

1.

1- برایست پس از نوشتن تابع تبدیل حلقه بسته رسم از روش روث. دو دستر استفاده کنیم.

$$T(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{s+a}{(s+b)(s+2)^2(s+4)+k(s+a)}$$

$$\Rightarrow D(s) = (s+2)^2(s+b)(s+4) + k(s+a) = 0$$

$$\Rightarrow D(s) = s^6 + (1+b)s^5 + (2+2b)s^4 + (4+4b+2k)s^3 + (4b+4k+2a)s^2 + (4a+2k)s + 2a = 0$$

$s^6$	1	$2+2b$	$4b+4k$
$s^5$	$1+b$	$4+4b+2k$	0
$s^4$	A	$4b+4k$	0
$s^3$	B	0	0
$s^2$	$4b+4k$	0	0

$$A = \frac{(1+b)(2+2b) - (4b+4k)}{1+b}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1b^2 + 4b + 14 - k}{1+b}$$

$$B = \frac{A(4b+4k) - (1+b)(4b+4k)}{A}$$

$$B = \frac{(14b^2k + 2b^2 + 44b + 44k - 4b^2k + 11b^2 + 14b^2 - 14abk - k^2 - a^2k + 24b)}{1b^2 + 4b + 14 - k}$$

برای پایداری:  $\Rightarrow b > -1$  (1) و  $1b^2 + 4b + 14 - k > 0$  (2)  $\Rightarrow k < 1b^2 + 4b + 14$  (3)

$14b + 4k > 0 \Rightarrow k > -\frac{14b}{4}$  (4)

$B > 0$  (5)

از نتیجه 1، 2، 3، 4، 5 محدودیت‌های دست می‌آید.

$$G(s) = \frac{k(s+1)}{s^2 + 4s + 5} \Rightarrow \text{Zeros: } -1$$

$$\text{Poles: } 0, -2 \pm j$$



1. تعداد قطب‌ها = 3

2. زاویه میانه‌ها:  $\phi = \frac{(2k+1) \cdot 180}{2} = 90^\circ$

3. نقاط تلاقی محاسب با صورت حقیقی:  $\sigma = \frac{\sum p_i - \sum z_i}{2} = -\frac{2}{2}$

4. نقاط شکست:  $\frac{dG(s)}{ds} = 0$

$$\frac{dG(s)}{ds} = 0 \Rightarrow (s^2 + 4s + 5) - (2s + 4)(s+1) = 0$$

$$\Rightarrow s = \frac{-2 \pm 1.9}{2} \Rightarrow \text{نقاط تلاقی: } -0.45 \text{ و } -0.84$$

$$\theta_{zi} - \theta_{pi} = 180^\circ$$

5. زاویه خروج از قطب‌های مختلف:  $\Rightarrow 180 - \tan^{-1}(1) - (90 + \theta_{p2} + 180 - \tan^{-1}(1/4)) = 180$

