A

麦麦的测绘

题目分析

本题为签到题，主要`math.h`中函数的使用，按要求读入并输出即可。

示例代码

```
#include <stdio.h>
#include <math.h> //注意添加math.h头文件

int main()
{
    double r, theta;
    scanf("%lf%lf", &r, &theta); //读入r和theta
    printf("%.1lf %.1lf", r * cos(theta), r * sin(theta)); //按要求输出即可
    return 0;
}
```

B

点名

题目解读

按照题意要求调用头文件，调用函数，写if分支判断可以完成此题

由于oj上有些函数返回值并不是 0 或者 1

因此不建议在oj做题时使用下面的判断

```
if（isdigit(x)==1）//想要判断 x 是否是数字字符
```

代码

```
#include<stdio.h>
#include<ctype.h>

int main()
{
    int sumlower = 0, sumdigit = 0, sumupper=0;
    char ch;
    while((ch=getchar())!=EOF)
    {
        if(isdigit(ch))
        sumdigit++;
        else if(islower(ch))
```

```
            sumlower++;
        else if(isupper(ch))
            sumupper++;
    }
    printf("%d %d %d",sumdigit, sumlower, sumupper);
    return 0;
}
```

C

陨石猜想

题解

根据Hint完成即可。

```
#include <stdio.h>
void f(int x) {
    if (x < 10)
        return;

    // your code here:
    if (x % 4 != 0)
        x = x + x % 10 + 2;
    else
        x = x / 2;
    printf("%d\n", x);
    f(x);

    return;
}
int main() {
    int x;
    scanf("%d", &x);
    f(x);
    printf("End");
}
```

D

莱娜的庭园

题目分析

题目需要多次对不同数值进行相同的计算并输出，于是我们可以定义一个函数来完成这个操作。同时，利用全局变量保存读入数据，可以更方便地在函数中对其进行读取。

示例代码

```
#include <stdio.h>

int x[5], y[5]; //读入存至全局数组，方便函数读取

void PrintBarycenter(int a, int b, int c); //输出重心的函数

int main()
{
    for (int i = 1; i <= 4; i++)
        scanf("%d%d", &x[i], &y[i]);
    //依次调用函数完成输出
    PrintBarycenter(1, 2, 3);
    PrintBarycenter(1, 2, 4);
    PrintBarycenter(1, 3, 4);
    PrintBarycenter(2, 3, 4);
    return 0;
}

void PrintBarycenter(int a, int b, int c)
{
    double xb = (x[a] + x[b] + x[c]) / 3.0; //计算重心坐标，注意变量名不要重复
    double yb = (y[a] + y[b] + y[c]) / 3.0;
    printf("%.1lf %.1lf\n", xb, yb); //函数内输出，不需要多返回值
}
```

E

分数运算mini

题目分析

本题主要考察使用辗转相除法求最大公因数，同时可以写成最大公因数函数$gcd()$和最小公倍数函数$lcm()$来简化代码。

先对a/b进行约分，然后使用分数加法公式$\frac{x}{y}+\frac{a}{b}=\frac{lcm(y,b)*x/y+lcm(y,b)*a/b}{lcm(y,b)}$,其中$lcm(y,b)=y*b/gcd(y,b)$，计算后再对结果进行约分即可。

示例代码

```
#include <stdio.h>

int n, a, b, x, y;
// 辗转相除法求最大公因数
int gcd(int a, int b) {// 返回a和b的最大公因数
    while (b != 0) {
        int t = a;
        a = b;
        b = t % b;
    }
    return a;
```

```
}

int main() {
    scanf("%d", &n);
    scanf("%d/%d", &x, &y);
    n--;
    while (n--) {
        scanf("%d/%d", &a, &b);
        int tmp = gcd(a, b);// 计算最大公因数
        a /= tmp, b /= tmp;// 对a/b约分
        tmp = b * y / gcd(b, y);// 计算最小公倍数
        x = tmp * x / y + tmp * a / b;
        y = tmp;
        tmp = gcd(x, y);
        x /= tmp, y /= tmp;// 计算结果x/y约分
    }
    if (y != 1)
        printf("%d/%d", x, y);
    else
        printf("%d", x);

    return 0;
}
```

F

Bit Adder?

