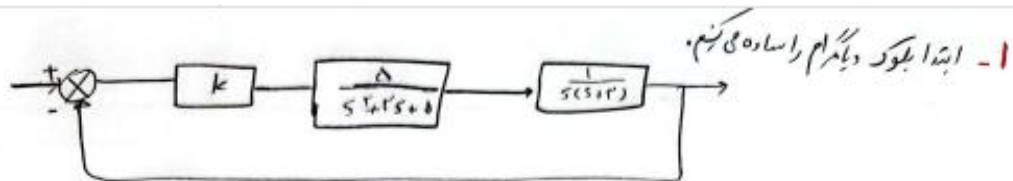


سوال (1) حل دستی



$$L(s) = \frac{\Delta k}{s(s^2 + 2s + 5)(s+3)} \xrightarrow{k=2} L(s) = \frac{1}{s(s^2 + 2s + 5)(s+3)}$$

سیستم تیپ یک است بنابراین این خطا به ورودی پله  $= 0$  و به ورودی سیگنال  $= \infty$  می باشد پس ورودی مشابه منظر است:

$$k_v = \lim_{s \rightarrow 0} s L(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \Delta k}{s(s^2 + 2s + 5)(s+3)} = \frac{2}{15}$$

$$\Rightarrow e_{ss} = \frac{1}{k_v} = 1,5$$

برای  $e_{ss}$  برابر صفر شدن باید برابر  $0,5$  شود  $\Leftarrow k_v = 2$ .

با استفاده از یک کنترلر (a) یک جبران ساز طراحی می کنیم.

$$k_c = \frac{k_v}{\frac{2}{15}} = 2,5 \Rightarrow k_1 = k_c - 1 = 2,9 \quad \text{بهره } k_c:$$

$$\alpha = \frac{1}{k_c} = \frac{1}{2,5}, \quad T = \frac{1}{\omega_c} \sqrt{\left(\frac{k_1}{\alpha}\right)^2 - 1} \xrightarrow{\varepsilon=0,5} T = 1,44,24$$

سرگشتی نزدیک به ۰,۵ در شیب

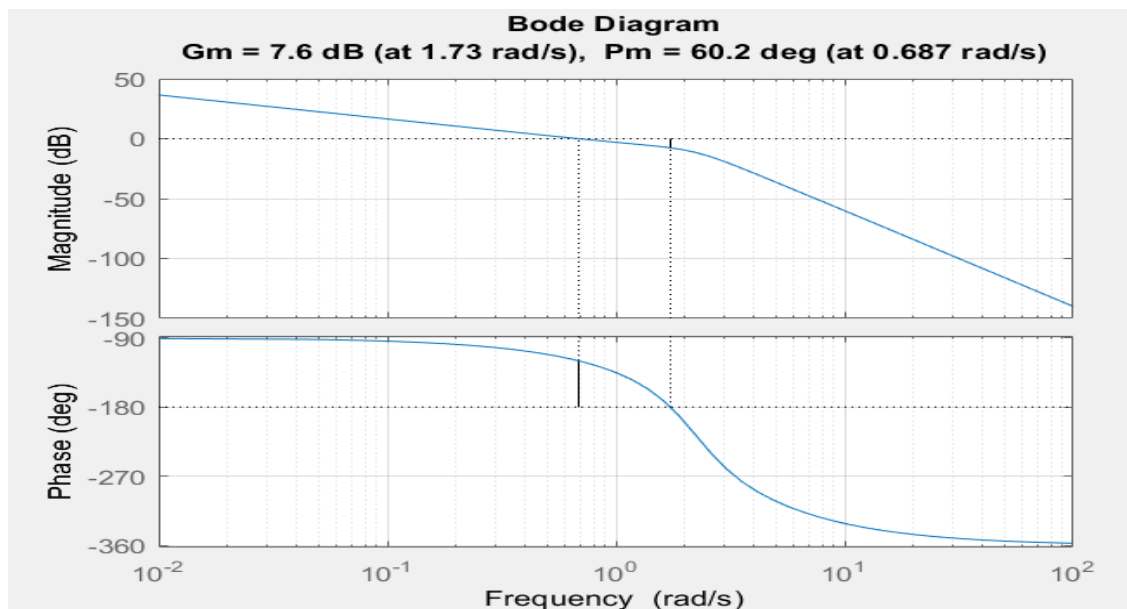
$$C(s) = k_c \cdot \frac{T \alpha s + 1}{T s + 1} = 2,5 \cdot \frac{\frac{1}{2,5} \times 1,44,24 s + 1}{1,44,24 s + 1} = 2,5 \cdot \frac{28,14 s + 1}{1,44,24 s + 1}$$

حال با رسم مجدد نمودار بوردی و مقایسه  $G_m$  و  $P_m$  مشخص می شود که در پایداری سیستم داخلی به وجود نیامده و با توجه به فرکانس های گذر بهره و فاز سیستم بدون تغییر، سرعت شیب خطای ماندگارش  $2,5$  برابر کمتر شده است.