$$\Rightarrow \theta_{p2} = -288^\circ \Rightarrow \theta_{p2} = 72^\circ$$

$$D(s) = s^2 + 4s + 5 + k(s+1)$$

6. نقاط تلاقی با صورت مین

$$= s^2 + 4s + 5 + s(\delta + k) + k$$

$s^2$	1	$\delta + k$
$s^1$	4	k
$s^0$	$\delta + \frac{5}{2}k$	0

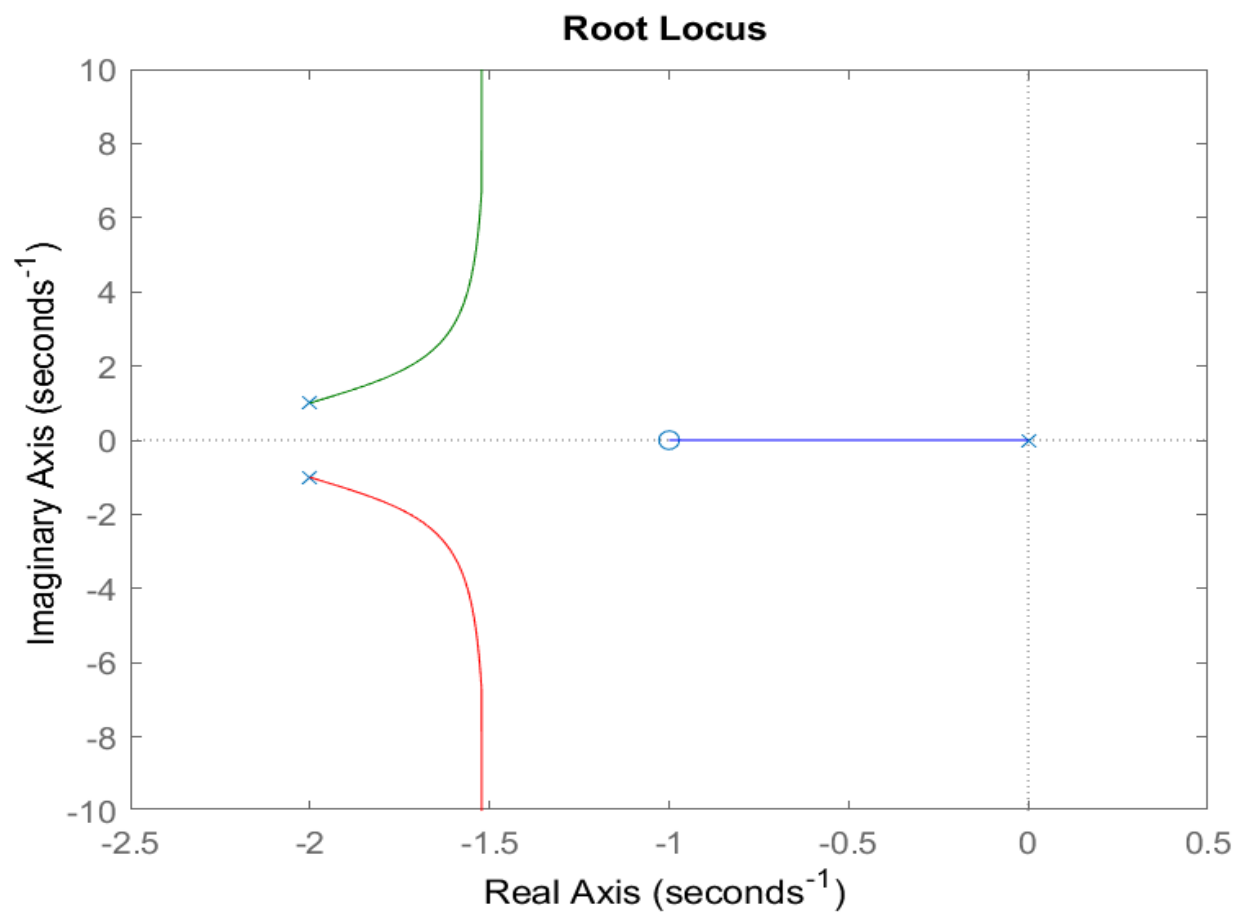
$$\rightarrow k > 0$$

$$\rightarrow k > -\frac{2}{5}$$

$\Rightarrow$  به ازای تمام مقادیر مثبت  $k$ ، سیستم پایدار است  
لکه به خوردی با صورت مین ندارد



```
clc; clear; close
s = tf('s');
g = (s+1) / (s^3+4*s^2+5*s)
figure(1)
rlocus(g)
% hold on
% rlocus(-g,'--')
```