题目分析

本题中的石板每次输出的结果可以通过递归来方便地计算：每次计算当前位，然后将剩余位与当前位数加一进行递归计算，并返回递归得到的值与当前位结果之和。而只需通过循环重复计算 k 次即可得到答案。

也可以继续使用递归来计算k次的结果，对应示例代码中的函数`solve`。

示例代码

```
#include <stdio.h>

typedef long long LL;

LL f(LL, LL);
LL solve(LL x, int k);

int main()
{
    LL x; //注意x的范围
    int k;
    scanf("%lld%d", &x, &k);
    for (int i = 0; i < k; i++)
        x = f(x, 0); //计算k次x的函数值
    printf("%lld", x);
    return 0;
```

```
}

LL f(LL x, LL n) // x表示当前计算数值，n表示当前位对2的幂次
{
    if (x) //如果x不为0，则返回x当前位乘以n的值(x & 1) * n 加上x的剩余位的函数值f(x/2,
n*2)
        return (x & 1) * n + f(x / 2, n + 1);
    else // x为0则返回0，结束计算
        return 0;
}
LL solve(LL x, int k) // 递归计算k次运算后的值
{
    if (k)
        return solve(f(x, 0), k - 1);
    else
        return x;
}
```

G

地下墓穴的密码

题目分析

本题的要点在于引入了数组变量。

但由于本题中需要运算的数组是固定的。因此为避免数组传参，可以将数组作为全局变量，并直接在函数中进行调用，计算最终结果。

本题中长度*l*亦可作为全局变量，使函数直接不含参数，但在标程中未如此处理。

示例代码

```
# include <stdio.h>
int a[11],b[11],c[11];
int f1(int n)
{
    int s =0;
    for(int i=0; i<n; i++)
    {
        s+=(a[i]+b[i])*(a[i]+b[i]) + (b[i]+c[i])*(b[i]+c[i]) + (a[i]+c[i])*
(a[i]+c[i]);

    }
    return s;
}
int f2(int n)
{
    int s =0;
    for(int i=0; i<n; i++)
    {
        s+=(a[i]-b[i])*(a[i]-b[i]) + (b[i]-c[i])*(b[i]-c[i]) + (a[i]-c[i])*
(a[i]-c[i]);
```

```
    }
    return s;
}
int f3(int n)
{
    int s =0;
    for(int i=0; i<n; i++)
    {
        s+=a[i]*b[i]+b[i]*c[i]+a[i]*c[i];

    }
    return s;
}
int main()
{
    int l,i;
    scanf("%d",&l);
    for(i=0; i<l; i++)
    {
        scanf("%d",&a[i]);
    }
    for(i=0; i<l; i++)
    {
        scanf("%d",&b[i]);
    }
    for(i=0; i<l; i++)
    {
        scanf("%d",&c[i]);
    }

    printf("%d %d %d\n",f1(l),f2(l),f3(l));
    return 0;
}
```

H

冯·诺依曼的自然数理论

题目描述

众所周知，冯·诺依曼被誉为计算机之父。但鲜有人知的是，他在理论数学上的贡献也是举足轻重的。甚至，他的一些自然数理论如今已然成为集合论的公理。

我们定义自然数时，一般都是采用归纳定义，即皮亚诺公理。

冯·诺依曼给出了自然数的另一个定义，即序数和基数构造性定义，其可以简略地概括为：

$$
\begin{aligned}
0 &= \{\} \\
1 &= \{0\} = \{\{\}\} \\
2 &= \{0,1\} = \{\{\},\{\{\}\}\} \\
&\cdots \\
n &= \{0,1,\cdots,n-1\} \\
&\cdots
\end{aligned}
$$

其中，将自然数用集合形式（即仅包含左大括号、右大括号、逗号这三种字符）表示，我们称其为该自然数的**本原表示**。

给定一个自然数 n，输出它的**本原表示**（其中元素顺序必须按照上述规则，即不能交换元素顺序）。

注意：仅包含上述三种字符，不包含空格！

解题思路

我们可以定义这样一个递归函数来打印大括号和括号：

```
// 伪代码
void print_von_Neumann(int n){
    打印左括号;
    递归调用 print_von_Neumann(i)（i 从 0 到 n-1）;
    别忘了两次递归调用之间还要打印逗号;
    打印右括号;
}
```

示例代码

```c
#include <stdio.h>

void print_von_Neumann(int n) {
    printf("{");
    for (int i = 0;i < n;i++) {
        print_von_Neumann(i);
        if (i != n - 1) printf(",");
    }
    printf("}");
}

int main() {
    int t;
    scanf("%d", &t);
    while (t--) {
        int n;
        scanf("%d", &n);
        print_von_Neumann(n);
        printf("\n");
    }
}
```