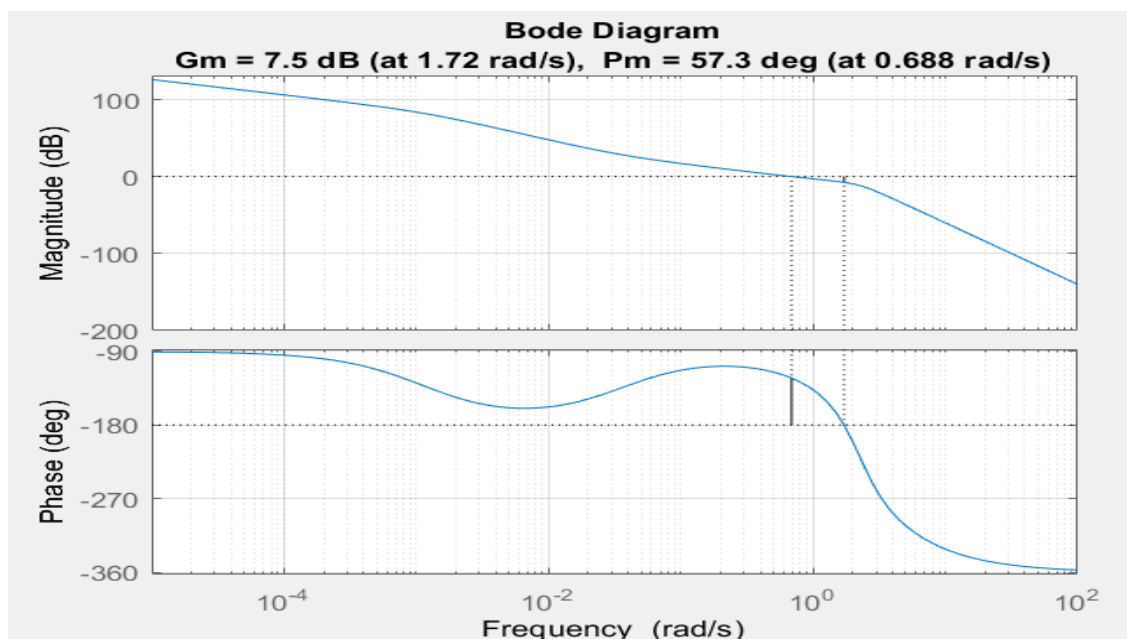
## (1) کد متلب

```
clc; close all;  
s = tf('s');  
Ls = (10) / (s*(s^2+2*s+5)*(s+3));  
figure(1)  
margin(Ls) , grid  
Cs=(30*(28.14*s+1)) / (844.24*s+1);  
Ts= Cs*Ls;  
figure(2)  
margin(Ts) , grid
```

قبل از طراحی کنترل کننده



بعد از طراحی کنترل کننده



## (2) حل دستی

۲- اندازه نمودار بومی از مقدار بزرگ شروع می شود و همچنین فاز آن نیز برابر ۹۰- می باشد با توجه به این سترایله متوجه می شویم که این سیستم دارای یک قطب در سید اچ باشد. بنابراین خطای آن نسبت به ورودی پله برابر صفر است، بنابراین باید شروط  $P_m > 2$  و  $\omega_b > 10$  را ابرانییم.

(الف) برای افزایش فرکانس گذر بهره باید از کنترل گر  $Lead-Lag$  استفاده کرد.

با توجه به اینکه در فرکانس  $\frac{1.25}{s}$  اندازه برابر  $-4.2 \text{ dB}$  می باشد داریم:

$$20 \log k = -4.2 \Rightarrow \log k = -0.21 \Rightarrow k = 1.2, 3 \Rightarrow \text{این بهره نبودار را } -4.2 \text{ dB می کشد.}$$

$$\theta = -128 \Rightarrow P_m = 180 - 128 = 52 \rightarrow \text{باید } 20^\circ \text{ افاده شود تا } P_m > 2 \text{ شود}$$

$$\Rightarrow \varphi_m = 20^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} = 1.03$$

$$T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{\alpha}} = 0.057 \Rightarrow C(s) = \frac{k_c}{\sqrt{\alpha}} \cdot \frac{\alpha T s + 1}{T s + 1} = 71.8 \times \frac{0.142 s + 1}{0.057 s + 1}$$

### (3) حل دستی

۳-

$$G(s) = \frac{e^{-0.4s}}{0.2s+1}, \quad G_c(s) = k_P + \frac{k_I}{s}$$

$$M=1.0 \Rightarrow 1.0 e^{-\frac{2\pi}{\sqrt{1.2}^2}} = 1.0 \Rightarrow \xi^2 = 0.23 \Rightarrow \xi = 0.48$$

$$\Rightarrow \xi = 0.492$$

$$P_m \approx 1.0 \xi = 59.2^\circ$$

$$|G(j\omega)| = 1 \Rightarrow \frac{1}{\omega(\sqrt{1.2\omega^2+1})} = 1 \Rightarrow \omega_c = 0.98 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

فرکانس ندر بسمه

$$-0.4\omega_c \times \frac{180}{\pi} - 90 - \tan^{-1}(1.2\omega_c) + 180 = P_m$$

