Chapter 1

Phenomene de propagation unidimensionnels non dispersif

dispersif

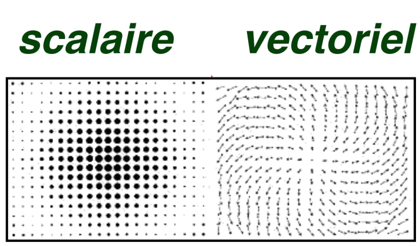
milieu dans lequel les differents frequences constituant l'onde se propagent a des differantes vitesse

1.1 Les ondes

- C est une propagation d'une perturbation a motif unique ou a motif periodique

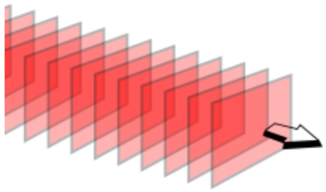
- c est un champ scalaire ou vectoriel ,definie dans un domaine de l espacec , dont les dependences spatiales et temporelles sont couplees par des equations aux derivees partielles apelees equation d onde

  - un champ est une fonction qui depend de l abscisse x et du temps t , et qui decrit les propriete locales d'un milieu
  - Champ scalair : a chaque point de lespace on associe un nombre (scalair)
  - Champ vectoriel : a chaque point de lespace on associe un vecteur

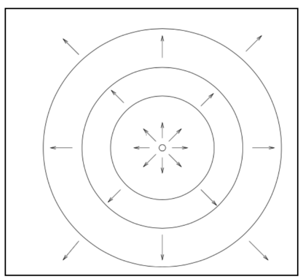


1.2 Classification des ondes

- Ondes planes : front d'ondes sont des plans

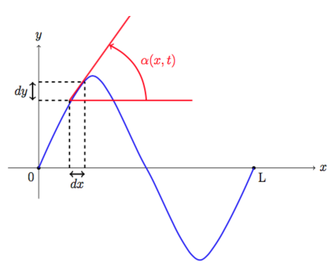


- Ondes Spherique : front d'ondes sont des sphere



1.3 Modelisation d ondes transversales sur une corde vibrant

On considere une corde homogene de section constant , de longueur fixe, de mass lineique fixe et inextensible $\alpha(x,t) << 1 \implies (\cos(\alpha) \cong 1, \sin(\alpha) \cong \alpha, \tan(\alpha) \cong \alpha)$



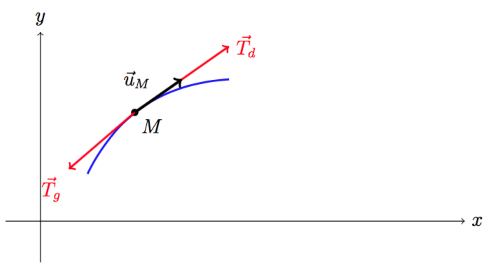
a un dx il corspond une variation dy , $dy = y(x+dx,t) - y(x,t)$
avec $y(x+dx,t) =$

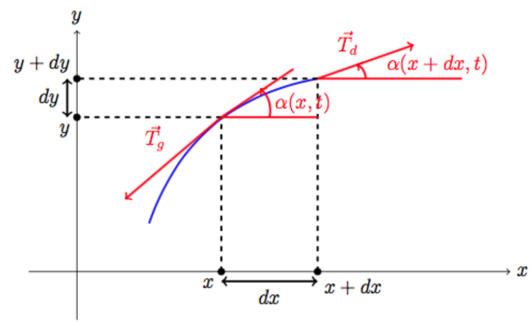
$$y(x,t) + \underbrace{\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}dx}_{\text{term de premier ordre}} + \underbrace{\cdots}_{\text{terms d order superieur}}$$

alors

- $dy = \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}dx$
- $\tan(\alpha) = \frac{dy}{dx} = \frac{\partial y}{\partial x}$
- $|\alpha| << 1 \implies |\frac{\partial y}{\partial x}| << 1$