隔板问题

题目分析

本题我们使用递归求解。由于题目要求输出符合题意的方案，所以我们需要用全局数组保存方案。在每次递归中记录当前剩余的元素个数和当前正在处理的组数，遍历该组能分到的元素个数并进入下一轮递归。

递归边界：

1. 由于题目要求每组至少有一个元素，所以当未处理完k组但剩余元素为 0 时不合要求。
2. 当已处理完 k 组但剩余元素不为 0 时，不合要求。
3. 当处理完 k 组且剩余元素恰好为 0 时，找到一个符合题意的方案，输出方案，总方案数 $+1$。

示例代码

```
#include<stdio.h>

int n, k, sum = 0, a[50];
void func(int ret, int t) { //ret: 剩余元素的数量，t:目前正在处理的组数
    if (t == k + 1) {
        if (ret) return; //边界2
        //边界3
        sum ++;
        for (int i = 1; i <= k; i++)
            printf("%d ", a[i]);
        printf("\n");
        return ;
    }
    if (!ret) return ; // 边界1
    for (int i = 1; i <= ret; i ++) {
            a[t] = i; //保存该组内的元素个数
            func(ret - i, t + 1);
        }

}
int main()
{
    scanf("%d%d", &n, &k);
    func(n, 1);
    printf("%d\n", sum);
    return 0;
}
```

J

任务分块

题目分析

很普通的递归题，但是有两个注意点：

1. 答案最大值可以超过int上限，要用long long。
2. 反复调用函数会tle，可以用数组记录返回值，第二次和之后同一个入参进入函数时，直接返回已经计算过了的结果。

这段代码中应用了一个小技巧：赋值（`=`，`+=`，`%=`等）语句会返回赋值后的左值。也就是说：

```
int ans = (a += b);
```

等价于

```
a += b;
int ans = a;
```

```
#include <math.h>
#include <stdio.h>
long long result[10000], k;
long long divide(int x) {
    if (result[x])
        return result[x];
    for (int i = sqrt(x); i > 1; i--) {
        if ((x % i) == 0)
            return result[x] = k * (i + x / i) + divide(x / i) + divide(i);
    }
    return result[x] = x; //如果是质数就会在这里返回
}
int main() {
    int t;
    scanf("%d%lld", &t, &k);
    while (t--) {
        int n;
        scanf("%d", &n);
        printf("%lld\n", divide(n));
    }
}
```

K

灵梦的大清洗

考点	难度
递归	3

题目分析

本题采用递归的思想，将大的目标转化为更小且更易解决的子目标。

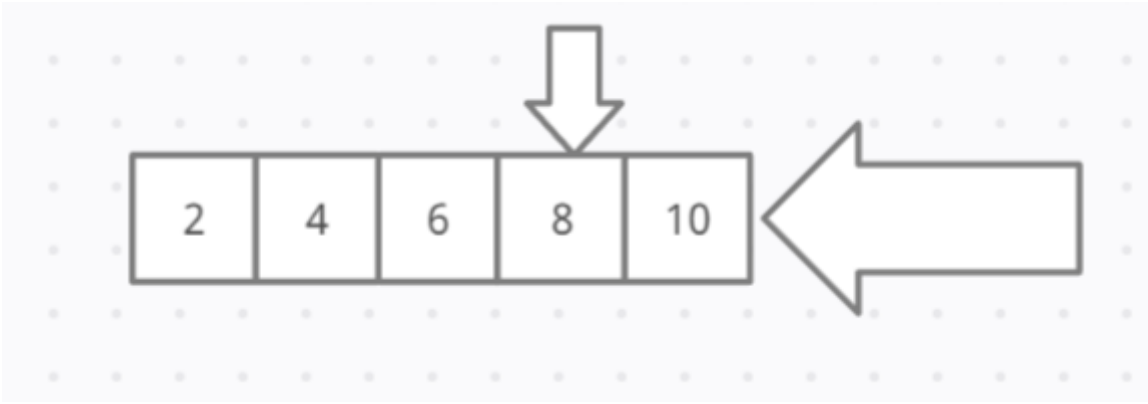
放到这道题来，就是将一个从 1 到 n 的序列不断转化为更小的从 1 到 n 的序列来处理。