برای محاسبه فاز داریم:

$$\omega = 0.98 \Rightarrow P_m = 54.47$$

$$\Rightarrow \phi_m = 59.2 - 54.47 = 4.73^\circ$$

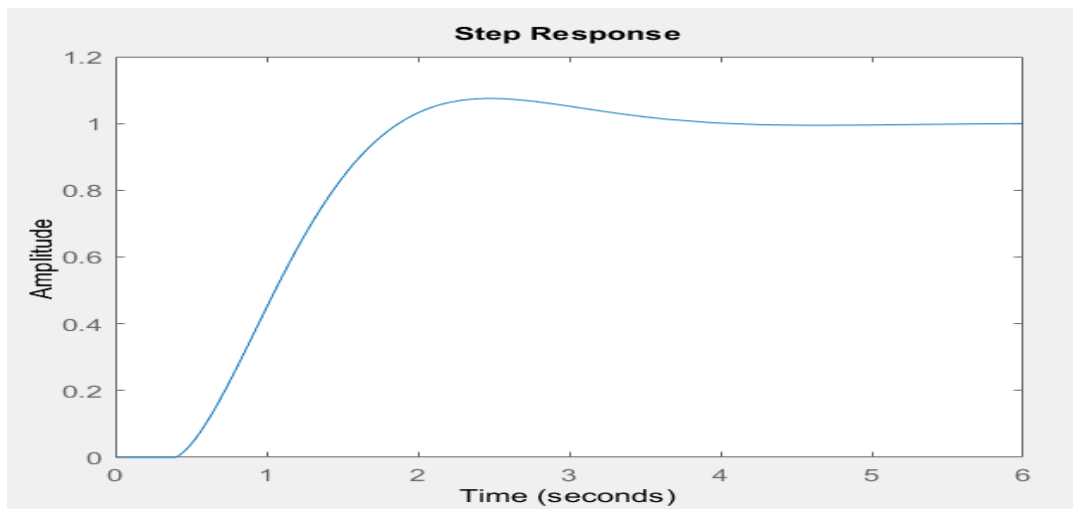
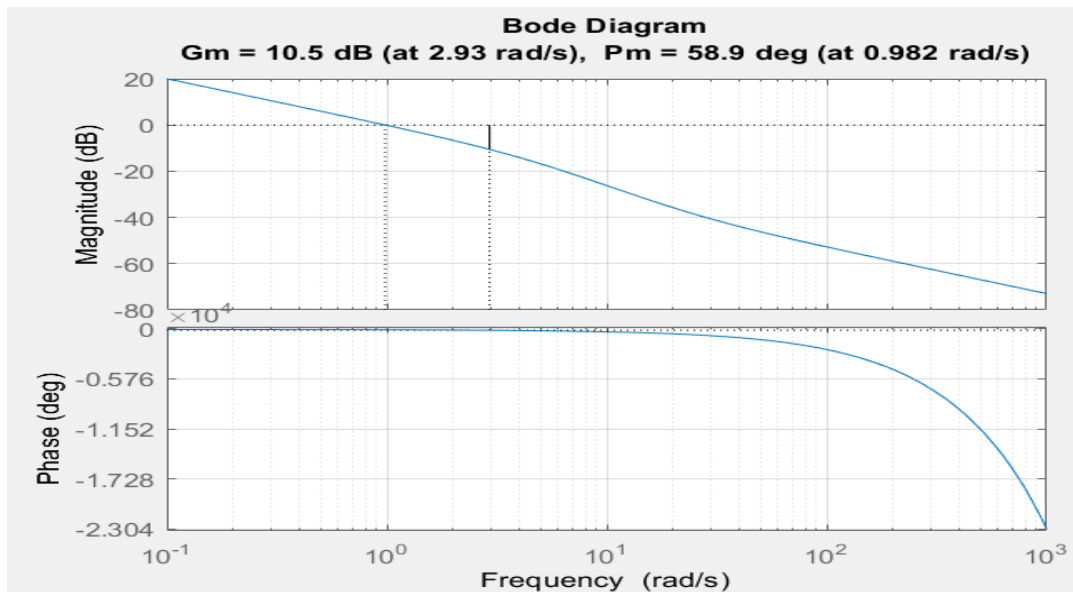
$$G_c(s) = \frac{k_P s}{k_I} + 1 = Ts + 1, \quad T = \frac{\tan \phi_m}{\omega} = \frac{\tan(4.73^\circ)}{0.98} = 0.045$$

$$k_P s + 1 = 0.045 s + 1 \Rightarrow k_P = 0.045 \quad \text{با فرض } k_I = 1 \text{ داریم}$$

$$t_s \approx \frac{1}{\omega_c} = \frac{1}{0.98} = 1.02 \text{ s}$$

### (3) کد متلب

```
clc; close all;
s = tf('s');
Ls = (exp(-0.4*s)) / (0.2*s+1);
Cs=(0.045)+(1/s);
figure(1)
margin(Ls*Cs) , grid
Ts= (Cs*Ls) / (1+Cs*Ls);
figure(2)
step(Ts)
stepinfo(Ts)
```



ans =

struct with fields:

```
RiseTime: 1.0194
TransientTime: 3.4967
SettlingTime: 3.4967
SettlingMin: 0.9026
SettlingMax: 1.0749
Overshoot: 7.4908
Undershoot: 0
Peak: 1.0749
PeakTime: 2.4816
```

همانطور که مشخص است مقدار  $t_s$  به میزان کمی با مقدار محاسبه شده تفاوت دارد.

از پاسخ پله مشهود است که سیستم دارای تاخیر 0.4 ثانیه‌ای است که دلیل آن نیز ترم نمایی سیستم است.

