K.N. Toosi University of Technology

Student name: Mostafa Latifian

Student ID: 40122193

Professor: Dr. Hamidreza Taghirad

Course: Linear Control System

Final Project

فهرست راهنمای پروژه

سوال ۱.

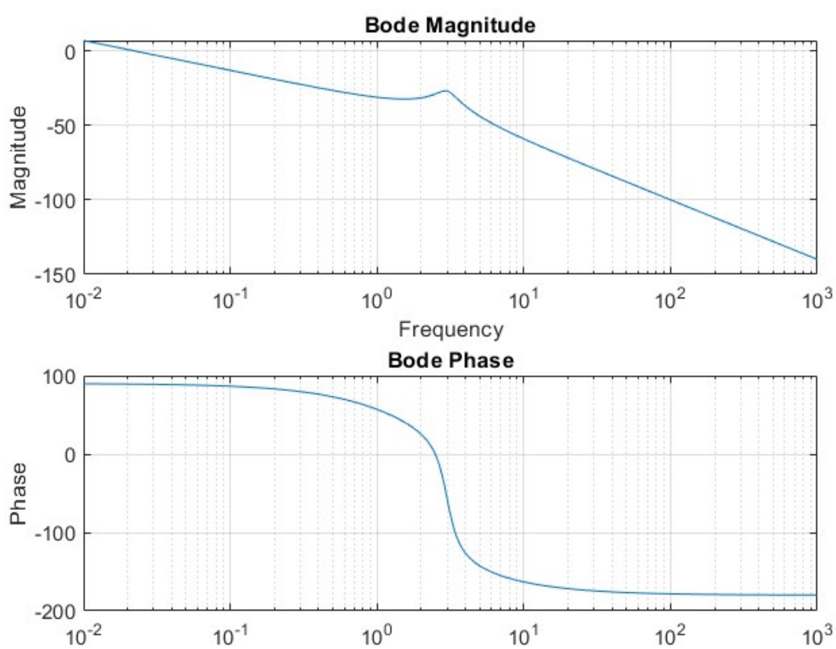
برای دریافت دیتا های مورد نیاز و لازم و رسم پاسخ فرکانسی یا نمودار بود با استفاده از متلب از کد زیر استفاده می‌کنیم:

```
clc; clear all; close all;
data = load('Data.mat');
freq = data.Data.omega;
mag = data.Data.magnitude;
phase = data.Data.phase;

figure(1);
subplot(2,1,1);
semilogx(freq, 20*log10(mag));
grid on;
xlabel('Frequency');
ylabel('Magnitude');
title('Bode Magnitude');

subplot(2,1,2);
semilogx(freq, phase);
grid on;
xlabel('Frequency');
ylabel('Phase');
title('Bode Phase');
```

در این کد با استفاده از دستور load دیتا های موجود در فایل پروژه را استخراج می‌کنیم؛ سپس با استفاده از دستور semilogx نمودار ها را رسم می‌کنیم. نمودار بود رسم شده در شکل ۱.۱ قابل مشاهده می‌باشد.



شکل ۱.۱. نمودار بود خروجی

سوال۲.

با توجه به نمودار بود خروجی در مورد سوالات بیان شده خواهیم داشت:

- **نوع سیستم:** با توجه به شیب نمودار اندازه مشخص است که سیستم در فرکانس های پایین دارای یک انتگرال گیر است، بنابراین سیستم یک قطب در مبدا دارد و سیستم از نوع تیپ یک می‌باشد.
- **مرتبه سیستم:** در نمودار اندازه مشاهده می‌شود که ابتدا شیب به صورت پیوسته در حال کاهش است اما در یکی از فرکانس ها به دلیل وجود صفر این اندازه افزایش می‌یابد ولی این افزایش مجددا به شیب نزولی منجر می‌شود و با مشاهده در فرکانس های بالای نمودار اندازه متوجه می‌شویم که نمودار در یک دوره ده تایی با کاهش 40dB اندازه همراه بوده است بنابراین می‌توان دریافت که این سیستم از مرتبه سه می‌باشد.
- **میزان تاخیر سیستم:** هیچ تأخیر زمانی قابل‌توجهی در نمودار قابل مشاهده نمی‌باشد؛ اگر تأخیری در سیستم وجود داشت نمودار فاز به صورت پیوسته کاهش می‌یافت.
- **کمینه فاز بودن سیستم:** اگر سیستم از نوع غیرکمینه فاز باشد یعنی دارای صفر در سمت راست محور می‌باشد و باید در نمودار فاز، دریک فرکانس فاز سیستم به صورت ناگهانی باشیب زیادی کاهش یابد که این موضوع در شکل ۱.۱ قابل مشاهده است پس سیستم از نوع غیرکمینه فاز است.

سوال ۳.

طبق نمودار بود سیستم ابتدا تحلیل را بیان می‌کنیم و سپس تابع تبدیل را با استفاده از متلب پیدا می‌کنیم.

همانطور که در سوال ۲ بیان شد یک سیستم با یک قطب در مبدا داریم، باتوجه به شیب $-40\,\frac{dB}{dec}$ به این موضوع پی می‌بریم که سیستم دارای قطب مرتبه دو است و همچنین سیستم دارای یک صفر غیر کمینه فاز می‌باشد.

۱.۳. بخش امتیازی

در اینجا از دو روش برای یافتن تابع تبدیل استفاده می‌کنیم.