题目中有两种操作：从左向右消去和从右向左消去，两种操作轮流执行，得到最终剩下的数字。

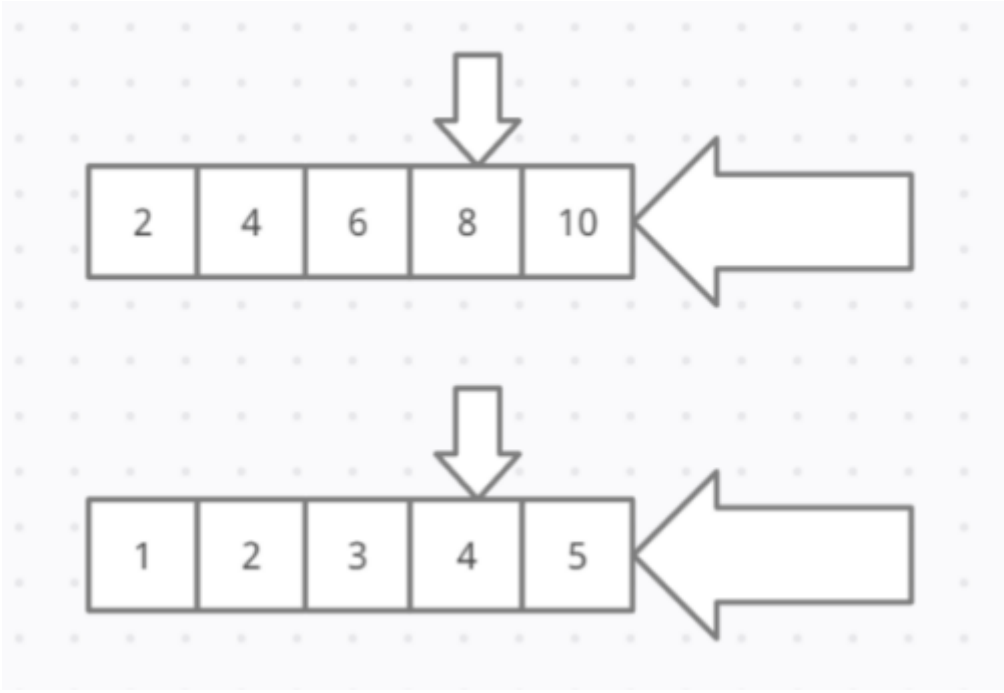
以 $n = 10$ 为例，我们用大箭头标记即将操作的方向，小箭头标记（假定是）最终保留的数字的位置。

首先我们来看从左到右操作的情况

我们执行完一次操作之后，序列变为下图



有没有注意到队列中只剩下偶数？那么接下来我们将这个队列的元素全部除以 2，如下图



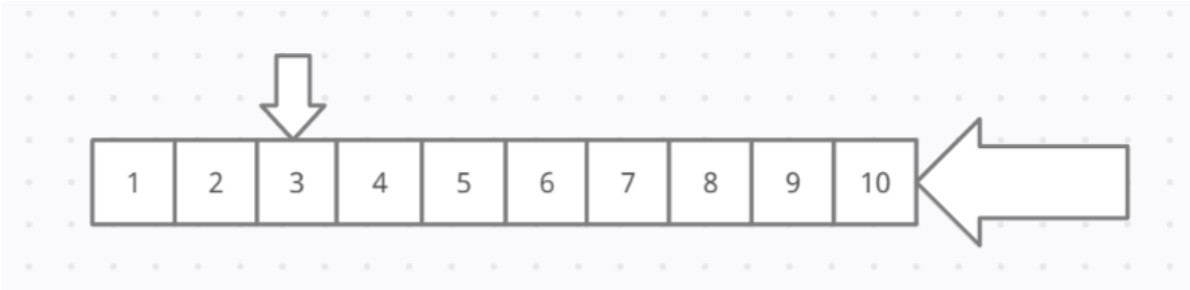
可以发现，从 1 到 10 的序列从左到右的最终结果的位置，就是从 1 到 5 的序列从右到左的最终保留结果所在的位置，且值是其两倍。

