



سوال: ویژگی های نمایش سیستم ها در حوزه فرکانس چگونه است و چه برتری هایی نسبت به حوزه زمان دارد؟

*** بسته به زمان پاسخ، دو نوع تحلیل کمی برای سیستم وجود دارد:**

- حوزه زمان
- حوزه فرکانس

*** تحلیل حوزه زمان چیست؟**

تحلیل حوزه زمان زمانی ترجیح داده می شود که تغییرات سیستم نسبت به زمان پاسخ شما به کندی رخ دهد. این روش به شما اجازه می دهد تا پارامترها را در طول زمان اندازه گیری کنید. سری زمانی داده های اندازه گیری شده به ما کمک می کند تا رفتار سیستم را درک کنیم.

برای مثال، مدت زمانی که یک خودرو برای رسیدن از حالت سکون به سرعت 100 کیلومتر بر ساعت نیاز دارد، نوعی تحلیل حوزه زمان است. زمان پاسخ ما در حد میلی ثانیه است، در حالی که زمان آزمایش حدود 10 تا 15 ثانیه طول می کشد. می توانیم تغییر سرعت را دنبال کنیم و برای تحلیل های بعدی ثبت کنیم.

اما تصور کنید که در حال تماشای حرکت یک قطار از فاصله ای هستید. می توانید موقعیت آن را در لحظات مختلف یادداشت کرده و برای تحلیل ثبت کنید. قطار مدت زیادی طول می کشد تا از دید شما عبور کند و یادداشت برداری از موقعیت آن در هر لحظه چند ثانیه طول می کشد. اما همین کار برای دنبال کردن موقعیت یک نقطه روی چرخ قطار امکان پذیر نیست. بنابراین، تحلیل حوزه زمان نمی تواند برای چنین مواردی استفاده شود.

*** تحلیل حوزه فرکانس چیست؟**

وقتی که سیستم سریع تر از زمان پاسخ شما عمل می کند و آزمایش های دوره ای امکان پذیر هستند، تحلیل حوزه فرکانس به حوزه زمان ترجیح داده می شود. آزمایش ها در فرکانس های مختلف انجام شده و سپس تحلیل می شوند.

به عنوان مثال، آزمایش هایی که برای اندازه گیری مصرف سوخت خودرو در سرعت های مختلف انجام می شود، نوعی تحلیل حوزه فرکانس است. در این آزمایش، خودرو برای مسافتی ثابت در سرعت های مختلف حرکت داده می شود و هر بار میزان سوخت مصرفی اندازه گیری می شود و در نتیجه مصرف سوخت برای سرعت های مختلف ثبت و تحلیل می شود.

* تحلیل حوزه زمان یک سیستم:

در این روش، یک ورودی شناخته شده به سیستم اعمال می شود و پاسخ سیستم برای تحلیل اندازه گیری می شود. ساده ترین شکل ورودی تابع پله است. قبل از $t=0$ ، سیستم خاموش است و از $t=0$ به بعد سیستم روشن می شود. حال، پارامترهایی مانند سرعت سیستم به محض روشن شدن اندازه گیری می شوند و این تغییرات با پارامترهای مناسب کمی سازی می شوند که برخی از این پارامترها در به شرح زیر می باشند:

- مقدار اولیه
- مقدار نهایی
- زمان اوج
- فراجاهش
- زمان نشست

سیستم را می توان بدون هیچ ابهامی با استفاده از این پارامترهای ذکر شده نشان داد.

فرض کنید در حال رانندگی با هدف حفظ سرعت 90 کیلومتر بر ساعت هستید. بسته به سبک رانندگی سه حالت وجود دارد:

1. راننده عجل: در این حالت، خودرو به طور ناگهانی شتاب می گیرد و قبل از اینکه راننده متوجه شود، سرعت از حد تعیین شده فراتر می رود. بنابراین راننده ممکن است ناگهان سرعت را کاهش دهد. ممکن است سرعت به کمتر از حد مجاز برسد که راننده را وادار به افزایش دوباره سرعت کند و این روند بالا و پایین ادامه می یابد تا سرعت پایدار شود. این حالت مربوط به شرایط میرای ضعیف یا فرو میرایی ($\xi > 1$) است. در این حالت، زمان های افزایش و نشست بسیار کوتاه هستند اما از سوی دیگر، فراجاهش و رفتار نوسانی تولید می کند.