۱.۱.۳. اجرا به صورت کلی در کد اصلی

```
%% Find transfer function of system Q3
P = deg2rad(phase);
L = mag .*exp(1i*P);
Connectform=0;
freq_store=idfrd(L,freq,Connectform);
p=3;
z=1;
G = tfest(freq_store,p,z);
G
figure;
bode(G);
grid on;
```

در این بخش با استفاده از System Identification به صورت مستقیم تابع تبدیل را بدست می‌آوریم و طبق تصویر ۱.۱.۱.۳ خواهیم داشت:

```
G =

      0.1 s - 0.2
  --------------------
  s^3 + 0.9 s^2 + 9 s

Continuous-time identified transfer function.
```

تصویر ۱.۱.۱.۳ تابع تبدیل سیستم

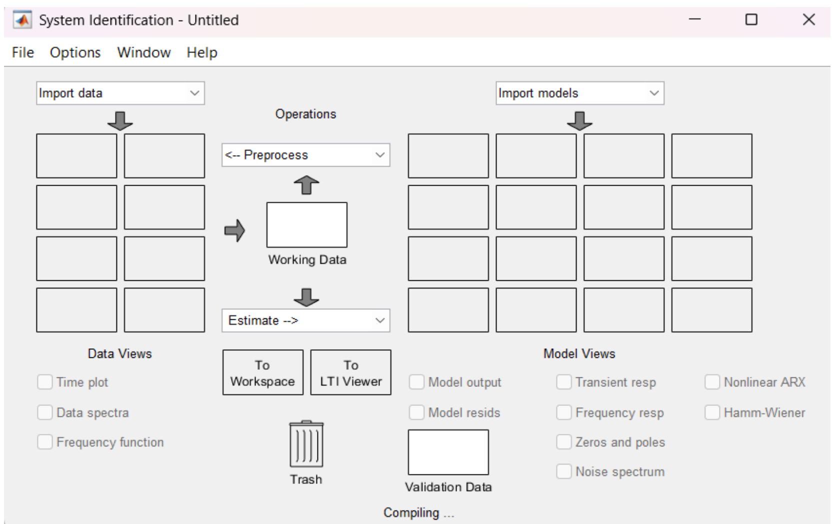
۲.۱.۳. پیاده سازی به صورت اسکریپت جدا

در این بخش با استفاده از برنامه جداگانه تابع تبدیل سیستم را بدست می‌آوریم.

```
data = load('Data.mat');
freq =data.Data.omega;
mag = data.Data.magnitude;
phase =data.Data.phase;

phase = deg2rad(phase);
G = mag .* exp(1i * phase);
DataForresponse = frd(G , freq );
systemIdentification
```

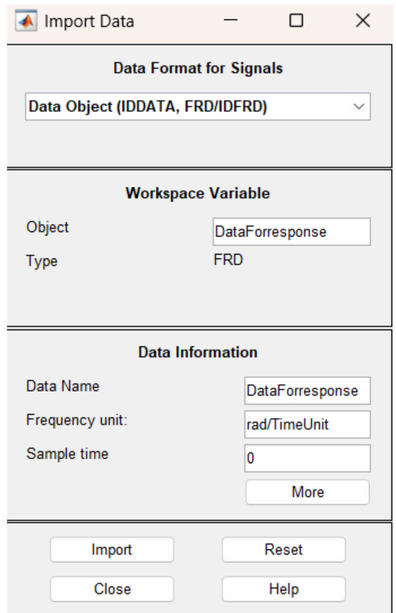
حال به توضیح مرحله به مرحله پیاده سازی می‌پردازیم، پس از ران کردن این برنامه با با تصویر ۱.۲.۱.۳ مواجه می‌شویم.



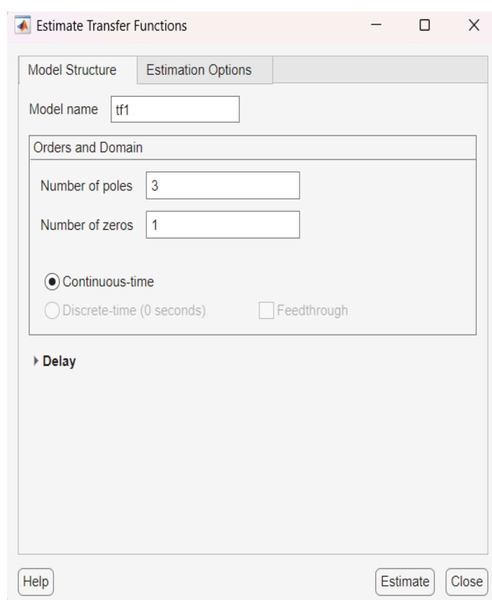
تصویر ۱.۲.۱.۳ بخش اول tool box

در این بخش در قسمت Import object نام تابع استفاده شده در کد را وارد می‌کنیم. در تصویر ۲.۲.۱.۳ این عمل قابل مشاهده است.

در مرحله بعد از قسمت Estimate مشخصات تابع تبدیل را با توجه به نتیجه گیری های بخش ۱.۳ وارد می‌کنیم و این سند در تصویر ۳.۲.۱.۳ قابل مشاهده است.