1.4 Equation d almbert





l element de corde entre x et $x+dx$ est dl , $dl = \sqrt{dx^2+dy^2} = dx[1+\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2]^{\frac{1}{2}}$

$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{\partial y}{\partial x}}$ pour $|\frac{\partial y}{\partial x}| << 1$

Principe dynamique : $m\vec{a} = \vec{T_d} + \vec{T_g}$ avec $m = \mu dx$ (μ est la masse lineique)

on a $\begin{cases} \vec{a_x} = \vec{0} & \text{(transversal)} \\ \vec{a_y} = \frac{\partial y^2}{\partial t^2}\vec{u_y} = \vec{a} \end{cases}$

- Projection sur $\vec{u_x} \implies 0 = T(x+dx,t)\cos(\alpha(x+dx,t)) - T(x,t)\cos(\alpha(x,t))$
  $\implies 0 = T(x+dx,t) - T(x,t) = \frac{\partial T}{\partial x}dx \implies \boxed{\frac{\partial T}{\partial x}dx = 0}$
  $\implies$ la Tension est uniform le long du corde et ne depend que du temp :$T(t) = T_0$

- Projection sur $\vec{u_y} \implies \mu dx\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T_0\sin(\alpha(x+dx,t)) - T_0\sin(\alpha(x,t))$
  $\implies \mu dx\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T_0[\alpha(x+dx,t) - \alpha(x,t)] = T_0\frac{\partial \alpha}{\partial x}dx$
  avec $\tan(\alpha) \cong \alpha = \frac{\partial y}{\partial x} \implies \boxed{\mu\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T_0\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{T_0}{\mu}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0} \text{ c est lequation d'almbert}$$

1.4.1 Equation d almebert a 3D

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - c^2\Delta\psi = 0$$

$\psi(x,y,z,t) = \psi(\vec{r},t)$

- ψ : un grandeur scalair ou vectoriel
- Δ : operateur laplacien

- c :celerite
- Pas de phenomen dissipatif (pas de perd d energie)

<u>Note</u>: dans le cas d'ondes transversal le long d'une corde vibrant $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

1.4.2 Solution de lequation d alembert (onde progressives)

$\psi = \psi(x,t) \implies \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - c^2\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = 0$ la solution general peut toujours secrire sous la form

$$\psi(x,t) = f(t - \frac{x}{c} + g(t + \frac{x}{c}))$$

Deux fonction $f(u)$ et $g(v)$, chacune a une seule variable spatio-temporelle u ou v
$\begin{cases} f(u) & u = t - \frac{x}{c} \\ g(v) & v = t + \frac{x}{c} \end{cases}$

<u>Cas de $\psi_+(f(u))$</u>

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - c^2\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = 0$$

- Chercher $\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$ $\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\partial\psi}{\partial u} \times \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial u} \times 1 = f'(u)$
  $\implies \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial u}\underbrace{\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)}_{f'(u)} \times \underbrace{\frac{\partial u}{\partial t}}_{1} \implies \boxed{\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = f''(u)}$

- Chercher $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}$
  $\frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \times \frac{-1}{c} = \frac{-1}{c}f'(u)$
  $\implies \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)}_{\frac{-1}{c}f'(u)} \times \underbrace{\frac{\partial u}{\partial x}}_{\frac{-1}{c}} \implies \boxed{\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}f''(u)}$

- Remplacer $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}$ et $\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$ dans lequation $\implies f''(u) - c^2 \times \frac{1}{c^2}f'(u) = 0$ <u>VERIFIER</u>

<u>Cas de $\psi_-(g(v))$</u>
meme methode que ψ_+

<u>RESUME</u>

$$\boxed{\begin{cases} \psi(x,t) = f(t - \frac{x}{c}) & x \nearrow \\ \psi(x,t) = f(t + \frac{x}{c}) & x \searrow \end{cases}}$$