0.3 الف)  $\zeta = -3$   
 $p = 0, -5, -4, -1 \pm j$

1. تعداد شصتها: 1  
 2. زاویه میلها:  $\gamma = \frac{(2k+1)180}{4} = \frac{45}{215}$   
 3. فاصله نقاط با محور حقیقی:  $\sigma = \frac{-5-4-1+2}{4} = -2$   
 4. فاصله شکست:  $\frac{dG(s)}{ds} = 0 \Rightarrow (s^5 + 13s^4 + 54s^3 + 82s^2 + 40s) - (s+3)(5s^4 + 53s^3 + 142s^2 + 174s + 72) = 0$   
 $\Rightarrow s = -5, 54$  و  $-2 \pm j, 11$  و  $-0.43 \pm j$   
 5. زاویه خروج از قطب شکست:  $\theta_{zi} - \theta_{pi} = 180$   
 $\rightarrow t_{3^{-1}}(1/4) - (180 - t_{3^{-1}}(1) + 90 + t_{3^{-1}}(1/4) + t_{3^{-1}}(1/4), 0) = 180$   
 $\Rightarrow \theta_{p1} = -42.4^\circ, \theta_{p2} = -42.4^\circ$   
 6. فاصله نقاط با محور حقیقی:  $\Delta(s) = s^5 + 13s^4 + 54s^3 + 82s^2 + s(k+40) + ck$

$s^5$	1	54	$k+40$
$s^4$	13	82	$ck \rightarrow k>0$
$s^3$	$48, 13$	$\frac{13k+540}{13}$	0
$s^2$	$\frac{13(82-13k)}{48, 13}$	$ck$	0
$s^1$	$\frac{-10k^2-1.84k+497.8}{40.42-0.2k}$		
$s^0$	$\sim$		

$\Rightarrow 54, 13s^2 + 1.05 = 0 \Rightarrow s = \pm 1.34j$   
 $\Rightarrow \frac{-10k^2-1.84k+497.8}{40.42-0.2k} = 0 \Rightarrow k = 5.0, n$  و  $k = 7.5, n$   
 $\Rightarrow 0 < k < 5.0$