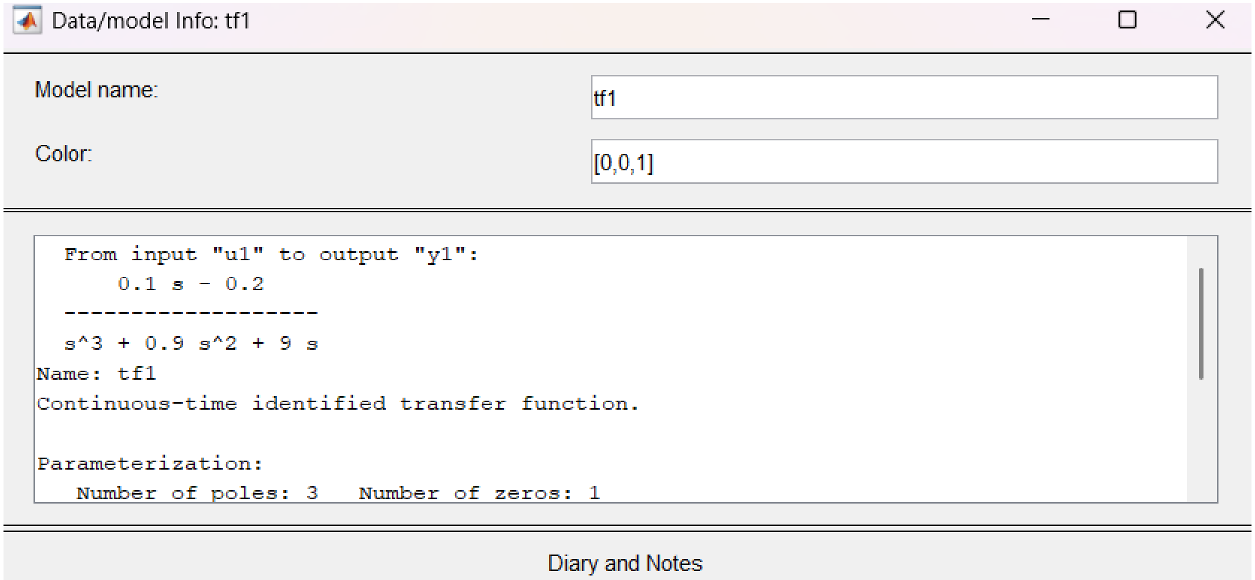


تصویر ۲.۲.۱.۳ بخش دوم tool box



تصویر ۳.۲.۱.۳ بخش سوم tool box

حال در مرحله آخر نتیجه به دست آمده در تصویر ۴.۲.۱.۳ قابل مشاهده است.

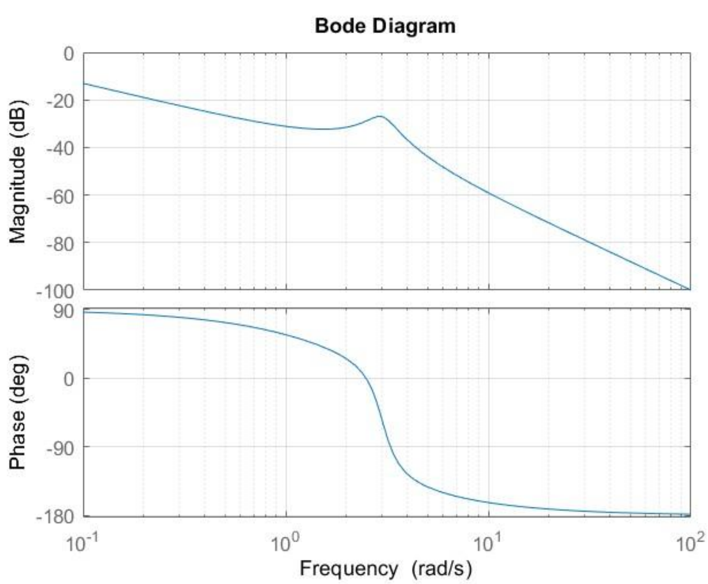


تصویر ۴.۲.۱.۳ بخش نهایی و تابع تبدیل سیستم

با توجه به مطالب بیان شده در قسمت های بالا، تابع تبدیل سیستم به صورت زیر خواهد بود:

$$G = \frac{0.1s - 0.2}{s(s^2 + 0.9s + 9)}$$

همچنین نمودار بود این سیستم در شکل ۱.۳ قابل مشاهده است.



شکل ۱.۳ نمودار بود تابع تبدیل به دست آمده

سوال ۴.

حل سوال ۴ به صورت دستی در تصویر ۱.۴ آورده شده است.

سوال ۴.

$$\Delta(s) = 1 + k\,G(s)$$

$$D(s) = s^3 + 0.9 s^2 + 9 s + k(0.1 s - 0.2)$$

$$\Rightarrow D(s) = s^3 + 0.9 s^2 + (9 + 0.1 k) s - 0.2 k$$

$\Longrightarrow$

s^3	1	$9 + 0.1k$
s^2	0.9	$-0.2k$
s^1	x	0
s^0	$-0.2k$	0

$$\longrightarrow -0.2k > 0 \Longrightarrow k < 0$$

$$x = \frac{0.9(9 + 0.1k) + 0.2k}{0.9} \Longrightarrow x = \frac{8.1 + 0.29k}{0.9} \rightsquigarrow 8.1 + 0.29k > 0$$

$$\Longrightarrow k > -27.93$$

$$\Longrightarrow -27.93 < k < 0$$

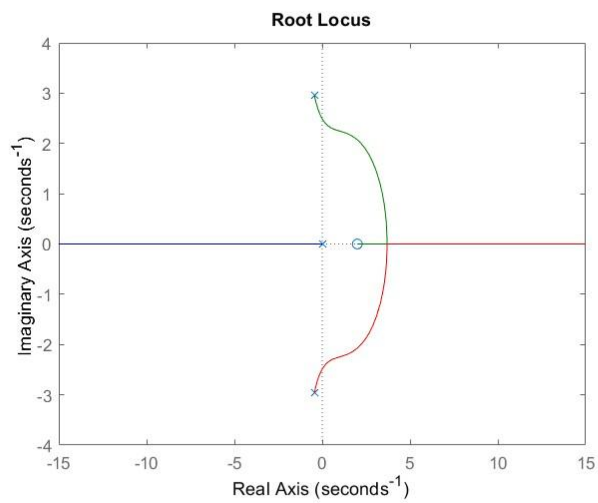
تصویر ۱.۴ حل با استفاده از روث هورویتز

همانطور که مشخص است برای پایداری باید شرط $-27.93 < k < 0$ برقرار باشد.

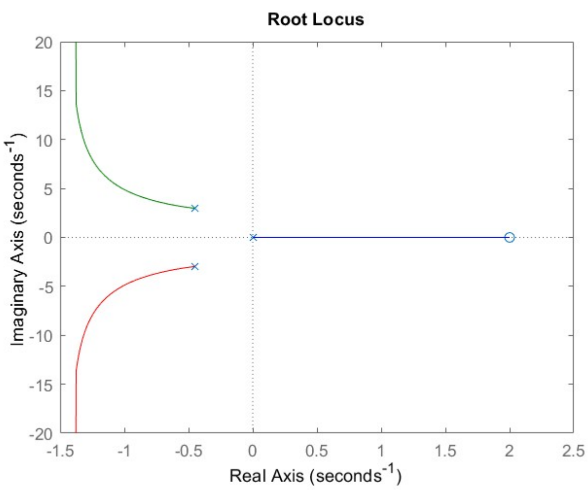
سوال ۵.