1.5 Onde progressive

1.5.1 Definition

Une onde qui se propage dans une direction reperees par un vecteur unitair $\vec{u}$,sans se deformer a la celerite c

1.5.2 harmonique

Une onde progressive est dite harmonique si sa dependence en temps est sinusoidale

$$\psi = a\cos(wt - kx + \phi_0)$$

pour que ψ satisfe lequation d alembert

- $w^2 = c^2k^2$
- $k = \frac{w}{c}$

<u>Preuve</u>
$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = -aw^2\cos(wt - kx + \psi_0)$
$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = -ak^2\cos(wt - kx + \psi_0)$
$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = c^2\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}$(dapres lequation d alembert)
Donc , ψ satisfait lequation de d'almbert pour $w^2 = c^2k^2$ et $k = \frac{2}{c}$ avec $c > 0$

$$\begin{cases} w : & \text{pulsation temporelle de londe } (T = \frac{2\pi}{w}) \\ k : & \text{pulsation spatiale de londe } (\lambda = \frac{2\pi}{k}) \end{cases}$$

1.5.3 Phase instantanee

$\phi = wt - \vec{k}.\vec{r} + \phi_0$
<u>Surface d'onde</u>:Lieu de points de l'espace tel que à t_0 donné, la phase instantanée de l'onde est constante: $\phi(m, t_0) = \phi_0$ (surface équiphase ou isophase)
<u>Onde plane</u> :dont les surfaces d'onde sont des plans et dont l'amplitude est constante sur de tels plans

1.5.4 Vitesse de phase

- Soit $\psi(x,t) = a\cos(\phi(x,t))$ avec $\phi(x,t) = wt - kx + \phi_0$
- Plan d'onde : $\phi(x,t) = \phi_0$ a (x,t)
- a $t' > t$,abscisse du plan est $x' = x + l$, $\phi(x', t') = \phi_0$

- la valeur de vitesse de phase v_ϕ ?
  $\Phi\left(x', t'\right) = \Phi\left(x + l, t + \frac{l}{v_\phi}\right) = \Phi(x,t) = \Phi_0$
  $w\left(t + \frac{l}{v_\phi}\right) - k(x+l) + \phi_0 = wt - kx + \phi_0$
  $wt - kx + \phi_0 + \left(w \cdot \frac{l}{v_\phi} - k.l\right) = wt - kx + \phi_0$
  $\frac{2}{v_\phi} = k \implies v_\phi = \frac{w}{k} = c($ car satisfait lequation de d'alembert)
  Le milieu transmet l'onde a la meme vitesse pour tout sa frequence $w \implies$ milieu non dispersif

1.6 Representation complexe

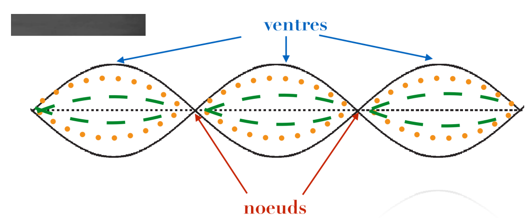
$\psi(x,t) = a\cos(wt - kx + \phi_0) \implies \underline{\psi}(x,t) = \psi_0 e^{i(wt-kx)}$, $\psi_0 = ae^{i\psi_0}$
Tell que $\psi(x,t) = \Re(\underline{\psi}(x,t))$

1.7 Solution d equation d almbert en termes d'ondes stationnaires

C est tout solution d equation d Almbert sous la form
$\psi(x,t) = F(x)G(t)$ avec $\begin{cases} G(t) = G_0\cos(wt + \phi_G) \\ F(x) = F_0\cos(\frac{w}{c}x + \phi_F) \end{cases}$

$$\boxed{\psi = \psi_0\cos(wt + \phi_G).\cos(\frac{w}{c}x + \phi_F)}$$

- il ny a plus de propagation
- les point ou $\psi = 0$ sont des noeud
- les point ou ψ est maximal sont des voentres