۱۴- چگونگی تنظیم از نوع پیداست خطای ماندگار آن  
به ورودی پله برابر صفر است.

$$G(s) = \frac{500k}{s(s+5)}$$

$$\text{if } k=1 \Rightarrow G(s) = \frac{500}{s(s+5)}$$

$$2. \text{ برای } |G(s)| = 0 \Rightarrow 500 = \omega \sqrt{\omega^2 + 25}$$

$$\Rightarrow 425000 = \omega^4 + 25\omega^2$$

$$\Rightarrow \omega_c^2 = 22.789 \Rightarrow \omega_c = 4.79 \text{ rad/s}$$

$$\text{Phase} = -90 - \tan^{-1}\left(\frac{\omega_c}{5}\right) \xrightarrow{\omega_c=4.79} \text{Phase} = -101.9$$

$$\Rightarrow P_m = 180 + \text{Phase} = 78.1 \Rightarrow \varphi_m = 50 - 78.1 = 14.9$$

$$k_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) = \frac{500}{5} = 100 \Rightarrow e_{ss} = 0.01$$

اگر بخواهیم افزایش خطای حالت ماندگار کمتر از ۱٪ افزایش دهیم برای حالتی فاز ۵۰ غیر خواص داشت: (کنترلر lead-lag)

$$\alpha = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} = 1.182$$

$$T = \frac{1}{\omega_c \sqrt{\alpha}} = \frac{1}{4.79 \times \sqrt{1.182}} = 0.015$$

$$\Rightarrow k_c = |G(j\omega_c)| = 1$$

$$\Rightarrow C(s) = \frac{k_c}{\sqrt{\alpha}} \cdot \frac{\alpha T s + 1}{T s + 1} = \frac{1}{1.35} \times \frac{0.027 s + 1}{0.015 s + 1}$$

حال مجدد خطا را اندازه گیری می نمایم:

$$k_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) C(s) = \frac{1}{1.35} \times \frac{1}{1} \times \frac{500}{5} = 74$$

$$\Rightarrow e_{ss} = 0.0135 \Rightarrow e_{ss} = 1.35\%$$

#### (4) ادامه حل دستی

ادامه ۴ برای کاهش  $\sigma_{es}$  از جبران کننده پس فاز استفاده می‌نم:

$$k_c = \frac{k_{v1}}{k_{v2}} = \frac{100}{\sqrt{4}} = 1,35 \Rightarrow k_1 = 0,35 \text{ و } \alpha = \frac{1}{k_c} = \frac{1}{1,35} = 0,74$$

$$\tau = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{k_1}{\varepsilon}\right)^2 - 1} = \frac{1}{42,9} \times \sqrt{\left(\frac{0,35}{0,01}\right)^2 - 1} = 0,142$$

$$C_v(s) = 1,35 \times \frac{0,1s+1}{0,142s+1}$$

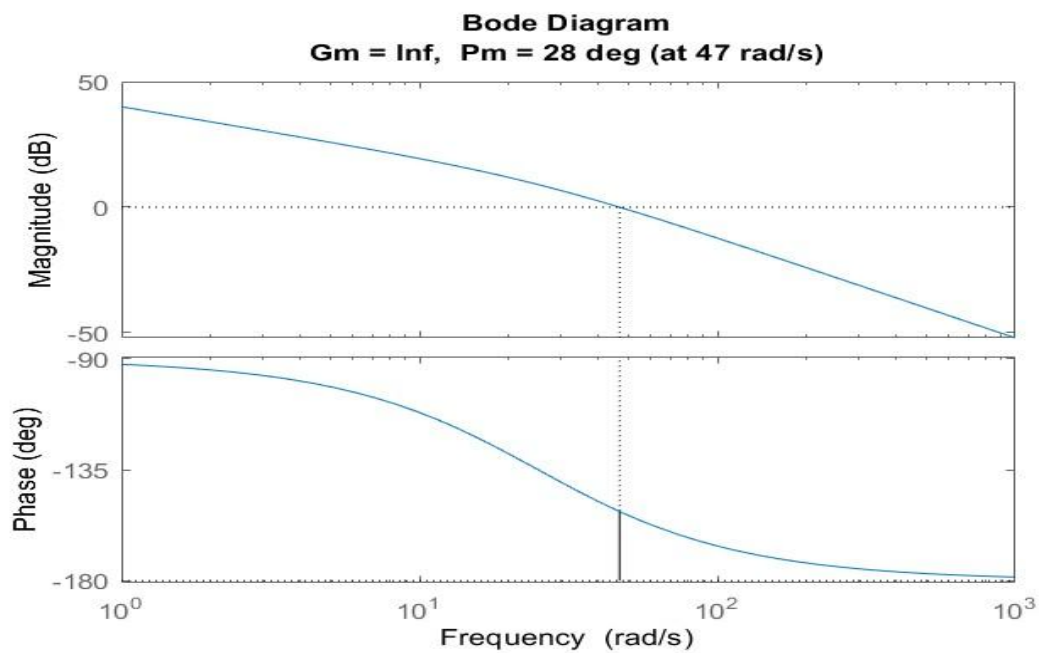
$$\Rightarrow G(s) = 1,35 \times \frac{0,1s+1}{0,142s+1} \times \frac{0,027s+1}{0,015s+1} \times \frac{1}{1,25} \times \frac{2500}{s(s+25)}$$