نمودار مکان هندسی ریشه به ازای k های مثبت و منفی را رسم می‌کنیم.

```
%% Root locus of system Q5
figure;
rlocus(G)
figure;
rlocus(-G)
```



تصویر ۱.۵ نمودار مکان هندسی ریشه به ازای k منفی



تصویر ۲.۵ نمودار مکان هندسی ریشه به ازای k مثبت

همانطور که مشخص است در k های مثبت نمی‌توان با افزایش گین سیستم را پایدار کرد زیرا این عمل باعث انتقال مکان به سمت راست می‌شود و همانطور که در سوال ۴ مشاهده کردیم k باید منفی باشد.

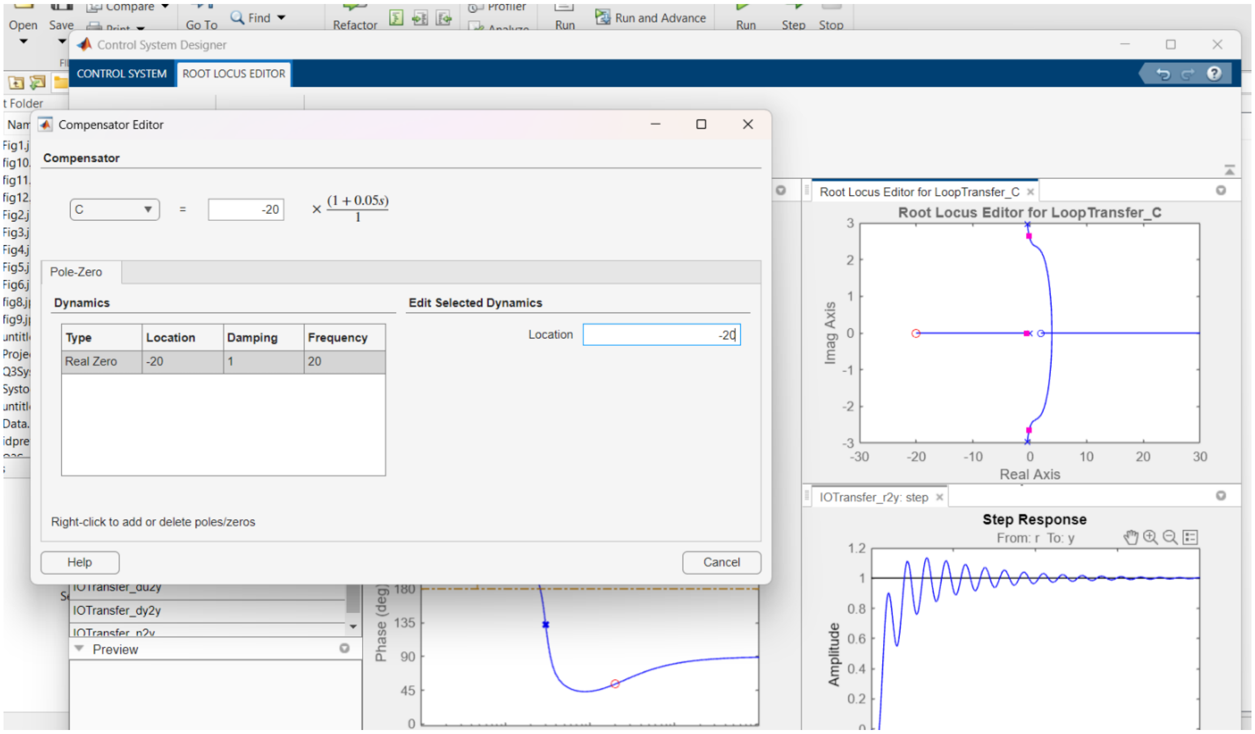
به دلیل صفر غیر کمینه فاز، قطب روی مبدا در ازای افزایش بهره به سمت صفر می رود و همیشه این قطب در حالت حلقه بسته ناپایدار و سمت راست محور موهومی است. پس با کنترلر تناسبی یا همان بهره ثابت نمیشود این سیستم را پایدار کرد.

مشاهده می‌شود که با استفاده از گین منفی سیستم به پایداری نسبی در بازه کمی از k می‌رسد.

قسمت دوم سوال ۵

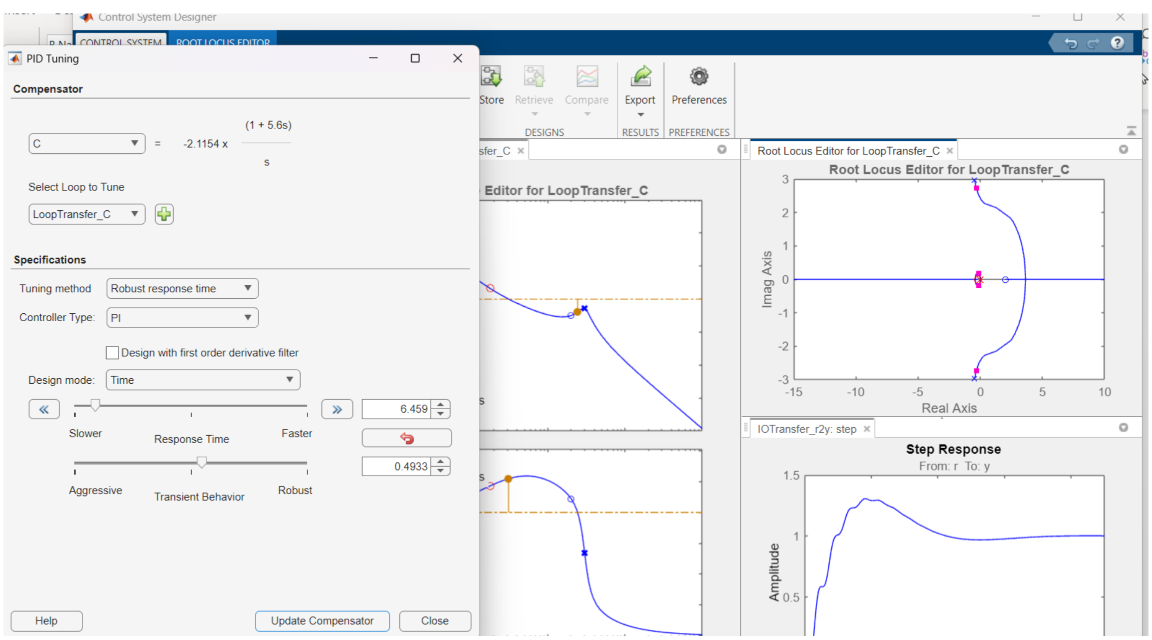
در این قسمت با استفاده از ابزار sisotool در متلب به تحلیل و طراحی کنترل کننده می‌پردازیم.