ψ elle peut ecrire sous la form :

$$\boxed{\frac{\psi_0}{2}(\cos(\underbrace{wt + kx}_{x\searrow} + \phi_G + \phi_F) + \cos(\underbrace{wt - kx}_{x\nearrow} + \phi_G + \phi_F))}$$

alors on peut dire que l onde stationair est une superposition de deux ondes progressives harmonique de meme amplitude et de sense oppose

Note bien

En peut ecrice le fonction du corde vibrant sous la form d'onde stationair

$$y(x,t) = Y\sin(kx)\sin(wt)$$

avec

- des condition au limite ou les borne du corde a un $y = 0$
- $k = \frac{n\pi}{L}$
- $w = \frac{n\pi c}{L} = \frac{n\pi}{L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$
- $w = 2\pi f$
- n : nombre des ventre
- c : celerite $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$
- L : longueur du corde
- T : Tension du corde
- μ : mass lineique

La notion <u>corde sans raideur</u> $\implies$ pas d'elasticite est alors lea sele force a prendre en compte est celle de tension
car la raideur traduit la capacite de la corde a se deforme
La notion <u>des petit mouvement</u> $\implies$ les deplacements de la corde sont petits $\implies$ toutes les variable d'etat et leurs derive sont des terme de premier ordre

Chapter 2

Ondes sonores dans les fluids

2.1 Definiton

- Une onde sonore est une onde logitudinales de surpression (variation de la pression par rapport a letat d equilibre)
- se propage dans un milieu materiel (l elasticite du milieux qui permet la propagation)

2.2 Propagation d une onde sonore

- le fluide est decrit par
  - Champ de vitesse $\vec{v}(M,t)$ (vitesse de la particule de fluide situe en M a l instant t)
  - Champ de pression $P(M,t)$
  - Champ de mass volumique $\mu(M,t)$
- Dans le cas d absence d'onde sonore (fluide au repos)

  Champ uniform $\begin{cases} \vec{v}(x,t) = \vec{0} \\ P(M,t) = P_0 \\ \mu(M,t) = \mu_0 \end{cases}$
- En presence de londe sonore

  $\begin{cases} \vec{v}(x,t) = \vec{v_1}(M,t) \\ P(M,t) = P_0 + P_1(M,t) \\ \mu(M,t) = \mu_0 + \mu_1(M,t) \end{cases}$

2.3 Approximation acoustique

Concernent les champs qui caracterise l onde sonore

- les champ sont des infiniment petite du meme order, ainsi que leurs derivees spatiales et temporelles

- leur moyenne temporelle est nulle
  $< p_1(M,t) >= 0; \quad < \mu_1(M,t) >= 0 \quad$ et $< \vec{v}_1(M,t) >= \overrightarrow{0}$

2.4 Equation d ondes sonore

l equation des ondes sonores est etablie a partir des equation d ecrivant l evolution du fluide :

- 1 Equation d Euler

- 2 Conservatoin de la matiere

- 3 Evolution thermodynamique

2.4.1 Equation d Euler

lequation d euler secrit , en negligent la pesanteur :
$(\mu_0 + \mu(M,t)) \left[\frac{\partial \overrightarrow{v_1}}{\partial t} + (\overrightarrow{v_1}(M,t).\overrightarrow{grad})\overrightarrow{v_1}(M,t)\right] = -\overrightarrow{grad}P(M,t)$
$\overrightarrow{grad}P(M,t) = \overrightarrow{grad}(P_0 + P_1) = \overrightarrow{grad}P_1$
les termes $\mu_1 \frac{\partial \overrightarrow{v_1}}{\partial t}, (\overrightarrow{v_1}\overrightarrow{grad})\overrightarrow{v_1}$ sont d order 2
alor par Approximation acoustique $\boxed{\mu_0 \frac{\partial \overrightarrow{v_1}}{\partial t} = -\overrightarrow{grad}P_1(M,t)}$