#### (4) کد متلب

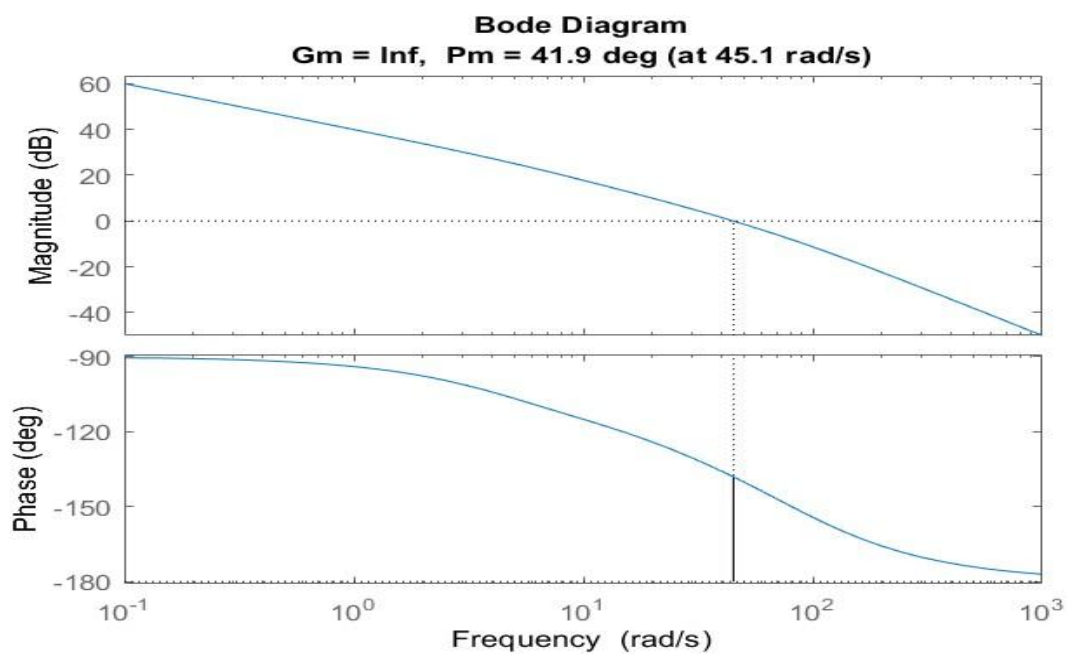
```
clc; close all;  
s = tf('s');  
Ls = 2500 / (s*(s+25));  
figure(1)  
margin(Ls)  
Cs1 = (1.35*(0.1*s+1)) / (0.142*s+1);  
Cs2 = (0.027*s+1) / (1.35*(0.015*s+1));  
Gs = Ls*Cs1*Cs2;  
figure(2)  
margin(Gs)
```



نمودار قبل کنترل کننده ها



نمودار بعد از قرار گیری کنترل کننده ها





## 5- الف) حل دستی

$$\omega_c \approx \frac{1}{T_s} = 0.0005 \text{ rad/s}$$

(الف-ج)

$$P_m \approx 100$$

سیستم بدون فراموشی و با سرعت پایین کار می کند  $\Rightarrow \zeta = 1$

بدون کنترل کننده ما خواهم داشت:  $P_m = -9.6^\circ$  و  $G_m = -5.19 \text{ dB}$

$\Rightarrow$  باید حاشیه فاز از  $9.6^\circ$  به  $100^\circ$  برسد که چنین عملی با کنترل کننده PD ممکن نباشد، بنابراین باید بهره را به سبزیانی تغییر داد به تناسب مناسب بین  $P_m$  و  $T_s$  دست یابیم. ابتدا با کاهش  $T_s$  را کاهش می دهیم تا  $P_m$  افزایش یابد.

$$\omega_c = 0.0005 \text{ rad/s} \Rightarrow -20 \log k_p = 35 \Rightarrow k_p = 0.018 \rightarrow P_m = 49.8$$

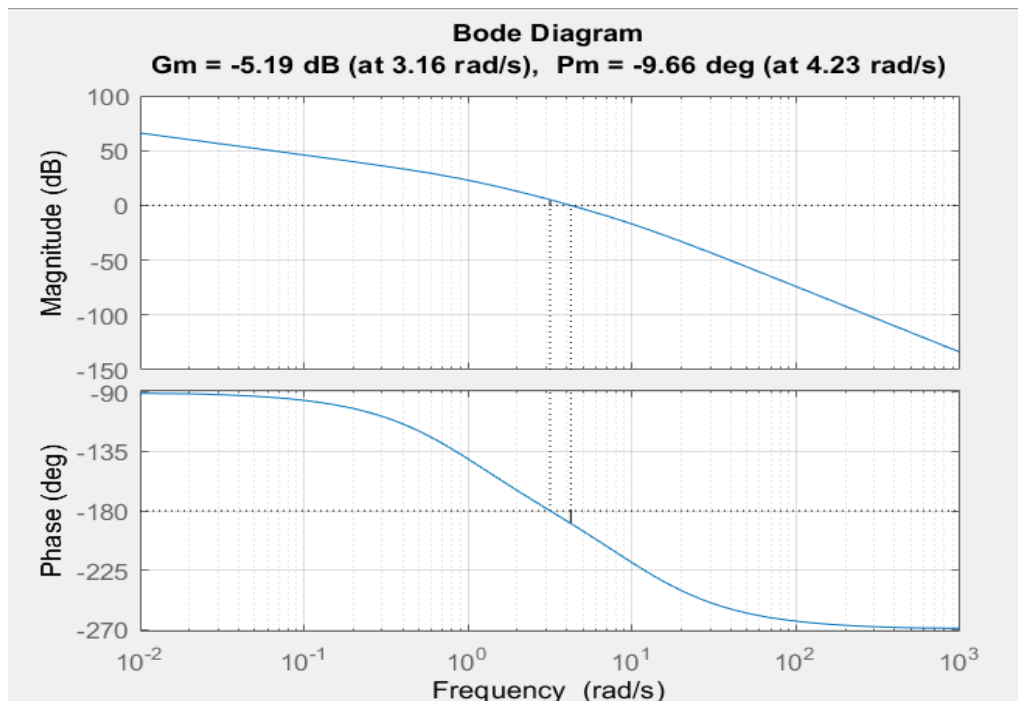
$$T_s = \frac{t_d k_p}{\omega_c} = 1.8 \Rightarrow P_m = 1.2 \quad \text{باید } P_m \text{ به اندازه } 33.8^\circ \text{ افزایش یابد.}$$

$$-20 \log k = 35 \Rightarrow k = 0.018 \rightarrow k_p = 0.018 \rightarrow P_m = 39.1 \quad \text{اگر } \omega_c = 1$$

