

Book: Mathematics of Quantum Computing

Siwon Yun

February 23, 2025

Contents

1	들어가며	3
1.1	소개	3
1.2	구성	3
2	양자역학의 기본 개념	4
2.1	일반론	4
2.2	수학 개념: 힐베르트 공간과 연산자	5
3	Hello, World!	6
4	HUHA	7
	Appendices	8
A	Appendix	9
	Index	11

Theme 1

들어가며

1.1 소개

본 노트는 Wolfgang Scherer의 양자 컴퓨팅 개념서 Mathematics of Quantum Computing[1]를 자습하며 작성한 노트입니다. 가능한 수학적인 — 사소하거나, 책에서 독자가 알고 있으리라 믿는 것을 포함한 — ‘모든’ 부분을 정리하는 것을 목표로하며, 수학적 명확함을 중시하는 본 책의 내용 이외에도 추가적인 내용을 포함할 수 있습니다.

1.2 구성

본 노트에서 Chapter, Section 등의 순서는 본 책의 구성과 일치합니다. 다만, 본 Chapter: 들어가며는 ‘양자 컴퓨팅의 역사’와 ‘책에 대한 활용법 및 중의사항’을 다루고 있으며, 본 노트에서는 생략합니다.

Theme 2

양자역학의 기본 개념

2.1 일반론

DEFINITION 2.1 (양자역학). 양자역학은 (전자, 양성자, 원자 등) 미세한 물체의 통계를 예측해 때때로 거시적 현상에 미치는 영향을 파악하는 이론이다.

이러한 미세한 물체에 대하여 특정 물리량을 관측^{measurement}할 수 있으며, 그 관측값은 실수여야 한다고 한다.

NOTE 2.1. 왜 실수여야 할까? 디랙 표기법^{Dirac notation}을 통해 양자 상태를 표현하면, 복소수를 사용하게 된다. 얼핏 생각하면 복소수를 다루는 분야에서 관측값은 실수여야 한다는 제약이 모순 되어 보일 수 있지만, ‘대소 관계가 정의되지 아니한 복소수’의 값이 물리‘량’이 된다면 이 또한 모순일 것이다. 또 한편으로는 관측이 양자역학에서는 중첩 상태를 붕괴시킨다는 점을 고려하면 복소수의 상태가 실수의 값으로 투영되는 것은 마치 중첩 붕괴와 같이 느껴진다.

추후, 관측과 관련된 에르미트 연산자^{Hermitian operator}에 대해 다루는데 에르미트 연산자 A 는 다음을 만족한다.

$$\langle A^* \psi | \phi \rangle = \langle \psi | A \phi \rangle \quad \forall |\psi\rangle, |\phi\rangle \in \mathcal{H} \quad (2.1)$$

$|\psi\rangle$ 와 $|\phi\rangle$ 가 힐베르트 공간에 속하므로 에르미트 연산자 A 의 고윳값 λ 에 대하여 다음을 만족한다.

$$\langle \lambda \psi | \phi \rangle = \langle \psi | \lambda \phi \rangle \quad (2.2)$$

$$\lambda \langle \psi | \phi \rangle = \bar{\lambda} \langle \psi | \phi \rangle \quad (2.3)$$

$$\lambda = \bar{\lambda} \quad (2.4)$$

(2.4)에서 λ 가 실수임을 알 수 있다. 이러한 에르미트 연산자는 양자역학에서 관측값을 나타내는데 사용된다.

동일하게 준비된 대상의 관측은 결과값이 상대빈도^{relative frequency}를 가진다. 상대빈도를 토해 평균값^{mean value}을 계산할 수 있다.

DEFINITION 2.2 (상대빈도).

$$\text{상대빈도} := \frac{(\text{특정 결과의 관측 횟수})}{(\text{전체 관측 횟수})} \quad (2.5)$$

DEFINITION 2.3 (평균값).

$$\text{평균값} := \sum_{a \in (\text{모든 관측값})} a \times (a \text{의 상대빈도}) \quad (2.6)$$

양자역학에서는 ‘준비 \rightarrow 관측 \rightarrow 상대빈도 및 평균값 계산’의 과정을 거친다. 이 과정에 대한 개념을 정리하면 다음과 같다.

NOTE 2.2. 양자역학에서의 주요 개념

- 관측 가능량^{observable} : 관측 가능한 물리량
- 확률^{probability} : 상대빈도에 대한 예측
- 기대값^{expectation value} : 관측값의 평균값에 대한 예측
- 상태^{state} : 관측 결과의 분포와 관측 가능량의 평균값을 결정하는 통계적 앙상블을 생성하는 객체의 준비

2.2 수학 개념: 힐베르트 공간과 연산자

DEFINITION 2.4 (힐베르트 공간). 다음을 만족하는 벡터 공간 \mathcal{H} 을 힐베르트 공간이라 한다.

Theme 3

Hello, World!

나는 젤리가 없어도 달콤한 냄새가 나

— 〇 에스

Theme 4

HUHA

Appendices

Theme A

Appendix

Bibliography

- [1] Wolfgang Scherer. Mathematics of quantum computing: An introduction. Springer International Publishing AG, 2020.

* All charts, graphs and figures created by Siwon Yun unless otherwise noted.

Index

Hilbert space, [5](#)

mean value, [5](#)

relative frequency, [4](#)

상대빈도, [5](#)

양자역학, [4](#)

평균값, [5](#)

힐베르트 공간, [5](#)