2.4.2 Conservation de la matiere

l equation de la conservatoni de la matiere
$\frac{\partial \mu_1}{\partial t} + \operatorname{div}(\mu \cdot \vec{v}) = 0$ avec $\quad (\mu(M,t) = \mu_0 + \mu_1(M,t))$
$\frac{\partial \mu_1}{\partial t} + \operatorname{div}\left((\mu_1 + \mu_0)\,\vec{v}\right) = 0$
$\frac{\partial \mu_1}{\partial t} + \mu_0 \operatorname{div} \vec{v}_1 + \underbrace{\operatorname{div}(\mu_1 \vec{v}_1)}_{\text{terme d order 2}} = 0 \implies \boxed{\frac{\partial \mu_1(M,t)}{\partial t} + \mu_0 \operatorname{div} \vec{v}_1(M,t) = 0}$

2.4.3 Adiabatisme

- Une transformation est appelee adaibatique lorsque le systeme n'echange pas de chaleur avex le milieu exterieur

- Une transformation reversible (quantite) est une transformation ou aucune entropie est produit

- Adiabatique + reversible $\Longrightarrow$ isentropique(meme entropie S)
  Cela restreint l amplitude de surpression (pas de perd d energie)

- Coefficient de compresibilite adiabatique de fluide $\chi_s = \frac{1}{\mu}(\frac{\partial \mu}{\partial p})$

- $d\mu$ et dp sont reliees par
  $\boxed{d\mu = \left(\frac{\partial \mu}{\partial P}\right) dp = \mu \chi_s dP}$

- d'autre part , les variations des champs μ et P s ecrivent :
  $d\mu = \frac{\partial \mu}{\partial t} dt + \frac{\partial \mu}{\partial x} dx + \frac{\partial \mu}{\partial y} dy + \frac{\partial \mu}{\partial z} dz = \frac{\partial \mu}{\partial t} dt + \left(\frac{\partial \mu}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial \mu}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial \mu}{\partial z}\frac{dz}{dt}\right) \times dt$
  de meme $dP = \left(\frac{\partial P}{\partial t} + \vec{v}.\overrightarrow{grad}\right) dt$
  dans le cadre de lapproximation acoustique on neglige les termes d order 2
  $\Longrightarrow$ $\boxed{d\mu = \frac{\partial \mu_1}{\partial t} dt}$ et $\boxed{dP = \frac{\partial P_1}{\partial t} dt}$

alors

$$\begin{aligned}
d\mu &= \mu \chi_s (\frac{\partial P_1}{\partial t}) dt \\
(\frac{\partial \mu_1}{\partial t}) &= \mu \chi_s (\frac{\partial P_1}{\partial t}) \\
&= [\mu_0 + \mu_1] \chi_s \left(\frac{\partial P_1}{\partial t}\right) \quad (\mu_1 \frac{\partial P_1}{\partial t} \text{est d ordre 2}) \\
&= \mu_0 \chi_s \frac{\partial P_1}{\partial t}
\end{aligned}$$

$$\boxed{\mu_1(M,t) = \mu_0 \chi_s P_1(M,t)}$$

Synthese

- 1 Equation d Euler : $\boxed{\mu_0 \frac{\partial \vec{v_1}}{\partial t} = -\overrightarrow{grad} P_1(M,t)}$ (1)

- 2 Conservatoin de la matiere : $\boxed{\frac{\partial \mu_1(M,t)}{\partial t} + \mu_0 \operatorname{div} \vec{v}_1(M,t) = 0}$ (2)

- 3 Evolution thermodynamique : $\boxed{\mu_1(M,t) = \mu_0 \chi_s P_1(M,t)}$ (3)