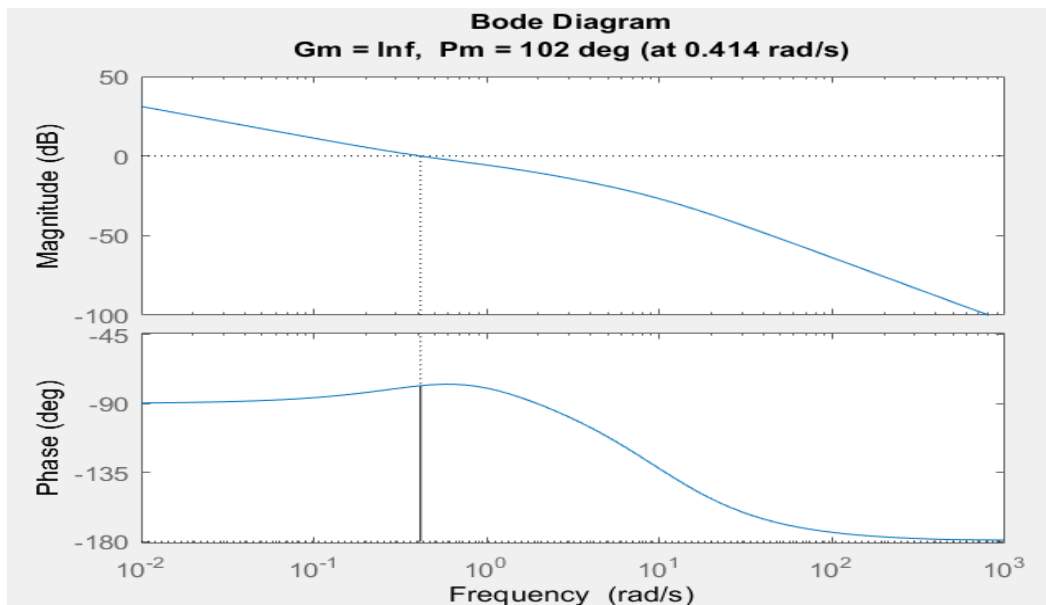
$$\varphi_m = 100 - 39.1 = 60.9 \rightarrow T_s = \frac{t_d (60.9)}{1} = 1.79$$

$\Rightarrow$  با توجه به تناسب ایجاد شده، این طراحی مناسب است.

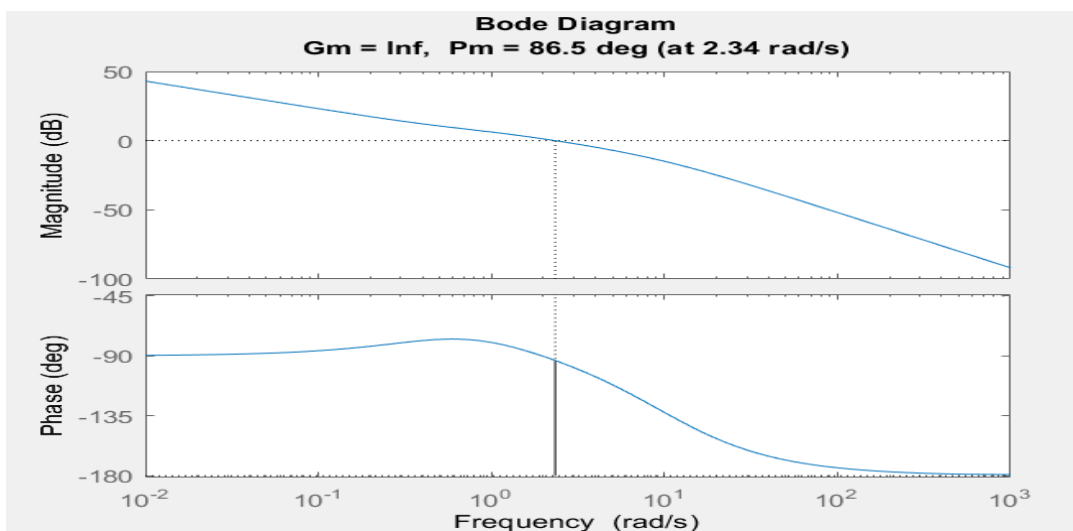
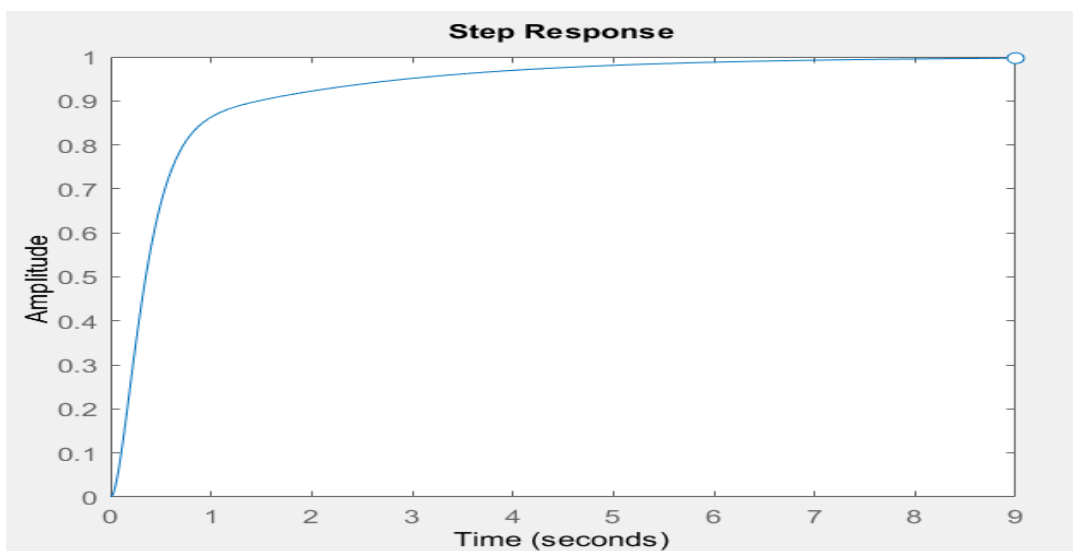
نمودار بدون کنترل کننده



