

# Book: Mathematics of Quantum Computing

Siwon Yun

March 1, 2025

# CONTENTS

---

<b>1</b>	<b>들어가며</b>	<b>3</b>
1.1	소개 . . . . .	3
1.2	구성 . . . . .	3
<b>2</b>	<b>양자역학의 기본 개념</b>	<b>4</b>
2.1	일반론 . . . . .	4
2.2	수학 개념: 힐베르트 공간과 연산자 . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Hello, World!</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>HUHA</b>	<b>7</b>
	<b>Appendices</b>	<b>8</b>
<b>A</b>	<b>Appendix</b>	<b>9</b>
	<b>Index</b>	<b>11</b>

# THEME 1

## 들어가며

---

### 1.1 소개

본 노트는 Wolfgang Scherer의 양자 컴퓨팅 개념서 Mathematics of Quantum Computing[1]를 자습하며 작성한 노트입니다. 가능한 수학적인 — 사소하거나, 책에서 독자가 알고 있으리라 믿는 것을 포함한 — ‘모든’ 부분을 정리하는 것을 목표로하며, 수학적 명확함을 중시하는 본 책의 내용 이외에도 추가적인 내용을 포함할 수 있습니다.

### 1.2 구성

본 노트에서 Chapter, Section 등의 순서는 본 책의 구성과 일치합니다. 다만, 본 Chapter: 들어가며는 ‘양자 컴퓨팅의 역사’와 ‘책에 대한 활용법 및 중의사항’을 다루고 있으며, 본 노트에서는 생략합니다.

# 양자역학의 기본 개념

## 2.1 일반론

**DEFINITION 2.1** (양자역학). 양자역학은 (전자, 양성자, 원자 등) 미세한 물체의 통계를 예측해 때때로 거시적 현상에 미치는 영향을 파악하는 이론이다.

이러한 미세한 물체에 대하여 특정 물리량을 관측<sup>measurement</sup>할 수 있으며, 그 관측값은 실수여야 한다고 한다.

**NOTE 2.1.** 왜 실수여야 할까? 디랙 표기법<sup>Dirac notation</sup>을 통해 양자 상태를 표현하면, 복소수를 사용하게 된다. 얼핏 생각하면 복소수를 다루는 분야에서 관측값은 실수여야 한다는 제약이 모순 되어 보일 수 있지만, ‘대소 관계가 정의되지 아니한 복소수’의 값이 물리‘량’이 된다면 이 또한 모순일 것이다. 또 한편으로는 관측이 양자역학에서는 중첩 상태를 붕괴시킨다는 점을 고려하면 복소수의 상태가 실수의 값으로 투영되는 것은 마치 중첩 붕괴와 같이 느껴진다.

추후, 관측과 관련된 에르미트 연산자<sup>Hermitian operator</sup>에 대해 다루는데 에르미트 연산자  $A$ 는 다음을 만족한다.

$$\langle A^* \psi | \phi \rangle = \langle \psi | A \phi \rangle \quad \forall |\psi\rangle, |\phi\rangle \in \mathcal{H} \quad (2.1)$$

$|\psi\rangle$ 와  $|\phi\rangle$ 가 힐베르트 공간에 속하므로 에르미트 연산자  $A$ 의 고윳값  $\lambda$ 에 대하여 다음을 만족한다.

$$\langle \lambda \psi | \phi \rangle = \langle \psi | \lambda \phi \rangle \quad (2.2)$$

$$\lambda \langle \psi | \phi \rangle = \bar{\lambda} \langle \psi | \phi \rangle \quad (2.3)$$

$$\lambda = \bar{\lambda} \quad (2.4)$$

(2.4)에서  $\lambda$ 가 실수임을 알 수 있다. 이러한 에르미트 연산자는 양자역학에서 관측값을 나타내는데 사용된다.

동일하게 준비된 대상의 관측은 결과값이 상대빈도<sup>relative frequency</sup>를 가진다. 상대빈도를 토해 평균값<sup>mean value</sup>을 계산할 수 있다.

**DEFINITION 2.2** (상대빈도).

$$\text{상대빈도} := \frac{(\text{특정 결과의 관측 횟수})}{(\text{전체 관측 횟수})} \quad (2.5)$$

**DEFINITION 2.3** (평균값).

$$\text{평균값} := \sum_{a \in (\text{모든 관측값})} a \times (a \text{의 상대빈도}) \quad (2.6)$$

양자역학에서는 ‘준비  $\rightarrow$  관측  $\rightarrow$  상대빈도 및 평균값 계산’의 과정을 거친다. 이 과정에 대한 개념을 정리하면 다음과 같다.

**NOTE 2.2.** 양자역학에서의 주요 개념

- 관측 가능량<sup>observable</sup> : 관측 가능한 물리량
- 확률<sup>probability</sup> : 상대빈도에 대한 예측
- 기대값<sup>expectation value</sup> : 관측값의 평균값에 대한 예측
- 상태<sup>state</sup> : 관측 결과의 분포와 관측 가능량의 평균값을 결정하는 통계적 앙상블을 생성하는 객체의 준비

## 2.2 수학 개념: 힐베르트 공간과 연산자

**DEFINITION 2.4** (힐베르트 공간). 다음을 만족하는 벡터 공간  $\mathcal{H}$ 을 힐베르트 공간이라 한다.

## THEME 3

# HELLO, WORLD!

---

나는 젤리가 없어도 달콤한 냄새가 나

— 〇 에스

## THEME 4

# HUHA

---

나는 이 세상의 왕이야!  
내가 운동하면 우아해 보일거야?

# Appendices



THEME A

**APPENDIX**

---

# BIBLIOGRAPHY

---

- [1] Wolfgang Scherer. *Mathematics of quantum computing: An introduction*. Springer International Publishing AG, 2020.

\* All charts, graphs and figures created by Siwon Yun unless otherwise noted.

# INDEX

---

Hilbert space, [5](#)

mean value, [5](#)

relative frequency, [4](#)

상대빈도, [5](#)

양자역학, [4](#)

평균값, [5](#)

힐베르트 공간, [5](#)