Suit de calcule
Dapres (1) $\mu_0 \frac{\partial \vec{v_1}}{\partial t} = -\overrightarrow{grad} P_1(M,t)$
$\implies div(\overrightarrow{grad} P_1(M,t)) = -\mu_0 div\left(\frac{\partial \vec{v_1}}{\partial t}\right) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}(div \vec{v_1})$
Dapres (2) $\mu_0 \operatorname{div} \vec{v}_1(M,t) = -\frac{\partial \mu_1(M,t)}{\partial t}$
$\frac{\partial(2)}{\partial t} \implies \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} \vec{v}_1(M,t) = -\frac{\partial^2 \mu_1(M,t)}{\partial t^2}$
En utilisant (1) $\implies div(\overrightarrow{grad} P_1(M,t)) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}(div \vec{v_1}) = \frac{\partial^2 \mu_1(M,t)}{\partial t^2}$
En utilisant (3)$\mu_1(M,t) = \mu_0 \chi_s P_1(M,t) \implies div(\overrightarrow{grad} P_1(M,t)) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}(div \vec{v_1}) = \frac{\partial^2 \mu_1(M,t)}{\partial t^2} = \mu_0 \chi_s \frac{\partial^2 P_1(M,t)}{\partial t^2}$
on a l operateur laplacien est definie par : $\Delta = div(\overrightarrow{grad}) alors$

$\boxed{\frac{\partial^2 P_1(M,t)}{\partial t^2} - \frac{1}{\mu_0 \chi_s} \Delta P_1(M,t) = 0}$ (l equation de dalembert pour la surpression)

la celerite est donnees par : $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \chi_s}}$

2.5 Celerite des ondes dans un gaz parfait

- ona une evolution isentropique $\implies PV^\gamma = cte$
  $\implies d(PV^\gamma) = \frac{\partial (PV^\gamma)}{\partial v} dv + \frac{\partial (PV^\gamma)}{\partial P} dp = 0$
  $\implies V^\gamma \times P(\gamma \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P}) = 0 \implies \frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$
  alors en deduit l'expression du coefficient de compressibilite
  on a $\chi_s = \frac{-1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right) \implies \boxed{\chi_s = \frac{1}{\gamma P}}$

- la celerite a lordre le plus bas non nul $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \chi_s}} = \sqrt{\frac{\gamma P}{\mu_0}} = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\mu_0}}$ ici l order zero : $P = P_0$

- l equation d etat des gaz parfaits : $P = \frac{nRT}{V}$ avec $\mu V = masse = nM$

$$\boxed{c = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}}}$$

2.6 Solutin de l'equation de d almebert

la solution :
$p_1(M,t) = p_0 \cos(wt - \vec{k}\vec{r} + \phi), \ \vec{k} = k\vec{u} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{u}, \ w = c.k$
en notation complexe : $\underline{p_1}(M,t) = \underline{p_0} e^{i(wt - \vec{k}\vec{r})}$

2.7 les equation de l'acoustique lineaire en notation complexe

$$\begin{cases} \underline{p_1} = \underline{p_0} e^{i(wt-\vec{k}\vec{r})} \\ \underline{v_1} = \underline{v_0} e^{i(wt-\vec{k}\vec{r})} \\ \underline{\mu_1} = \underline{\mu_0} e^{i(wt-\vec{k}\vec{r})} \end{cases}$$

- Equation d'Euler
  $\mu_0 w \underline{\vec{v_1}}(M,t) = \underline{p_1}(M,t)\vec{k}$
- Conservation de la masse
  $w\underline{mu_1}(M,t) = \mu \vec{k}.\underline{\vec{v_1}}(M,t)$
- Adiabaticite
  $\underline{\mu_1}(M,t) = \mu_0 \chi_s \underline{p_1}(M,t)$