## نمودار با کنترل کننده



با تغییر  $k_p$  به 0.071 پاسخ فرکانسی به صورت زیر خواهد بود



## 5-ب) حل دستی

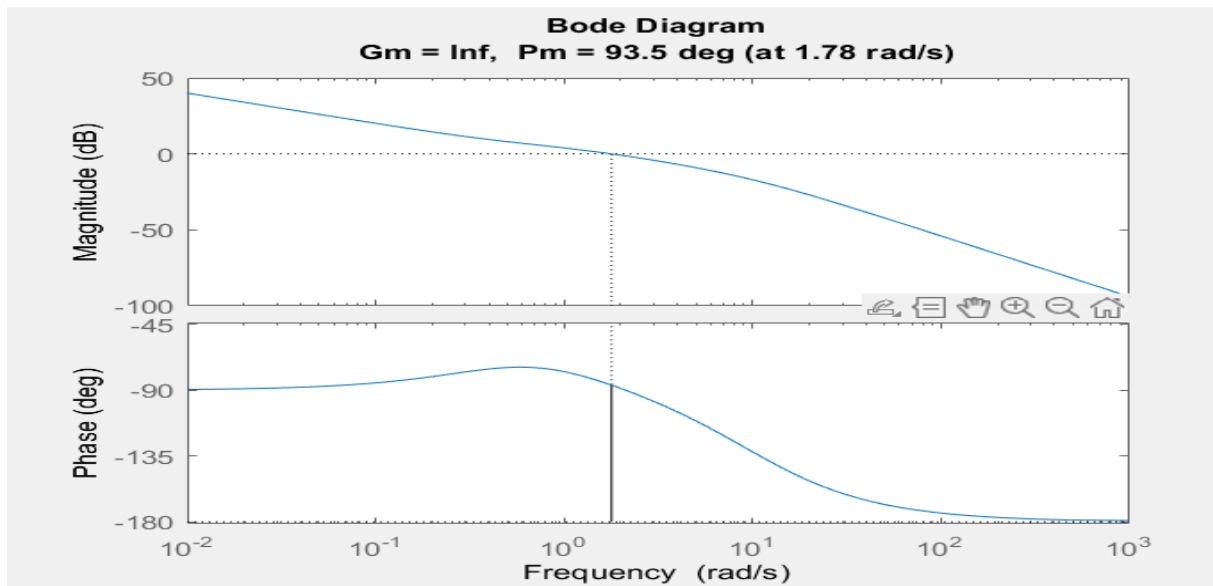
$$k_p = 1 \Rightarrow e_{ss} = 1$$

$$G(s) = (k_p + k_D s) \left( \frac{1}{s(s+1)(s+1.5)} \right)$$

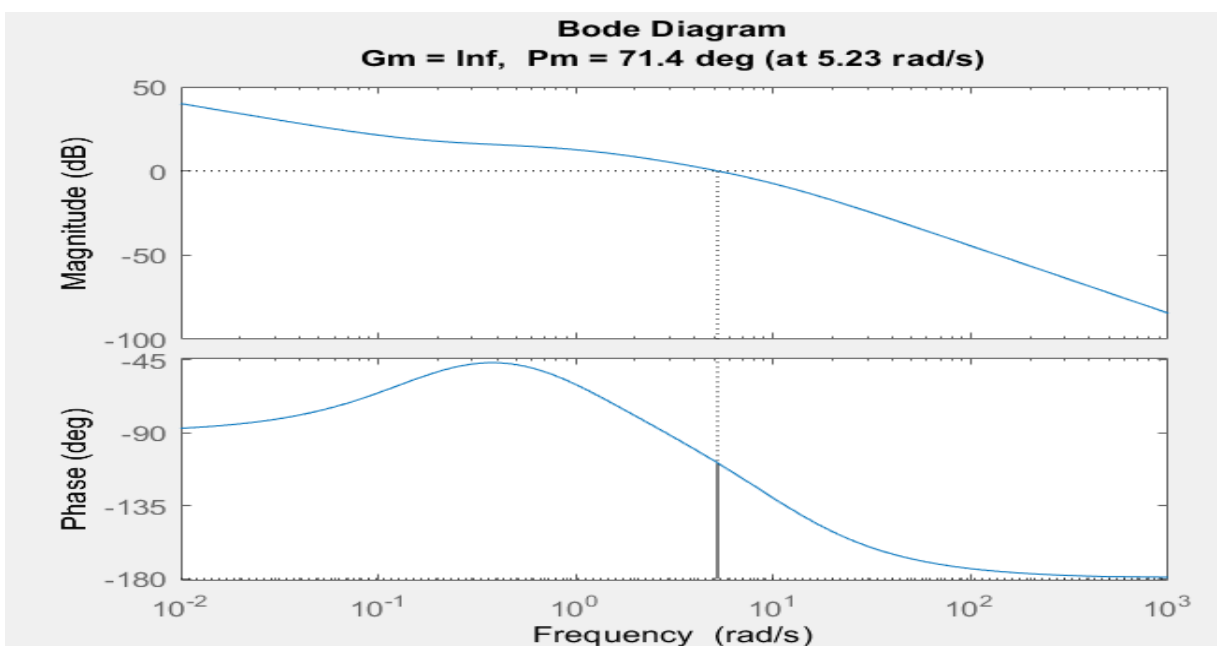
$$\lim_{s \rightarrow 0} s G(s) = 1 \Rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} \frac{k_p + k_D s}{(s+1)(s+1.5)} = \frac{1}{1.5} \Rightarrow k_p = 0.5$$

