用上文中的仿真模型布局, 选取初始温度 $t_0 = T$, 计算适应值 $f(i_0) = g(\eta, n, A_{average})$ 。其中 i_0 为初始状态, 即根据效率与镜面平均面积求得目标效率 P_m ;

Step2. 判断是否满足 $t_0 = 0$, 即迭代已达到要求。已达到要求则结束并输出最优状态, 否则进入Step3;

Step3. 判断是否在当前温度 t_k 下达到平衡, 如平衡则进入Step7, 否则进入Step4;

Step4. 从 i 的邻域中随机选择一个状态 j , 此处状态 j 中定日镜高度 z_i 随半径 $\sqrt{x_i^2 + y_i^2}$ 的增加而适当增大。依据模拟结果关于不改变定日镜高度 H 时的拟合关系, 选取问题 1 中对应“圈数”, 确定高度增大系数。之后, 计算 j 的适应值 $f(j)$ 。若 $f(j) \geq f(i)$, 则使用Metropolis准则, 计算接受概率 $P(t_k) = e^{-\frac{f(j)-f(i)}{t_k}}$, 进入Step5; 否则进入Step6;

Step5. 从 $(0, 1)$ 区间内取得随机数, 判断是否小于 $P(t_k)$ 。若是, 进入Step6, 否则返回Step3;

Step6. 令 $i = j, f(i) = f(j)$;返回Step3;

Step7. 降温冷却: $t_{k+1} = drop(t_k), k = k + 1$, 其中 $drop(t_k) = t_0 / \lg(1 + k)$, 返回Step2。

5.6 问题三模型的求解与分析

同问题 2, 使用仿真软件进行模拟, 选取定日镜场布局为 EB 无遮挡型布局, 得出多组定日镜坐标。对处理后的数据, 采用拟合工具进行分析后, 人工选取相对合理的对得出的定日镜坐标使用模拟退火算法与计算程序进行优化, 得出的结果如下: (详细数据参见支撑材料中的 result3.xlsx):

表 6 问题三每月 21 日平均光学效率及输出功率

日期	平均光学效率	平均余弦效率	平均阴影遮挡效率	平均截断效率	单位面积镜面平均输出热功率 (kW/m ²)
1 月 21 日	0.58807	0.81318	0.95735	0.98651	0.6821
2 月 21 日	0.59819	0.79912	0.95908	0.97413	0.69315
3 月 21 日	0.61233	0.79123	0.96118	0.97110	0.69414
4 月 21 日	0.62950	0.78351	0.97304	0.96201	0.70411
5 月 21 日	0.64533	0.7801	0.98278	0.95675	0.70818
6 月 21 日	0.67310	0.77631	0.99413	0.94857	0.7461
7 月 21 日	0.69840	0.78342	1	0.94085	0.7501
8 月 21 日	0.68831	0.78931	0.99135	0.94133	0.75212
9 月 21 日	0.66531	0.79712	0.98531	0.96527	0.73719
10 月 21 日	0.63734	0.79461	0.97653	0.96842	0.71409
11 月 21 日	0.61542	0.79659	0.96442	0.97401	0.70418
12 月 21 日	0.60091	0.80311	0.95801	0.98078	0.68405

表 7 问题三年平均光学效率及输出功率表

年平均光学效率	年平均余弦效率	年平均阴影遮挡效率	年平均截断效率	年平均输出热功率 (MW)	单位面积镜面年平均输出热功率 (kW/m ²)
0.63768	0.79230	0.97527	0.96414	60.48	0.71413