2.8 Impedance acoustique

- on a $\mu_0 w \underline{v_1}(M,t)\vec{u} = \underline{p_1}(M,t) k \vec{u}$
- En utilisant $w = ck$
  $\mu_0 c \underline{v_1}(M,t) = \underline{p_1}(M,t) \implies \underline{p_1}(M,t) = \sqrt{\frac{\mu_0}{\chi_s}}\underline{v_1}$
- en prenant la partie relle $\boxed{p_1(M,t) = \mu_0 c v_1 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\chi_s}} v_1}$
  La surpression et la vitesse sont en phase , Leur rapport ne depend que des caracteristique du milieu , il definit l'impedance acoustique du milieu
- Impedance acoustique :$Z_a = \frac{p_1}{v_1} = \mu_0 c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\chi_s}}$ l impedance acoustique caracterise la resistance du milieu au passage de cette onde

Note Pour une onde plane progressive harmonique se propageant dans les sens oppose $-\vec{u}$, limpedance acoustique est : $Z_a = -\sqrt{\frac{\mu_0}{\chi_s}}$

2.9 Aspects energetiques

l'onde sonore est caracterisee par :

- Onde de vitesse (deplacement de particules) $\Longrightarrow$ (energie cinetique)
- Onde de pression (compression/dilatation des particules) $\Longrightarrow$ (energie potentielle)

2.9.1 Expression locale du bilan d'energie

$$\frac{\partial e(M,t)}{\partial t} + div\vec{\Pi}(M,t) = 0$$

$\vec{\Pi}$: vecteur densite de courant energetique , $\vec{\Pi} = P_1(M,t)\vec{v_1}(M,t)$
la norme $||\vec{\Pi}(M,t)||$ e exprime en w/m^2
l expression devient $\boxed{\frac{\partial e(M,t)}{\partial t} + div(p_1\vec{v_1}) = 0}$ avec $div(p_1\vec{v_1}) = p_1 div(\vec{v_1}) + \vec{v_1}\overrightarrow{grad}(p_1)$
D'apres l'equation d'euler :$\overrightarrow{grad}p_1(M,t) = -\mu_0\frac{\partial\vec{v_1}}{\partial t}$
D'apres les equations de conservation de masse et d'adiabaticite $\begin{cases} \frac{\partial\mu_1(M,t)}{\partial t} + \mu_0 \operatorname{div}\vec{v}_1(M,t) = 0 \\ \mu_1(M,t) = \mu_0\chi_s P_1(M,t) \end{cases}$
$div\vec{v_1}(M,t) = -\chi_s\frac{\partial p_1(M,t)}{\partial t}$
On remplace les valeurs de $div(\vec{v_1})$ et de $\overrightarrow{grad}(p_1)$ dans l equation :

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(p_1\vec{v}_1) &= p_1 \operatorname{div}(\vec{v}_1) + \vec{v}_1\overrightarrow{\operatorname{grad}}(p_1) \\ &= -p_1\chi_S\frac{\partial p_1(M,t)}{\partial t} - \vec{v}_1\mu_0\frac{\partial\vec{v}_1}{\partial t} \end{aligned}$$

$\Longrightarrow \operatorname{div}(p_1\vec{v}_1) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\chi_S p_1^2 + \frac{1}{2}\mu_0\vec{v_1}^2\right)$ et on a $\frac{\partial e(M,t)}{\partial t} + div(p_1\vec{v_1}) = 0$
Alors

Densite volumique d'energie :

$$\boxed{e(M,t) = \underbrace{\frac{1}{2}\chi_s p_1^2}_{\substack{\text{densite d'energie potentielle} \\ \text{emmagasinee par le fluide} \\ \text{sous l' effet des forces de pression}}} + \underbrace{\frac{1}{2}\mu_0\vec{v_1}^2}_{\substack{\text{densite d'energie cinetique} \\ \text{du fluide}}}}$$

