Joelle Al Hage

SY28 - TD 1

Exercice 1

On considère un robot qui bouge dans un milieu où on a accès à des mesures de sa pose. Ces mesures sont sous la forme $[x, y, \theta]$: θ est le cap du robot. Par exemple, ces mesures peuvent être obtenues à l'aide d'un récepteur GPS en milieu externe ou à l'aide des caméras dans un milieu interne.

La pose (position+cap) initiale du robot est donnée par $X = [x, y, \theta] = [2,1,\frac{\pi}{2}]$.
Les poses mesurées sont les suivantes (ce sont des mesures non précises):

	k=1	k=2	k=3
x	2.0244	1.9585	1.9208
y	1.4679	1.9892	2.2414
θ	1.6707	1.6815	2.1821

Le but est d'estimer la pose du robot avec l'incertitude associée en fonction du temps. Pour cela, on considère un modèle d'évolution simple qui est sous la forme $X_{k+1} = X_k$. Comme ce modèle ne reflète pas la réalité d'évolution du robot, la covariance associée au bruit du modèle doit être choisi suffisamment grande : $Q = 4 \times I$
On suppose que la variance associée à chaque mesure est de 0.1 et on suppose que les bruits des mesures sont décorrélés (bien que cette hypothèse n'est pas correcte dans notre cas).

1- Déterminer l'étape de prédiction et de correction du filtre de Kalman (estimation d'état et covariance). Déterminer les expressions de tous les termes à utiliser.
2- Calculer les valeurs numériques des estimations d'état. On initialise la covariance à une valeur $P = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.
3- Calculer les erreurs en prenant comme vérité terrain:

	k=1	k=2	k=3
x	2	1.9501	1.9226
y	1.5	1.9975	2.246
θ	1.6708	1.6808	2.1808

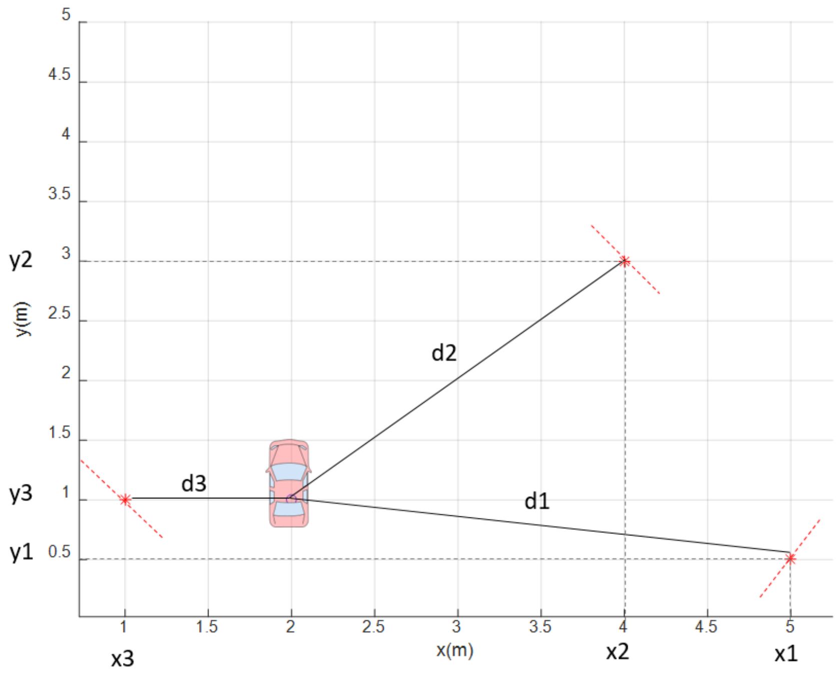
Exercice 2

Dans cet exercice, on reprend l'exercice 1 avec des modifications.

On considère un robot qui bouge dans un milieu doté des amers (par exemple des bâtiments ou des murs). Chaque amer est représenté par un point ayant des coordonnées exprimées dans un repère global (x_l, y_l) : $l = \{1,2,3\}$.

Les coordonnées des amers sont les suivantes : $[x_1, y_1] = [5,0.5], [x_2, y_2] = [4,3], [x_3, y_3] = [1,1]$

Le positionnement absolu se fait par trilatération en utilisant des distances. Ces distances peuvent être obtenues par des capteurs de type caméra ou lidar.
La pose initiale du robot est donnée par $X = [x, y, \theta] = [2,1,\frac{\pi}{2}]$.



Le modèle d'évolution est donné par un modèle odométrique :
$x_{k+1} = x_k + \Delta_k \cos\theta_k$
$y_{k+1} = y_k + \Delta_k \sin\theta_k$
$\theta_{k+1} = \theta_k + \omega_k$

Δ_k est le déplacement élémentaire et ω_k est la rotation élémentaire entre les deux instants k et $k+1$ ($[\Delta_k, \omega_k]^T$ le vecteur d'entrée).

Le modèle d'observation est représenté par les trois distances d_1, d_2 et d_3. Les mesures aux instants k={1, 2 et 3} sont :
d1=[3.1623; 3.3977; 3.5382];
d2=[2.5000; 2.2819; 2.2100];
d3=[1.1180; 1.3776; 1.5504];

Le but de cet exercice est d'estimer la pose du robot en fonction du temps en tenant compte des mesures disponibles par le système. Tous les bruits sont supposés des bruits blancs Gaussiens.

1- Déterminer l'étape de prédiction du filtre de Kalman (voire étendu). Pour cela, déterminer le vecteur d'état puis calculer l'estimation de la pose et la covariance associée. Déterminer les expressions de tous les termes qui seront utilisés.
2- Déterminer le modèle d'observation puis développer l'étape de la mise à jour. Déterminer les expressions de tous les termes à utiliser.

3- Calculer les estimations d'état à k=1, 2 et 3 :

Pour cela, on initialise la covariance à une valeur $P = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Les mesures de Δ_k et ω_k sont les suivantes :

k	1	2	3
Δ	$0.5 * 0.1$	$0.5 * 0.1$	$0.25 * 0.1$
ω	0.1	0.01	0.5

Le modèle odométrique est bruité et une covariance de $2 \times I$ est choisi.

La variance associée à chaque mesure est de 0.1 et on suppose que les bruits des mesures sont décorrélés.

Comparer avec la vérité terrain qui est la même que dans l'exercice 1.