با سعی و خطا و انجام تست به ازای مقادیر مختلفی از گین و مکان صفر طبق تصویر ۳.۵ می‌توان دریافت که به ازای کنترل کننده PD و گین منفی می‌توان پایداری سیستم را کمی بهبود بخشید.



تصویر **۳.۵** طراحی کنترل کننده PD

حال برای طراحی بهتر از کنترل کننده PI و گین منفی نیز استفاده می‌کنیم:



تصویر ۴.۵ طراحی کنترل کننده PI

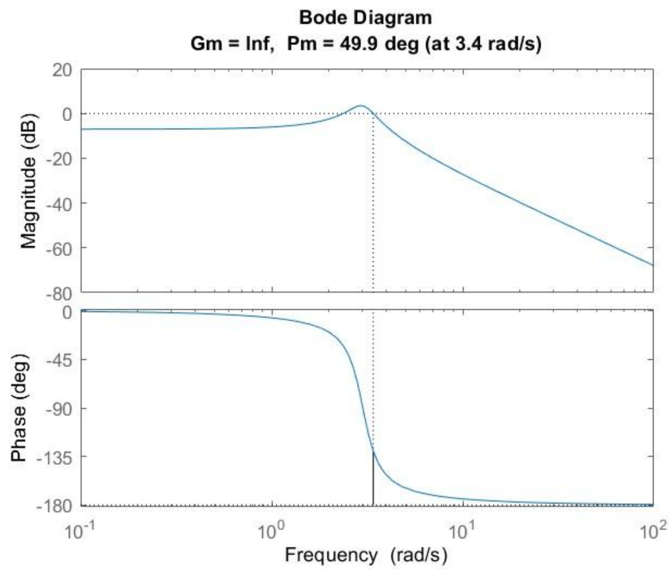
طبق تصویر ۴.۵ قابل مشاهده است که با استفاده از PI نیز می‌توان به پایداری نسبی دست یافت.

سوال ۶.

با ضرب مقادیر خواسته شده تابع تبدیل به صورت زیر خواهد بود:

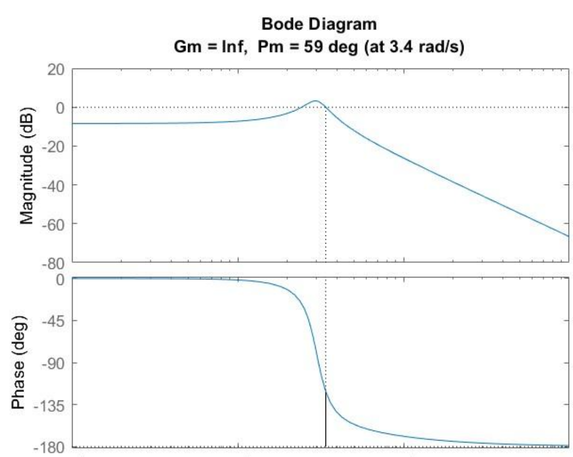
$$G(s) = \frac{0.1}{s^2 + 0.9s + 9}$$

نمودار بود سیستم را رسم می‌کنیم:



تصویر ۱.۶ نمودار بود سیستم جدید

با توجه به نمودار مشخص است که هیچگاه این نمودار صفر دسی بل را قطع نمی‌کند، بنابراین با افزودن یک گین نمودار را کمی بالا می‌کشیم. در اینجا گین برابر ۴۰ فرض شده و داریم:



تصویر ۲.۶ نمودار بود پس از افزودن گین

با توجه به خواسته های سوال برای داشتن فراجهش مناسب از کنترل کننده پیش فاز یا Lead بهره می‌گیریم.

محاسبات دستی این کنترل کننده در تصویر ۳.۶ قابل مشاهده است.

کنترل کننده Lead

$$G(s) = \frac{4}{s^2+0.9s+9} \rightsquigarrow P_m = 50^\circ, \quad \omega_c = 3.4 \,\frac{rad}{s}$$

$$10 < m_p < 15 \xrightarrow{m_p = 13\%} e^{-\pi \cot\theta} = 0.13 \Rightarrow \pi \cot\theta = 2.04$$

$$\Rightarrow tg\,\theta = 1.54$$

$$\Rightarrow \theta = 57^\circ$$

$$\cos\theta = \xi \Rightarrow \xi = 0.54$$

$$P_m = 100\xi = 54^\circ$$

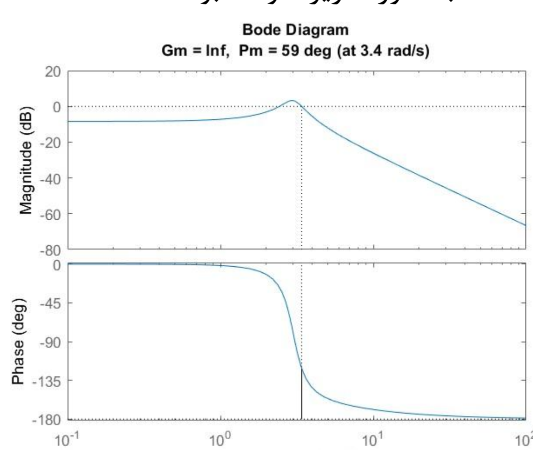
$$\Rightarrow \varphi_m = 54^\circ - 50^\circ + \underbrace{5^\circ}_{\text{حاشیه اطمینان}} = 9^\circ$$

$$\alpha = \frac{1+\sin\varphi_m}{1-\sin\varphi_m} = 1.37, \quad T = \frac{1}{\sqrt{\alpha}\,\omega_c} = 0.25$$