$$\Rightarrow \varphi_m = 19^{-1} \left( \frac{k_D \omega}{k_p} \right) \rightarrow \text{هرچه } k_D \text{ افزایش یابد، فرکانس نوسان بهر نیز افزایش می‌یابد.}$$

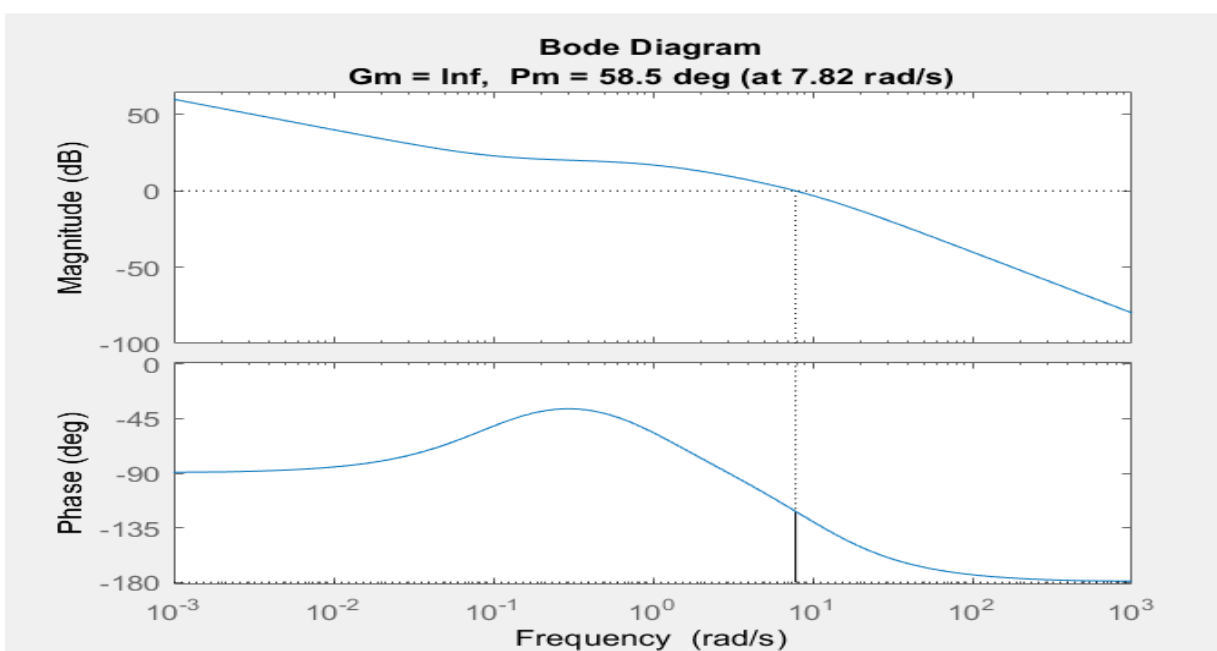
**Kd=0.1**



**Kd=0.3**



**Kd=0.5**



با توجه به نمودار ها مشاهده می شود که به ازای **0.1** بیشترین حاشیه فاز را داریم.

## 5-الف) کد متلب

```
clc; close all;
s = tf('s');
Ls = 200 / (s*(s+1)*(s+10));
figure(1)
margin(Ls), grid
kp = 0.071;
T=1.79;
kd=kp*T;
Gs=(kp+kd*s) * Ls;
figure(2)
margin(Gs)
Ts= Gs/(1+Gs);
figure(3)
step(Ts)
```

## 5-ب) کد متلب

```
clc; close all;
s = tf('s');
Ls = 200 / (s*(s+1)*(s+10));
kp = 0.05;
Gs=(kp+0.1*s) * Ls;
figure(1)
margin(Gs)
figure(2)
Gs=(kp+0.3*s) * Ls;
margin(Gs)
figure(3)
Gs=(kp+0.5*s) * Ls;
margin(Gs)

% for kd = 0 : 0.1 : 0.5
%     Gs=(kp+kd*s) * Ls;
%     margin(Gs)
%     hold on
% end
%
```