假定我们用函数 `GreatPurge(n,i)` 来表示 1 到 n 的序列，以 `i` 为方向的最终保留结果，那么我们可以得到：

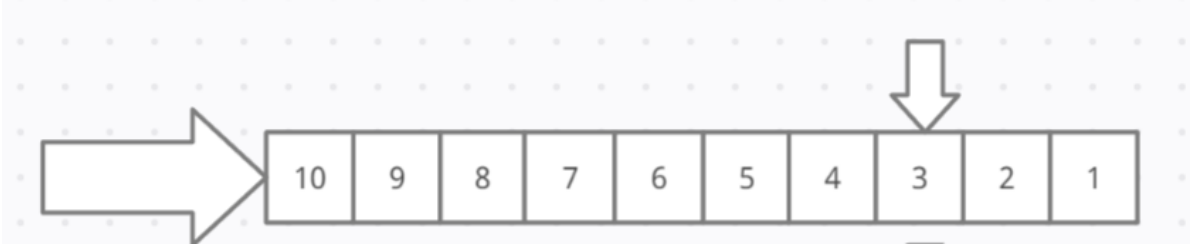
```
GreatPurge(n, LEFT) = 2 * GreatPurge(n/2, RIGHT)
```

可以验证，n 为奇数时上式仍然成立，$\frac{n}{2}$ 向下取整即可。

接下来我们处理从右到左的情况



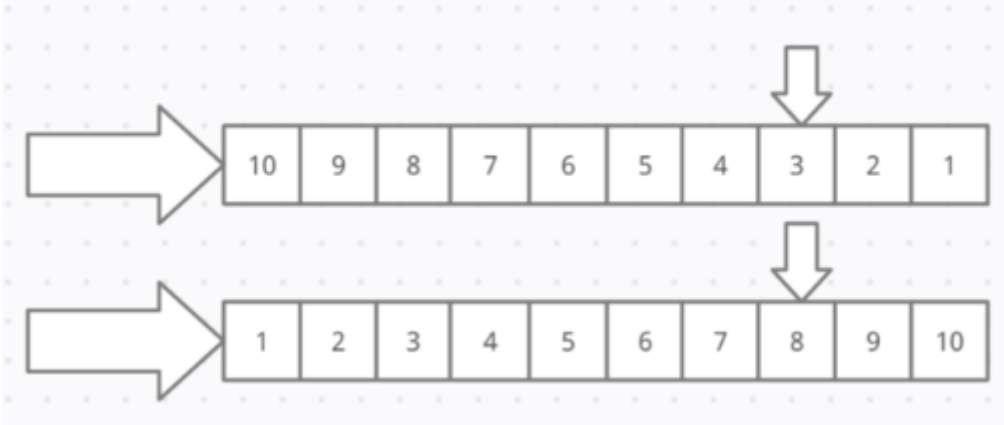
假如我们需要得到一个从 1 到 10 的序列从右向左进行操作之后得到的最终结果，那么我们可以将整个序列左右反转，如下图



我们得到了一个 10 到 1 的序列，这个序列从左到右进行操作的最终结果就是我们所需要的结果。

但是这并没有简化问题——我们得想个办法还原成递增的序列进行操作，才能进行递归。

于是我们构造一个递增的从 1 到 10 的序列，如图



可以看到，两个序列上相同位置的数字的和是相同的 11 ——普遍的来说，是 $n+1$

那么只要计算出从 1 到 10 的序列进行从左向右的操作的最终结果，就能得出其从右向左的最终结果，即

```
GreatPurge(n, RIGHT) = n + 1 - GreatPurge(n, LEFT)
```

以上，递归关系就找出来了，接下来我们需要一个初始状态——只剩下一个人的时候，就不需要再操作了，她就是最终结果，也即

`GreatPurge(1, LEFT)=GreatPurge(1, RIGHT)=1`

由此，我们可以得到整个递归函数

```
const int LEFT = 0, RIGHT = 1;
//使用数字标记方向，方便判断
int GreatPurge(int n, int direction) {
    if (n == 1) {
        return 1;//只剩一个人时，她就是最终被赦免的人
    } else if (direction == LEFT) {
        return 2 * GreatPurge(n / 2, RIGHT);
        //从左往右操作的递推关系
    } else {
        return n + 1 - GreatPurge(n, LEFT);
        //从右往左操作的递推关系
    }
}
```

示例代码

```
#include <stdio.h>
const int LEFT = 0, RIGHT = 1;
int GreatPurge(int, int);
int main(void) {
    int n;
    scanf("%d", &n);
    printf("%d", GreatPurge(n, LEFT));
    return 0;
}
int GreatPurge(int n, int direction) {
    if (n == 1) {
        return 1;
    } else if (direction == LEFT) {
        return 2 * GreatPurge(n / 2, RIGHT);
    } else {
        return n + 1 - GreatPurge(n, LEFT);
    }
}
```