حل با متلب

3. ب) برای  $k = 3.0, n$  سیستم ناپایدار می‌باشد

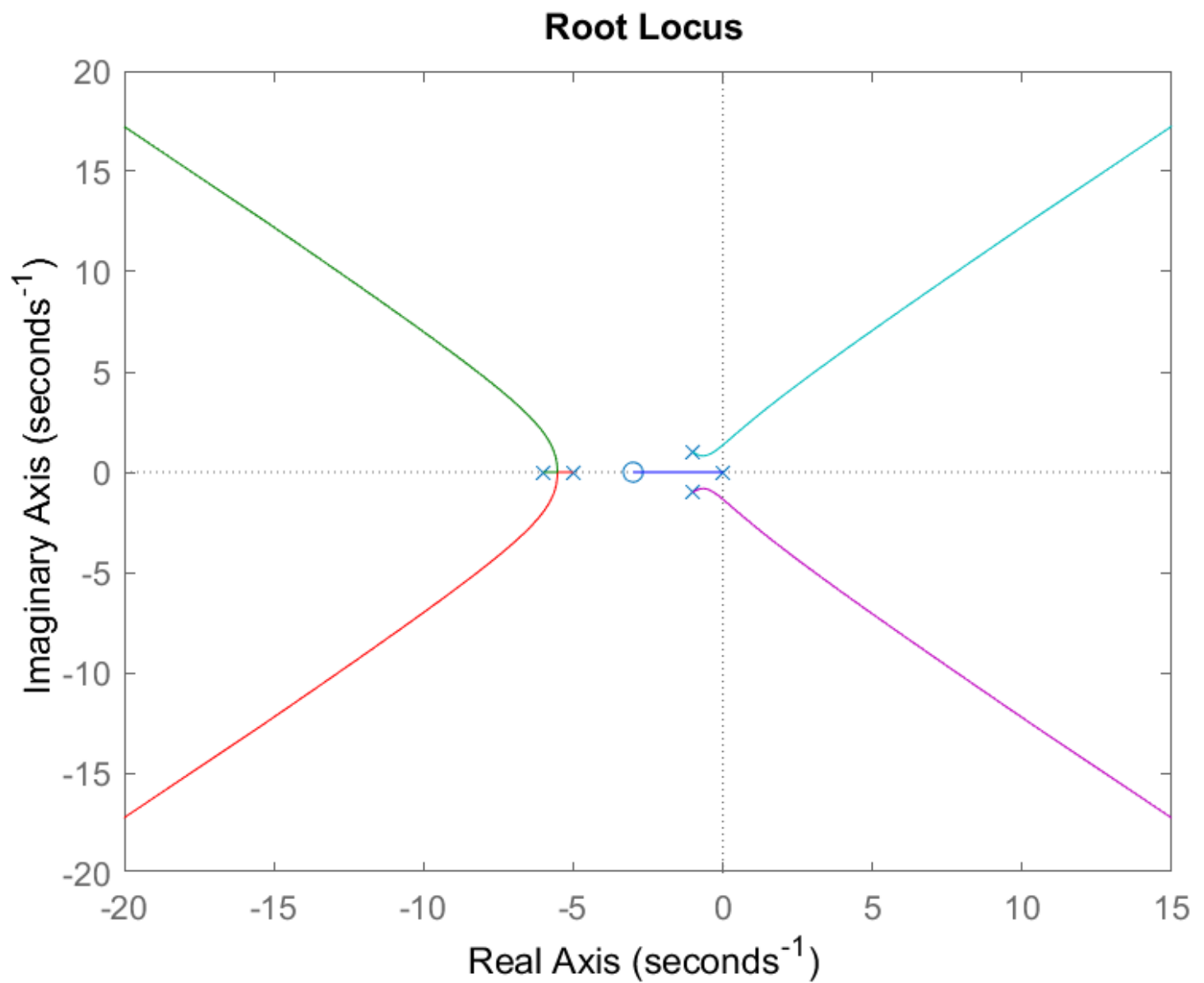
$\Rightarrow k > 5.0, n$  سیستم ناپایدار

$\hookrightarrow s = 5.0 \Rightarrow \omega = 1.34 \frac{rad}{sec}$   
 نقطه برخورد با محور حقیقی

```

clc; clear; close
s = tf('s');
g = (s+3)/ s/(s+5) / (s+6) / (s^2+2*s+2)
rlocus(g)
hold on
%rlocus(-g,'--')
%set(findall(gcf,'type','line'),'linewidth',1.5)