2. راننده محتاط: شما به تدریج شتاب می گیرید و مطمئن می شوید که از حد سرعت عبور نکنید. در این حالت، خودرو مدت زمان طولانی برای رسیدن به تقریباً سرعت تعیین شده نیاز دارد اما هرگز دقیقاً به سرعت مورد نظر نمی رسد. این حالت به عنوان شرایط میرای شدید یا فرا میرایی ($\xi > 1$) شناخته می شود. در این حالت، فراجاهی وجود ندارد و نوسان نیز وجود ندارد، اما زمان افزایش بسیار بالا است و زمان نشست تقریباً بی نهایت است.

3. راننده ماهر: راننده مطمئن می شود که از شتاب مناسب در لحظات مختلف استفاده می کند تا به سرعت تعیین شده برسد و آن را ثابت نگه دارد. این حالت مربوط به شرایط میرای بحرانی یا میرایی مرزی ($\xi = 1$) است و هیچ فراجاهی وجود ندارد و زمان های افزایش و نشست متوسط هستند.

نمایش سیستم را می توان با شناخت شرایط میرایی ساده تر کرد.

* کنترل سیستم در حوزه زمان:

هنگامی که ورودی پله ای به سیستم اعمال می شود، به طور ایده آل انتظار می رود که خروجی نیز به صورت پله ای باشد، بدون فراجاهش، بدون زمان افزایش و بدون زمان نشست اما هیچ یک از مقادیر میرایی سیستم نمی تواند این شرایط ایده آل را فراهم کند.

یک سیستم بهینه باید کمترین زمان‌های افزایش و نشست ممکن و فراجش صفر داشته باشد. این امر می‌تواند با استفاده از یک سیستم میرای ضعیف یا فرو میرایی با حلقه بسته و یک کنترل‌کننده مناسب ممکن شود. سیستم فرو میرا زمان‌های افزایش و نشست بسیار کوتاهی دارد، اما دارای فراجش است که این فراجش باید از طریق کنترل‌کننده به حداقل برسد.

* تحلیل حوزه فرکانس یک سیستم:

زمانی که رفتار سیستم هارمونیک باشد و دوره زمانی آن نسبت به زمان پاسخ ما بسیار کوچک باشد، تحلیل حوزه فرکانس تنها گزینه برای مطالعه سیستم است. در این تحلیل، سیستم تحت ورودی سینوسی با فرکانس‌های مختلف قرار می‌گیرد و پاسخ سیستم، مانند اندازه و فاز خروجی، اندازه‌گیری می‌شود. تغییر رفتار سیستم نسبت به فرکانس‌های مختلف می‌تواند برای درک سیستم مورد مطالعه قرار گیرد و این اندازه‌گیری‌ها می‌توانند در مقایسه عملکرد دو سیستم نیز استفاده شوند.

* کنترل سیستم تحت حوزه فرکانس:

مشکل عمده‌ای که ما در سیستم‌های دارای فیدبک با آن مواجه می‌شویم، نوسانات پایدار است. این امر زمانی ممکن است که برای برخی فرکانس‌ها، بهره (gain) در اطراف حلقه برابر یک باشد و تاخیر فاز کلی مضرب صحیحی از ۳۶۰ درجه باشد. این دو باید به‌طور همزمان برای یک فرکانس خاص درست باشند. معمولاً بهره برای فرکانسی که تاخیر فاز آن ۳۶۰ درجه است، کمتر از یک خواهد بود. مقدار بهره‌ای که می‌توان در فرکانسی که تاخیر فاز آن ۳۶۰ درجه است، افزایش داد، به عنوان حاشیه بهره شناخته می‌شود. به‌طور مشابه فازی که می‌توان آن را به‌گونه‌ای تأخیر داد تا تاخیر فاز ۳۶۰ درجه در فرکانسی که بهره برابر یک است، ایجاد شود، به عنوان حاشیه فاز شناخته می‌شود. این دو نماینده‌های بهتری از سیستم در تحلیل حوزه فرکانس هستند. این دو پارامتر به درک رفتار سیستم کمک کرده و در مقایسه عملکرد دو سیستم مفید هستند. با فیدبک منفی، تاخیر فاز مورد نیاز ۱۸۰ درجه است زیرا ۱۸۰ درجه تاخیر فاز دیگر توسط خود فیدبک ارائه می‌شود.

* ویژگی‌های نمایش سیستم‌ها در حوزه فرکانس:

1. تجزیه سیگنال به اجزاء فرکانسی: در حوزه فرکانس، هر سیگنال به اجزاء تشکیل‌دهنده فرکانسی (همان توابع سینوسی و کسینوسی) تجزیه می‌شود. این به تحلیل دقیق‌تر رفتار سیستم نسبت به سیگنال‌های با فرکانس‌های مختلف کمک می‌کند.
2. توصیف سیگنال به کمک تابع انتقال: سیستم‌های خطی معمولاً در حوزه فرکانس با یک تابع انتقال نمایش داده می‌شوند که رفتار سیستم را نسبت به فرکانس‌های مختلف نشان می‌دهد. این تابع انتقال به سادگی روابط بین ورودی و خروجی را در تمامی فرکانس‌ها توصیف می‌کند.
3. تحلیل پایداری و پاسخ سیستم: در بسیاری از موارد، تحلیل پایداری سیستم در حوزه فرکانس ساده‌تر است. معیارهای پایداری مثل نایکوئیست و بود مستقیماً در حوزه فرکانس قابل بررسی هستند.
4. پاسخ سیستم به سیگنال‌های هارمونیک: در سیستم‌های خطی و تغییرناپذیر با زمان، اگر ورودی یک سیگنال سینوسی با فرکانس مشخص باشد، خروجی هم سینوسی با همان فرکانس خواهد بود.

* با استفاده از تمام موارد ذکر شده به برتری‌های نمایش در حوزه فرکانس نسبت به حوزه زمان:

1. سادگی در تحلیل سیستم‌های خطی و تغییر ناپذیر با زمان (LTI): بسیاری از ویژگی‌های سیستم‌های خطی، مانند پاسخ به سیگنال‌های هارمونیک، به سادگی در حوزه فرکانس تحلیل می‌شوند. به طور خاص، سیستم‌های LTI تنها فرکانس سیگنال ورودی را تغییر نمی‌دهند، بلکه فقط دامنه و فاز آن را تغییر می‌دهند که این در حوزه زمان قابل مشاهده نیست.
2. مقایسه بهتر سیگنال‌های نویز و سیگنال‌های مفید: در حوزه فرکانس، جداسازی سیگنال‌های مفید از نویز بسیار ساده‌تر است. سیستم‌های فیلتری، مانند فیلترهای پایین‌گذر و بالاگذر، برای حذف نویز با فرکانس‌های ناخواسته، در حوزه فرکانس طراحی و پیاده‌سازی می‌شوند.
3. رابطه‌های ساده‌تر در محاسبات پیچیده: بسیاری از محاسبات، مثل کانولوشن در حوزه فرکانس به صورت ساده‌تری قابل انجام است. در واقع، کانولوشن در حوزه زمان به ضرب ساده در حوزه فرکانس تبدیل می‌شود.
4. طراحی بهتر فیلترها و سیستم‌های کنترلی: طراحی فیلترها در حوزه فرکانس بسیار ساده‌تر و دقیق‌تر است. به عنوان مثال، فیلترهای پایین‌گذر، بالاگذر و میان‌گذر با استفاده از نمایش فرکانسی سیگنال‌ها و سیستم‌ها به صورت مؤثرتری طراحی و پیاده‌سازی می‌شوند.