$$\Rightarrow C_{Lead} = 34.17 \times \frac{0.34s+1}{0.25s+1}$$

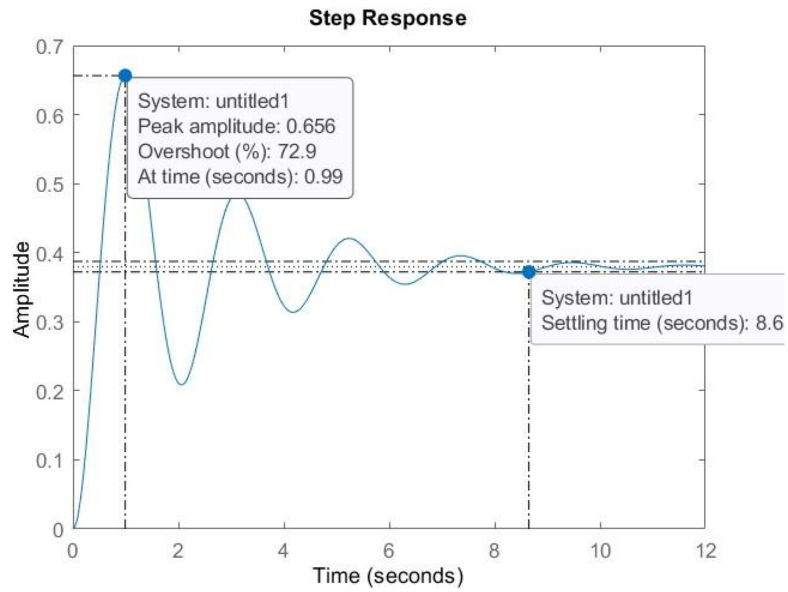
تصویر ۳.۶ طراحی دستی کنترل کننده پیش فاز

خروجی پس از اعمال این کنترل کننده به صورت زیر خواهد بود:



تصویر ۴.۶ نمودار بود پس از افزودن کنترل کننده پیش فاز

همچنین پاسخ پله و فراجهش و زمان نشست این سیستم به شرح زیر است:



تصویر ۵.۶ پاسخ فرکانسی سیستم

با توجه به پاسخ فرکانسی مشخص است که مشکل زمان نشست حل شده است اما مشکل فراجهش همچنان باقی است، بنابراین یک کنترل کننده پس فاز یا Lag طراحی می‌کنیم:

کنترل کننده Lag

برای کمتر جابه‌جا شدن P_m، k_c را برابر ۱٫۶ می‌گیریم.

$$k_c = 1.6,\quad k_1 = 0.6 \Rightarrow \alpha = 0.425$$

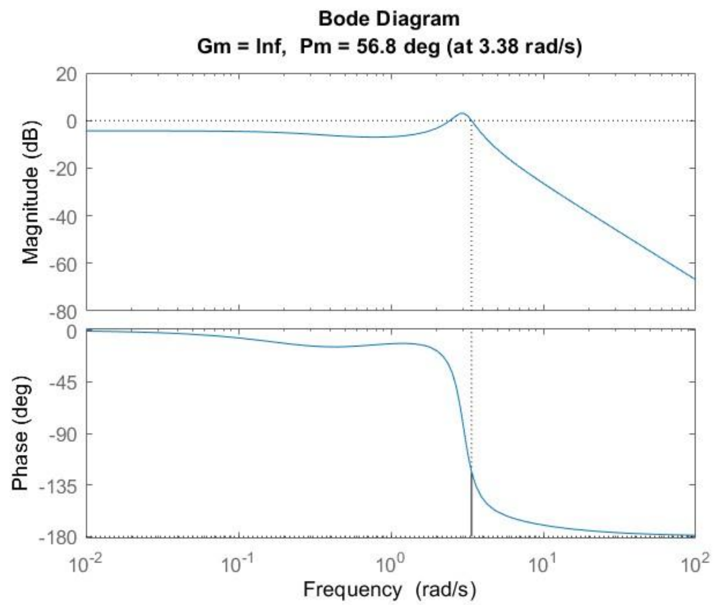
$$\omega_c = 3.81$$

$$\tau = \frac{1}{3.81}\sqrt{\left(\frac{0.6}{0.05}\right)^2 - 1} = 3.13$$

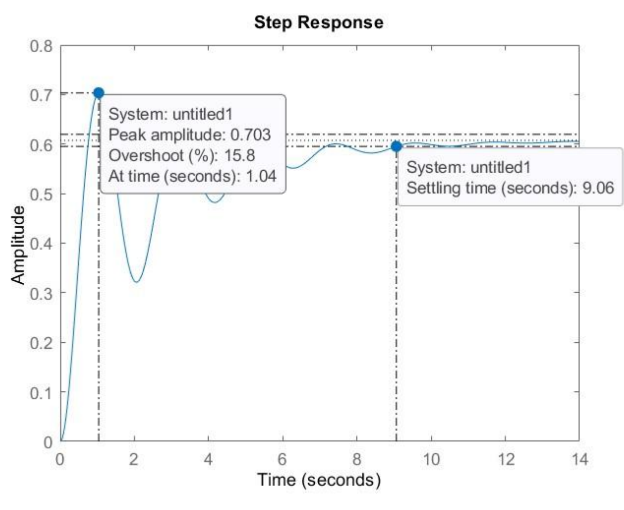
$$C = 1.6 \times \left(\frac{1.95\,s + 1}{3.13\,s + 1}\right)$$

تصویر ۶.۶ طراحی کنترل کننده پس فاز

نمودار بود و پاسخ فرکانس این سیستم به صورتی است که فراجهش آن برابر ۳۴٪ است اما با دستکاری بهره پیش فاز می‌توان به مقدار مناسب و قابل قبول برای فراجهش برسیم و داریم:



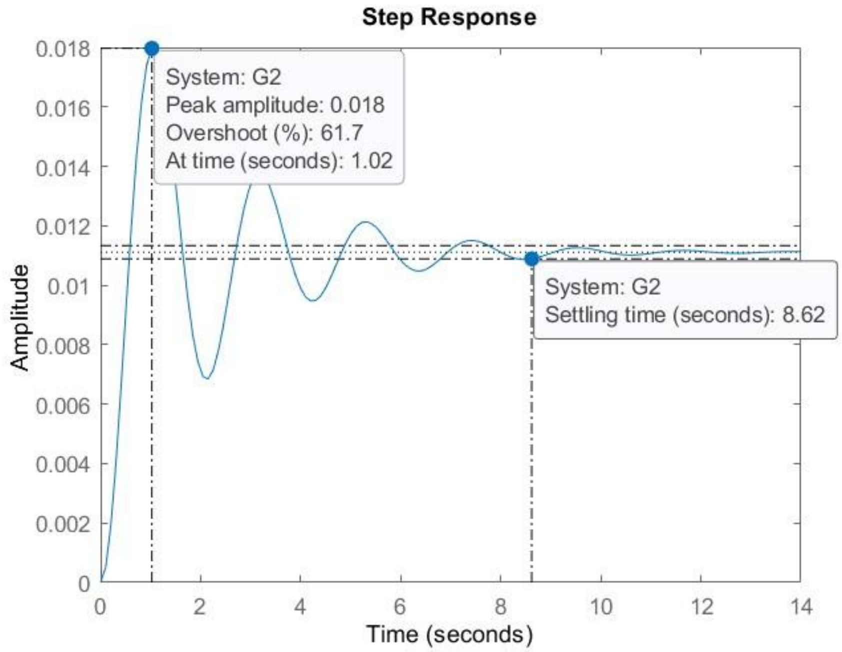
تصویر ۷.۶ نمودار بود پس از طرح هر دو کنترل کننده



تصویر ۸.۶ پاسخ فرکانسی پس از طرح هر دو کنترل کننده

با توجه به فراجهش و تایم نشست مشخص است که طراحی با تقریب خوبی مناسب است.

مقایسه پاسخ فرکانسی سیستم قبل و بعد از طراحی کنترل کننده ها:



تصویر ۹.۶ پاسخ فرکانسی سیستم بدون کنترل کننده

با توجه به پاسخ فرکانسی و نمودار بود سیستم قبل از کنترل کننده ها می‌توان گفت:

۱. **افزایش زمان نشست:** زمان نشست با استفاده از کنترل کننده ها از 8.62s به 9.06s بهبود یافت.
۲. **کاهش فراجهش:** فراجهش سیستم از 61.7% به 15.8% کاهش یافت.
۳. **بهبود حاشیه فاز:** مشاهده می‌شود که با افزودن کنترل کننده ها حاشیه فاز سیستم از بی نهایت به ۵۷ درجه رسید و این امر باعث بهبود پایداری سیستم شده است.

کد متلب مربوط به سوال ۶:

```
%% Mp and ts Q6
G2=(0.1)/(s^2+0.9*s+9);
figure;
margin(G2) %G2 befor lead controller

C_lead=(0.1*(0.34*s+1))/(0.25*s+1);
% figure;
% margin(G2 * C_lead)  % G2 after lead controller
% figure;
% step(G2 * C_lead)
% info = stepinfo(G2*C_lead);    % Get step response characteristics
% overshoot = info.Overshoot     % Overshoot percentage
```

```
% settling_time = info.SettlingTime % Settling time
% figure;
% margin(G2*C_lead) % G2 before lag
C_lag=(1.6*(1.9*s+1))/(3.13*s+1);
figure;
margin(G2 * C_lead*C_lag) % G2 after both
T2=G2 *C_lead*C_lag;
T3=(T2)/(T2+1);
figure;
step(T3)
figure;
step(G2)
info = stepinfo(T3);
overshoot = info.Overshoot
settling_time = info.SettlingTime
```

سوال ۷.

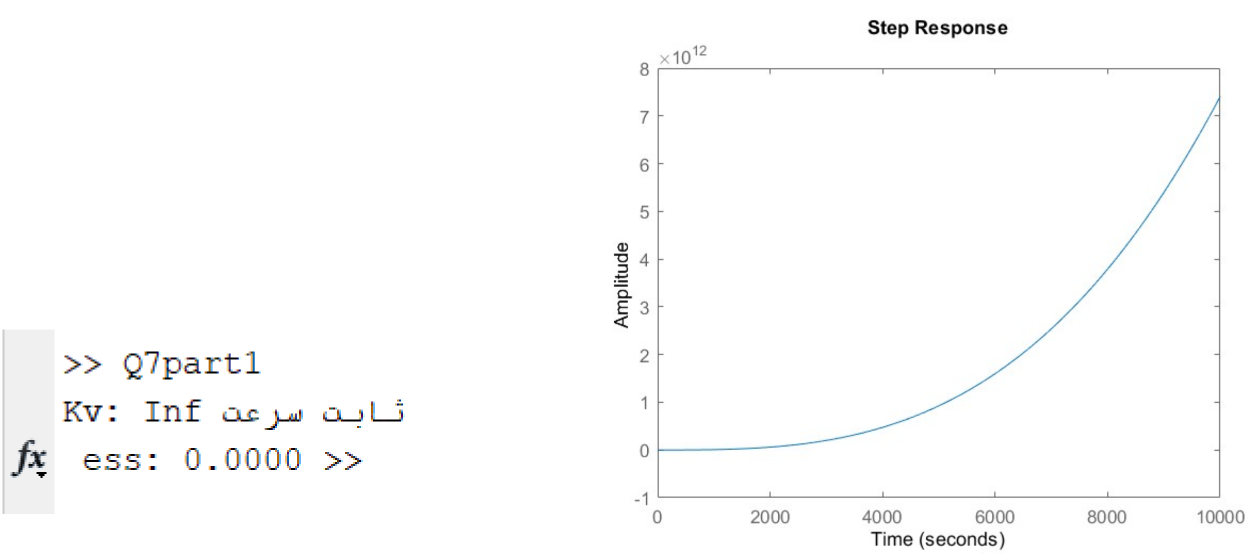
۱.۷.