```



ع- بارسم در سبب سنجیده می شود که در  $s=0$  قطب مکرر داریم

$$G(s) = \frac{k(s+1)}{s^2(s+0)(s+2)}$$

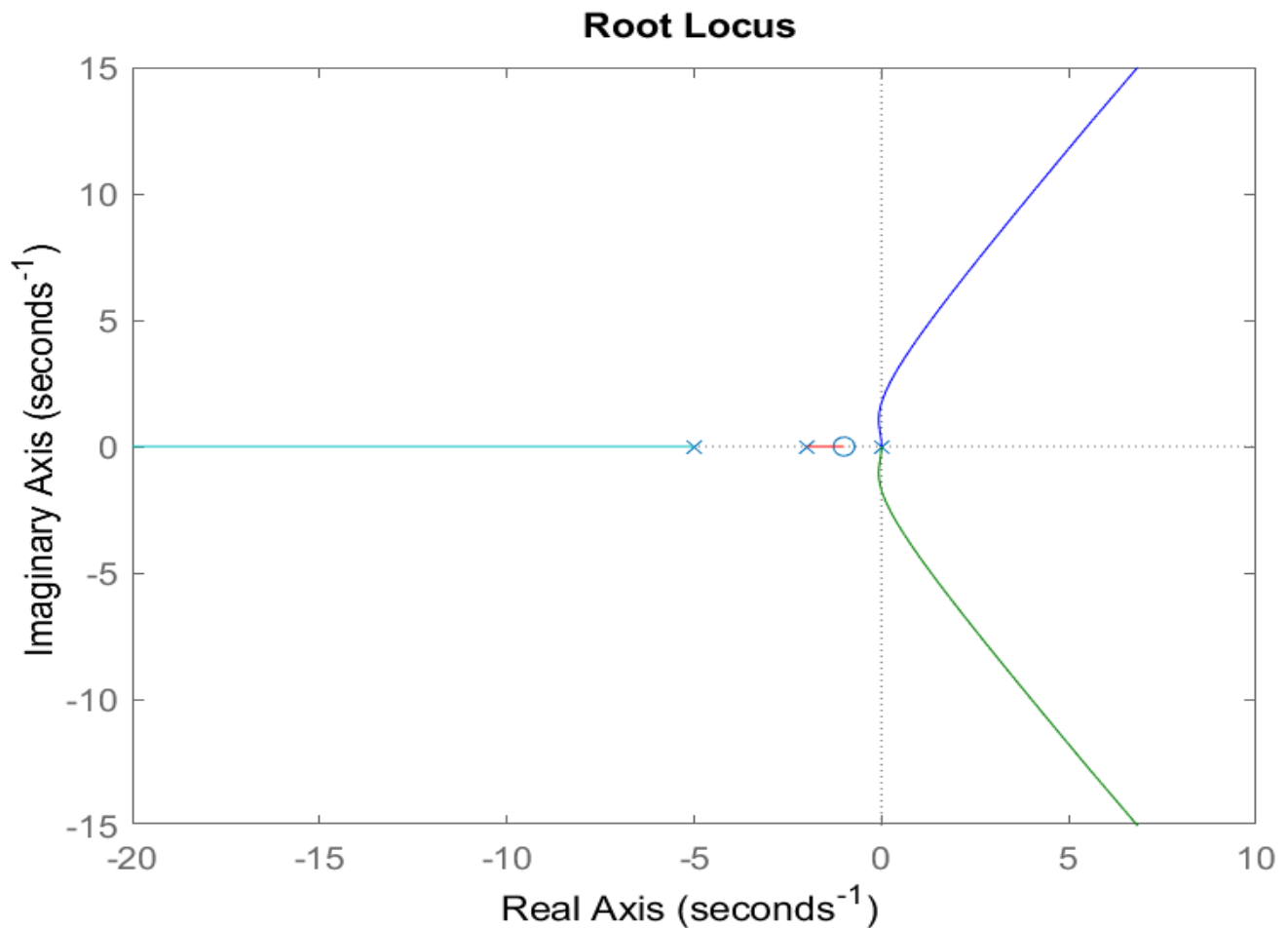
$$ess = \frac{1}{ka} \quad , \quad ka = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{k(s+1)}{(s+0)(s+2)} = \frac{k}{1}$$

$$\Rightarrow ess = \frac{1}{k}$$

$$\Rightarrow ess = 0.1 \Rightarrow k = 10$$

حل متلب سوال چهار

```
clc; clear; close
s = tf('s');
g = 100*(s+1) / s^2 / (s+5) / (s+2)
rlocus(g)
Ka = dcgain(g * s^2);
ess = 1/Ka
```



## 5. الف) ابتدا قطب ها و صفر های حلقه بسته و حلقه باز را بدست می آوریم:

```
clc; clear; close  
s = tf('s');  
Gs = (5*s + 10) / (s^2 + 4*s + 5);  
Ts = (5*s + 10) / (s^2 + 9*s + 15);  
poles = pole(Ts)  
poles2 = pole(Gs)  
zeros = zero(Ts)  
zeros2 = zero(Gs)
```

قطب حلقه بسته:

**poles =**

**-6.7913**

**-2.2087**

قطب حلقه باز:

**poles2 =**

**-2.0000 + 1.0000i**

**-2.0000 - 1.0000i**

صفر حلقه باز و بسته:

**zeros =**

**-2**

```

s = tf('s');
Gs = (5*s + 10) / (s^2 + 4*s + 5);
Ts = (5*s + 10) / (s^2 + 9*s + 15);
step(Ts)
stepinfo(Ts)
Ku = dcgain(Gs);
ess = 1/(Ku+1)

```

مشخصات سیستم به شرح زیر است:

**RiseTime: 0.2555**

**TransientTime: 0.8524**

**SettlingTime: 0.8524**

**SettlingMin: 0.6013**

**SettlingMax: 0.6820**

**Overshoot: 2.3040**

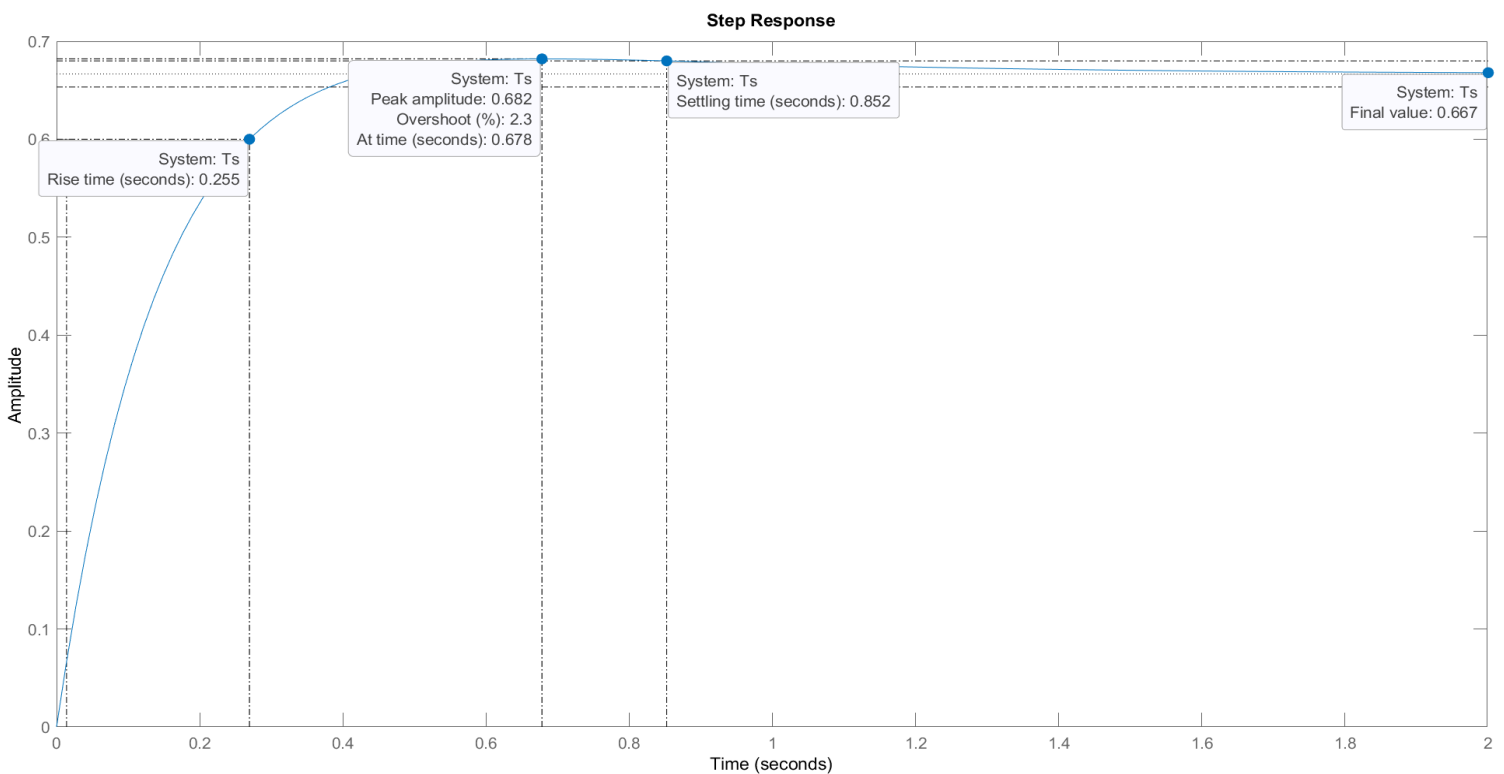
**Undershoot: 0**

**Peak: 0.6820**

**PeakTime: 0.6781**

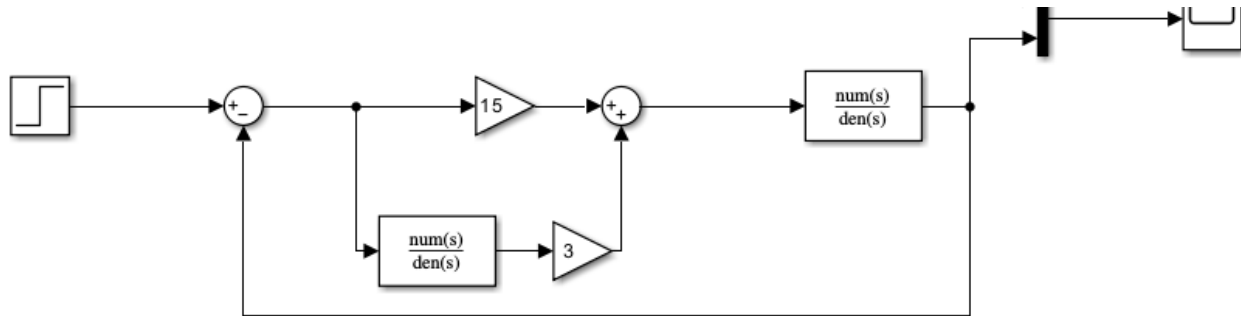
**ess =**

**0.3333**



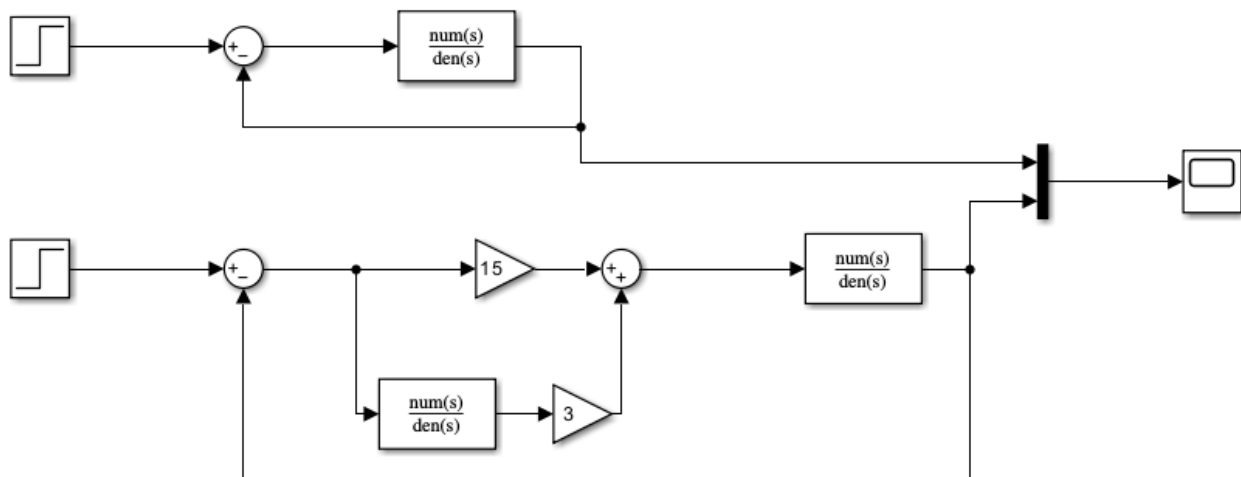


5. چ) کنترل کننده PD در سیمولینک به شرح زیر است:

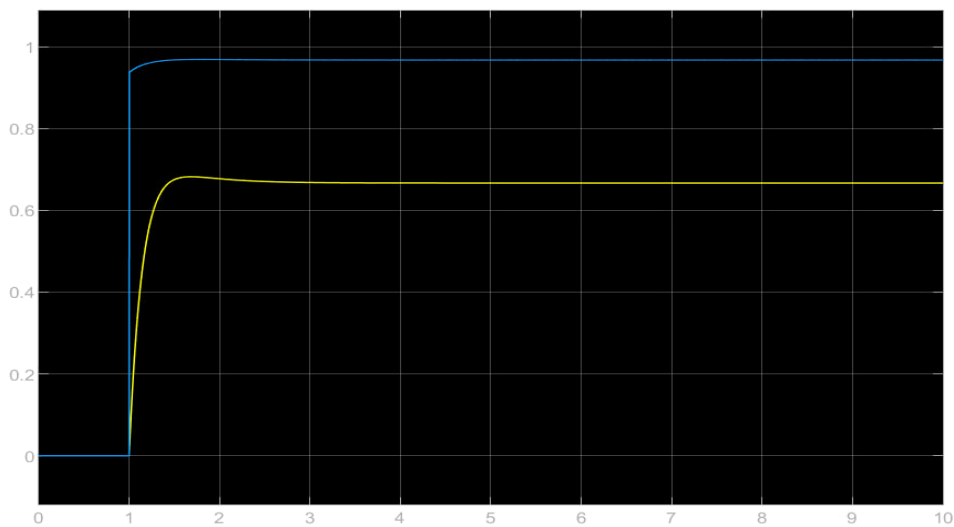


مقادیر  $k_p$  و  $k_d$  در گین های بالا مشخص شده‌اند.

5. د)



مقایسه خروجی ها:



5. از مقایسه خروجی ها مشخص است که با استفاده از کنترلر PD خطای حالت ماندگار کاهش یافته و خروجی اختلاف بسیار کمی با ورودی دارد.

6. امتیازی

۲- امتیازی

$$C(s) = \frac{k(T_2 s + 1)}{T_P s + 1}, \quad L(s) = C(s) \cdot G(s)$$

$$k v_s 1. \Rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} s L(s) = 1 \Rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{k(T_2 s + 1)}{T_P s + 1} \cdot \frac{0.2}{s(s+1)} = 1.$$

$$\Rightarrow k \cdot \frac{0.2}{1} = 1 \Rightarrow k = 5.$$

$$T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} = \frac{1 \cdot (T_2 s + 1)}{s(s+1)(T_P s + 1) + 1 \cdot (T_2 s + 1)} = \frac{1}{1 + \frac{s(s+1)(T_P s + 1)}{1 \cdot (T_2 s + 1)}}$$

که برای اینکه سیستم مرتبه ۲ باشد، باید  $T_2 = 1$

$$\Rightarrow T(s) = \frac{1}{1 + \frac{s(s+1)(T_P s + 1)}{1}}$$

$$\Rightarrow T(s) = \frac{1/T_P}{s^2 + \frac{s}{T_P} + \frac{1}{T_P}}$$

$$\xi = 0.45 \Rightarrow 2 \times 0.45 \times \omega_n = \frac{1}{T_P} \quad \textcircled{1} \Rightarrow 0.9 \times \sqrt{\frac{1}{T_P}} = \frac{1}{T_P}$$

$$\omega_n' = \frac{1}{T_P} \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{1}{T_P}} \quad \textcircled{1} \Rightarrow T_P = 0.123$$

$$L(s) \Rightarrow \text{کنترل کننده} \Rightarrow C(s) = \frac{50(s+1)}{0.123s+1}$$