表 8 问题三设计参数表

吸收塔位置坐标	定日镜尺寸 (宽 × 高)	定日镜安装高度 (m)	定日镜总面数	定日镜总面积 (m ²)
(0, 0)	——	——	1451	88954

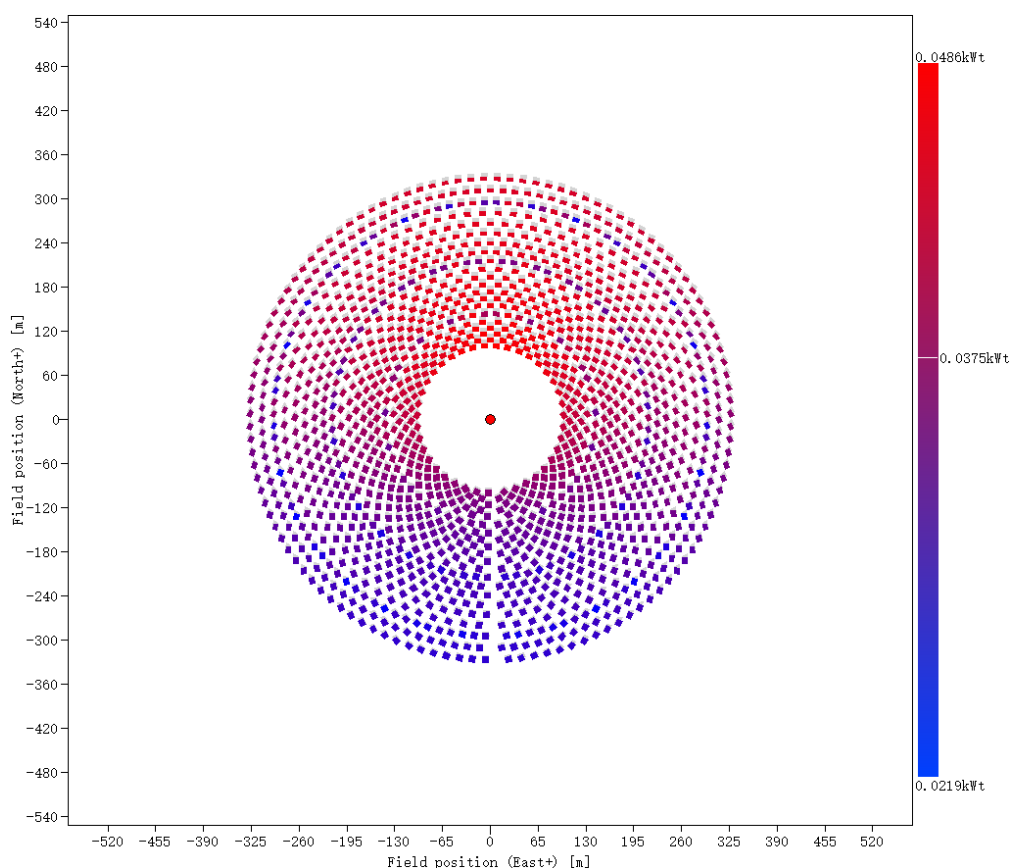


图 12 问题三定日镜布局仿真结果

六、 模型分析

本文所建立的三个模型中，计算程序求解结果与仿真结果的主要效率误差如下所示：

模型	主要效率误差		总效率误差
问题一	截断效率	3.34%	3.21%
问题二	余弦效率	7.32%	7.24%
问题三	余弦效率	9.91%	10.86%

可见，对于问题一，因镜场中沿径向的定日镜分布形状为相对标准的圆形，因此主要依据几何关系求解所得的余弦效率误差较小。又因余弦效率为计算总效率中所占权重最大的影响因素，因此总误差较小。

对于问题二、问题三，将仿真所得镜场沿径向分为若干的圈，每圈上定日镜分布稀疏程度不一，因此几何方法计算得到的余弦效率误差将会增大，故总误差增大。

七、 模型总结与推广

7.1 模型的优点

1、问题一中截断效率模型的建立采用 HFLCAL 模型研究光斑在在吸热面上的热流密度分布，相比于传统方法（如卷积法等）具有计算速度更快，精度更高的特点。

2、问题二中引入 EB 布局经验模型进行修正,采用仿真方法对该优化模型进行求解,极大地缩短了求解时间。

3、问题三中采用模拟退火方法对定日镜的尺寸和安装高度等进行规划寻找最优的合理方案,并且基于光线追踪法进行仿真,可有效说明模型的准确性,还原定日镜场实地最优化布局的真实情况,有效修正了因实际排布不均衡而产生的几何计算误差问题。

7.2 模型的缺点

1.问题一所建立的效率模型尽管对于圆形排布的镜场具有普适性,但不同定日镜计算位置时,仍然会由于实际排布不均匀产生少许误差。这种误差在定日镜数量达到一定规模时,将会明显体现。因此这种模型不能被很好的应用于超大规模、不规则、且径向非均匀排布的镜场。此缺点在问题二、三中均有体现。

2. 问题二、三使用仿真软件较多,因此求解速度仍然有待提高。且对于地理位置限制较大。在实际问题中,定日镜场的规划往往还需考虑成本问题,因此本模型的实用性仍有待商榷。

7.3 模型的改进

针对本模型缺点,提出如下的改进方案:

1. 使用程序求解时,可针对不同的定日镜场分布进行进一步优化,从而降低余弦效率计算误差,提高本模型的普适性;