تابع تبدیل خود سیستم مرتبه یک می‌باشد بنابراین خطای ورودی پله آن برابر صفر است، به گفته سوال خطای ورودی شیب باید کمتر از ۲٪ باشد بنابراین ما می‌توانیم با استفاده از یک کنترل کننده PI مرتبه سیستم را یک واحد افزایش دهیم و خطای ورودی شیب را صفر کنیم.

در این طراحی باید حواسمان باشد که با افزودن بهره در سیستم ناپایدار نشود. همچنین به علت وجود صفر غیرکمینه فاز از بهره منفی استفاده می‌کنیم تا سیستم به صورت افزایشی عمل کند.

```
s = tf('s');
G = (0.1*s - 0.2) / (s * (s^2 + 0.9*s + 9));
k=-20;
C = k * (s + 0.1) / s;
L=C*G;
L2=L/s;
T = feedback(L, 1);
Kv = dcgain(s *L );
ess = 1 / Kv;
fprintf('ثابت سرعت Kv: %.4f\n', Kv);
fprintf(' ess: %.4f ', ess);
figure;
step(L2);
figure;
margin(L)
pole (T)
```

پاسخ این سیستم و خطای آن در تصویر زیر قابل مشاهده است.



تصویر ۱.۱.۷ پاسخ شیب و خطای سیستم پس از افزودن PI

۲.۷.

ابتدا تابع متمم حساسیت سیستم را تشکیل می‌دهیم، فرکانس گذر بهره را برابر یک در نظر می‌گیریم همچنین به علت وجود صفر غیر کمینه فاز باید پهنای باند کمتر از ۲ باشد، درجه نسبی سیستم برابر ۲ می‌باشد و یک صفر غیر کمینه فاز داریم پس برای تابع متمم حساسیت خواهیم داشت:

$$T_d = \frac{\frac{s}{\tau}+1}{(s+1)^3}$$

$$T_d(2) = 0 \rightarrow \tau = -2$$

$$S_d = 1 - T_d = \frac{s^3+3s^2+3.5s}{(s+1)^3}$$

$$C(s) = \frac{T_d}{S_d \times P} = \frac{-5s(s^2+0.9s+9s)}{s^3+3s^2+3.5s}$$

با توجه به مقادیر بدست آمده تابع تبدیل سیستم حلقه باز برابر است با:

$$L = C \times G = \frac{-0.5(s-2)}{s(s^2+3s+3.5)}$$

```
s=tf('s');
G = (0.1*s-0.2)/(s^3+0.9*s^2+9*s);
Td=(-0.5*(s-2))/((s+1)^3);
Sd=(s^3+3*s^2+3.5*s)/((s+1)^3);
C=Td/(Sd*G);
LoopGain =1.195* C*G;
CloseLoop = feedback(LoopGain,1);
figure;
step(CloseLoop)
info = stepinfo(CloseLoop);
Undershoot = info.Undershoot
settling_time = info.SettlingTime
```

```
Undershoot =

    2.6773


settling_time =

    7.9419
```

تصویر ۱.۲.۷ فروجهش و زمان نشست سیستم

با توجه به مقادیر به دست آمده سیستم دارای فروجهش مناسبی می‌باشد، اما باید زمان نشست آن را کاهش داد.

این عمل را با استفاده از یک گین ساده انجام می‌دهیم.

K=1.1

```
Undershoot =

    2.9514


settling_time =

    6.3909
```

تصویر ۲.۲.۷ زمان نشست به ازای گین 1.1

K=1.2

```
Undershoot =

    3.2209


settling_time =

    7.3727
```

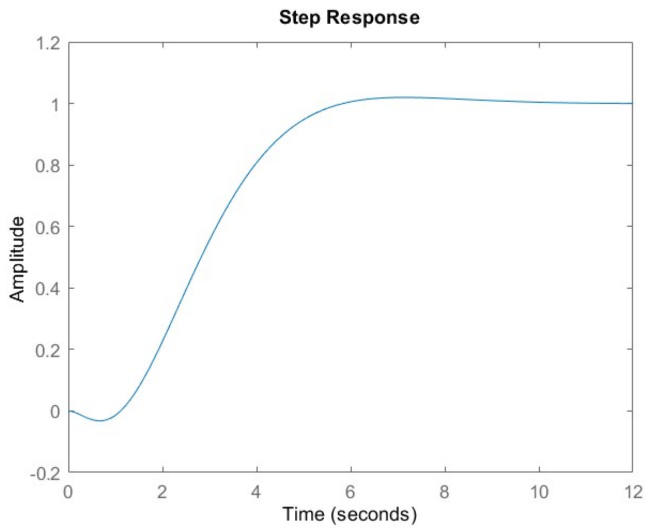
تصویر ۳.۲.۷ زمان نشست به ازای گین 1.2

با توجه به تصویر ۲.۲.۷ و تصویر ۳.۲.۷ باید یک گین بین 1.1 و 1.2 انتخاب کرد.

مقدار k را برابر 1.195 می‌گیریم و این مقدار به ما فروجهش 3.2% و زمان نشست 5.4 s را می‌دهد.

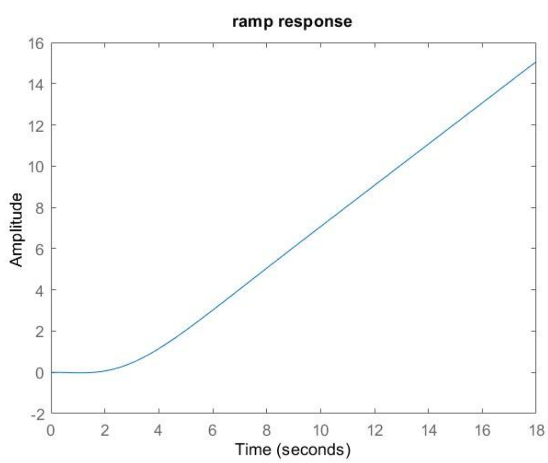
حال به سراغ رفتار سیستم به ورودی پله و شیب می‌رویم.

به ازای ورودی پله خروجی برابر خواهد بود با:



تصویر ۴.۲.۷ پاسخ پله سیستم

به ازای ورودی شیب خواهیم داشت:



تصویر ۵.۲.۷ پاسخ شیب سیستم