نمایش‌های فوریه و لاپلاس دو ابزار مهم برای تحلیل سیستم‌های LTI هستند. هر یک از این نمایش‌ها به نحوی سیگنال‌ها را در حوزه فرکانس بررسی می‌کنند، اما تفاوت‌های مهمی در نحوه استفاده و کاربرد آن‌ها وجود دارد. برای درک بهتر این تفاوت‌ها از دیدگاه مهندسی، می‌توان به جنبه‌های شهودی این تبدیل‌ها نگاهی داشت.

* تبدیل فوریه:

- شهود مهندسی: با استفاده از تبدیل فوریه، سیگنال‌ها را به فرکانس‌های تشکیل‌دهنده آن‌ها (مثل اجزای سینوسی یا کسینوسی) تجزیه می‌کنیم. این تجزیه به ما کمک می‌کند تا بفهمیم که چه فرکانس‌هایی در سیگنال حضور دارند و هر کدام چه سهمی در سیگنال دارند.
- کاربرد اصلی: در شرایطی که سیگنال شما پایدار و دارای رفتار تناوبی باشد، تبدیل فوریه به خوبی عمل می‌کند. این تبدیل معمولاً در تحلیل سیگنال‌های دوره‌ای، پردازش سیگنال و مخابرات استفاده می‌شود.
- محدودیت‌ها: سیگنال‌های گذرا یا غیرپایدار را نمی‌توان به خوبی با تبدیل فوریه تحلیل کرد، چرا که این تبدیل فرض می‌کند سیگنال برای مدت زمان نامحدود ادامه دارد.

* تبدیل لاپلاس:

- شهود مهندسی: این تبدیل نه تنها به فرکانس توجه دارد، بلکه نرخ تغییرات زمانی سیگنال‌ها را نیز مدنظر قرار می‌دهد. در واقع، تبدیل لاپلاس به ما اجازه می‌دهد که سیگنال‌ها و سیستم‌ها را هم در شرایط پایدار و هم در شرایط گذرا (مثل حالت‌های روشن و خاموش شدن سیستم) تحلیل کنیم.

- کاربرد اصلی در تحلیل سیستم‌های خطی، به‌ویژه در مهندسی کنترل و حل مسائل دیفرانسیل، تبدیل لاپلاس بسیار کارآمد است. این ابزار به شما اجازه می‌دهد تا ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم‌ها را در شرایط گذرا و دائمی تحلیل کنید.

* تفاوت های اصلی نمایش فوریه و لاپلاس با شهود مهندسی:

1. فوریه: سیگنال‌های پایدار و تناوبی را تحلیل می‌کند.

لاپلاس: سیگنال‌های گذرا، ناپایدار، و نمایی را نیز پوشش می‌دهد.

2. - فوریه: برای تحلیل طیف فرکانسی سیگنال‌ها و سیستم‌ها، مثلاً در پردازش سیگنال، تحلیل صوت و تصویر.

لاپلاس: برای تحلیل دینامیک سیستم‌ها در مهندسی کنترل، بررسی پایداری سیستم‌ها و پاسخ گذرای آن‌ها.

3. فوریه: در تبدیل فوریه، زمان به نوعی از دست می‌رود و فقط اطلاعات فرکانسی باقی می‌ماند.

لاپلاس: در لاپلاس، هر دو جنبه زمان و فرکانس مدنظر هستند و می‌توان اطلاعات دقیقی درباره پاسخ زمانی و همچنین رفتار فرکانسی سیستم به دست آورد.

* نتیجه گیری:

لاپلاس ابزاری جامع‌تر است که می‌تواند سیگنال‌های گذرا و غیرپایدار را نیز تحلیل کند و در مهندسی کنترل و تحلیل سیستم‌های دینامیکی، ابزار بسیار مهم‌تری به شمار می‌آید.