2. 仿真使用的光线追迹法运行效率较慢,可使用目前的一些前沿技术(如 GPU 光线追踪),将程序移植到相关计算硬件并进行结合,可提高运行效率与准确程度。

7.4 模型的推广

随着能源科技的发展,以太阳能光热发电为代表的新能源正在逐渐代替火力发电等传统发电方式,而发电成本问题是目前新能源取代传统能源的最大阻力。本模型可应用于世界各地不同纬度,不同精度,不同地形,不同气候的太阳能光热发电厂的定日镜场最优布局问题,对定日镜场的效率计算与优化具有一定的参考意义,有利于实现对于太阳能的最高效利用。同时,本模型可进一步引入成本变量,从而用于设计经济效益较高的定日镜场。

八、 参考文献

- [1] 何丽娟.塔式电站中定日镜场的建模与仿真[D].南京师范大学, 23-32, 2014.
- [2]王瑞庭,魏秀东.太阳能塔式电站镜场对地面的遮阳分析[J].光子学报,2009,38(09):2414-2418.
- [3]张平,奚正稳,华文瀚等.太阳能塔式光热镜场光学效率计算方法[J].技术与市场,2021,28(06):5-8.
- [4]刘建兴. 塔式光热电站光学效率建模仿真及定日镜场优化布置[D].兰州交通大学,2023.DOI:10.27205/d.cnki.glttc.2022.001089.
- [5]丁琦,曾智勇,陈武忠等.一种定日镜场有效镜面面积的评估方法[J].太阳能学

报,2021,42(09):184-189.DOI:10.19912/j.0254-0096.tynxb.2019-0646.

[6]程小龙. 基于光学效率的塔式电站镜场布局优化设计研究[D].合肥工业大学,2019.

[7]O. Farges, J.J. Bezan, M. El Hafi, Global optimization of solar power tower systems using a Monte Carlo algorithm: Application to a redesign of the PS10 solar thermal power plant [J], Renewable Energy, 2018, 119:345-353.

[8]张国勋,饶孝枢.塔式太阳能聚光系统太阳影象方程[J].太阳能学报,1982(02):172-178.DOI:10.19912/j.0254-0096.1982.02.008.

[9] Peter Schwarzbözl, Mark Schmitz and Robert Pitz-Paal. VISUAL HFLCAL—A SOFTWARE TOOL FOR LAYOUT AND OPTIMISATION OF HELIOSTAT FIELDS [J]. SolarPACES 2009. September 2009.

[10]文龙,肖斌,周治等.基于 HFLCAL 计算模型的定日镜成像仿真分析[J].太阳能,2017(07):46-49.DOI:10.19911/j.1003-0417.2017.07.008.

[11] Lorenzo Pisani, Giuliana Siddi Moreau, Erminia Leonardi, Carlo Podda, Andrea Mameli, Giacomo Cao. Multi-tower heliostat field optimization by means of adiabatic quantum computer[J]. Solar Energy 263 (2023) 111893.

附录

一、支撑材料清单：

- result2.xlsx
- result3.xlsx
- Q1.zip（问题1 计算程序）
- Q1-Q3 结果表格.docx
- 上海市太阳高度角材料.CSV

二、支撑材料 Q1 中出现的源代码

```
import pandas as pd
import numpy as np

df = pd.read_excel("../data/Mirror/附件.xlsx")
data = df.values
data
#%%
import matplotlib.pyplot as plt
plt.figure(figsize=(10,10))
plt.scatter(data[:, 0], data[:, 1])
plt.xlim(-350,350)
plt.ylim(-350,350)
plt.show()
#%%
# 太阳轨迹分析
from math import *

def getdhr(data,z):
    dhr = np.ndarray(data.shape[0])
    for i in range(data.shape[0]):
        dhr[i] = sqrt(data[i,0]**2+data[i,1]**2+(80-z[i])**2)
    return dhr

field_area = pi*350*350-pi*100*100
dhr = getdhr(data,4*np.ones(data.shape[0]))
r = np.zeros(350)
for i in range(data.shape[0]):
    r[int(sqrt(data[i, 0] ** 2 + data[i, 1] ** 2 ))] += 1
for i in range(350):
    if r[i] != 0:
        print("r=" + str(i) + ":" + str(r[i]))
#%%
```



```

def getAlphas(delta, phi, omega):
    return asin(cos(delta) * cos(phi) * cos(omega) + sin(delta) * sin(phi))

def getGammas(alphas, delta, phi):
    cosgammas = (sin(delta) - sin(alphas) * sin(phi)) / (cos(alphas) * cos(phi))
    if cosgammas > 1: # 误差修正
        cosgammas = 1
    elif cosgammas < -1:
        cosgammas = -1
    return acos(cosgammas)

def getOmega(T):
    return pi * (T - 12) / 12

def getDelta(D):
    return asin(sin((2 * pi * D) / 365) * sin((2 * pi * 23.45) / 360))

def getCosTheta(alphas, gamma, x, y, z, h_tower=80): # 余弦效率
    return sqrt(
        1 / 2 - (x * cos(alphas) * sin(gamma) + y * cos(alphas) * cos(gamma) + sin(alphas) *
        (h_tower - z)) / (
            2 * sqrt(x * x + y * y + (h_tower - z) ** 2)))

def getLoss_cos(data, alphas, gamma):
    Loss_cos = np.ndarray(data.shape[0])
    for i in range(Loss_cos.shape[0]):
        Loss_cos[i] = getCosTheta(alphas, gamma, data[i, 0], data[i, 1], 4)
    return Loss_cos

def getLoss_at():
    return 0.99321 - 0.0001176 * dhr + (1.97e-8) * dhr * dhr

def getLoss_sb(alphas,z=4):
    shadow_len = 84/tan(alphas)
    loss = 1
    if shadow_len > 100:
        shadow_area = 7*(shadow_len-100)
        loss = (field_area-shadow_area)/field_area
    mirror_loss = np.ones(data.shape[0])
    for j in range(data.shape[0]):
        theta = atan(80/sqrt(data[j,0]**2+data[j,1]**2))

```

```

        theta1 = (alphas-theta)/2
        l = (z+3*sin(theta1))/tan(alphas)
        if l>13 and j <1616:
            mirror_loss[i] = 13/l
    return loss*(mirror_loss)

```

```

# def getLoss_trunc(alphas):
# %%
# 举例验证太阳轨迹公式，以北京为例
phi = radians(31.2) # 纬度
T = 12 # 当地时间
D = 0 # 距离春分的日期 (3 月 21 日)
sunTrace = pd.read_csv("../data/Mirror/SunTrace.CSV").values
sunTrace_true = sunTrace[:, 2]
sunTrace_computed = []
for i in range(sunTrace.shape[0]):
    sunTrace_computed.append(degrees(getAlphas(getDelta(sunTrace[i, 1]), phi,
getOmega(sunTrace[i, 0]))))
print(sunTrace_true)
print(sunTrace_computed)
x_idx = [i for i in range(0, 12)]
plt.plot(sunTrace_computed)
plt.plot(sunTrace_true)
plt.show()
# %%

```

```

time = [9, 10.5, 12, 13.5, 15]

```

```

def getDNI(H, alphas):
    a = 0.4237 - 0.00821 * ((6 - H) ** 2)
    b = 0.5055 + 0.00595 * ((6.5 - H) ** 2)
    c = 0.2711 + 0.01858 * ((2.5 - H) ** 2)
    return 1.366 * (a + b * exp(-c / sin(alphas)))

```

```

loss_at = getLoss_at()
loss_ref = 0.92

```

```

def getMonthlyDNI(days):
    print(days)
    arr = np.ndarray(5)
    loss_cos_mean = np.ndarray(5)
    loss_sb_mean = np.ndarray(5)
    loss_trunc_mean = np.ndarray(5)
    for i in range(5):
        alphas = getAlphas(getDelta(days), radians(39.4), getOmega(time[i]))

```

```

    gammas = getGammas(alphas, getDelta(days), radians(39.4))
    loss_cos = getLoss_cos(data, alphas, gammas) # 每面余弦损失
    loss_sb = getLoss_sb(alphas)
    loss_trunc = loss_at/loss_sb*0.997
    loss = loss_cos * loss_at * loss_ref*loss_sb*loss_trunc # 每面总损失
    loss_cos_mean[i] = loss_cos.mean()
    loss_sb_mean[i] = loss_sb.mean()
    loss_trunc_mean[i]= loss_trunc.mean()
    print(getDNI(3.004, alphas))
    arr[i] = getDNI(3.004, alphas) * loss.mean()
print("平均余弦效率: " + str(loss_cos_mean.mean()))
print("平均阴影遮挡效率: "+str(loss_sb_mean.mean()))
print("平均截断效率: "+str(loss_trunc_mean.mean()))
print("平均光学效率: " + str(loss.mean()))
print("单位面积镜面平均输出热功率: "+str(arr.mean()))
return arr.mean()

```

```

yearly = np.asarray([
    getMonthlyDNI(-59),
    getMonthlyDNI(-28),
    getMonthlyDNI(0),
    getMonthlyDNI(31),
    getMonthlyDNI(61),
    getMonthlyDNI(92),
    getMonthlyDNI(122),
    getMonthlyDNI(153),
    getMonthlyDNI(184),
    getMonthlyDNI(214),
    getMonthlyDNI(245),
    getMonthlyDNI(275)]).mean()
print(yearly)
yearly * 36 * 1745

```