2.9.2 Cas d'une onde plan progressive harmonique selon la direction $\vec{u}$

$p_1 = \mu_0 c\overrightarrow{v_1} = v_1\vec{u}$
la densite d'energie potentielle : $e_p = \frac{1}{2}\chi_s p_1^2 = \frac{1}{2}\chi_s \mu_0^2 c^2 v_1^2 \underbrace{=}_{c^2=\frac{1}{\mu_0\chi_s}} \frac{1}{2}\mu_0 v_1^2 = e_c$

la densite d'energie sonore est alors :$e = e_c + e_p = 2e_c = \mu_0 v_1^2 = \chi_s p_1^2$
le vecteur densite de courant energetique : $\Pi = p_1\overrightarrow{v_1} = \mu_0 c v_1^2\vec{u} = \frac{p_1^2}{\mu_0 c}\vec{u}$

2.10 Intensite et niveau sonores

- Intensite sonore : represente la puissance moyenne transportee par l'onde par unite de surface et s'exprime en W/m^2

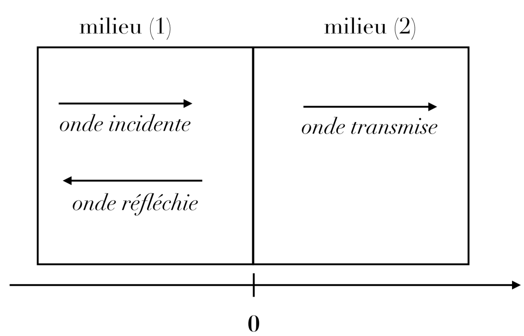
$$I = \langle||\overrightarrow{\Pi}(M,t)||\rangle$$

  dans le cas d 'une onde plan progressive harmonique elle secrit : $I = \frac{\langle p_1^2(M,t)\rangle}{\mu_0 c}$
  avec $p_1(M,t) = p_{1m}cos(wt - \vec{k}.\vec{r})$
  $\Longrightarrow \langle p_1^2(M,t)\rangle = \langle p_{1m}^2 cos(wt - \vec{k}.\vec{r})^2\rangle = \frac{1}{2}\langle p_{1m}^2(M,t)\rangle$
  Alors $I = \frac{\langle p_{1m}^2(M,t)\rangle}{2\mu_0 c} = \frac{\langle p_{1m}^2\rangle}{2Z_a}$ ou Z_a est l'impedance acoustique du milieu

- Niveau sonore $I_{dB} = 10\log\frac{I}{I_0}$(decibel) ou Intensite de reference : $I_0 = 10^{-12}W/m^2$

2.11 Reflexion et transmission entre 2 milieux

- Milieu (1) : $x < 0$ mass volumique μ_{01} , celerite des ondes c_1 . L'impedance acoustique $Z_1 = \mu 01 c_1$
- Milieu (2) : $x > 0$ mass volumique μ_{02} , celerite des ondes c_2 . L'impedance acoustique $Z_2 = \mu 01 c_2$



Surpression et vitesse par rapport a l'ondes

- Pour l'onde incidente $p_i(x,t) = f(t - \frac{x}{c_1})$ et $v_i(x,t) = \frac{1}{Z_1}f(t - \frac{x}{c_1})$
- Pour l'onde reflechie $p_r(x,t) = g(t + \frac{x}{c_1})$ et $v_r(x,t) = \frac{1}{Z_1}g(t + \frac{x}{c_1})$
- Pour l'onde transmise $p_t(x,t) = h(t - \frac{x}{c_2})$ et $v_t(x,t) = \frac{1}{Z_2}h(t - \frac{x}{c_2})$

Note :Puisque on a une 2 ondes dans le milieu 1 (incident et reflechie) alors il existe une superposition

Surpression et vitesse par rapport a la milieu

- $p(x,t) = \begin{cases} f(t - \frac{x}{c_1}) + g(t + \frac{x}{c_1}) & x < 0 \\ h(t - \frac{x}{c_2}) & x > 0 \end{cases}$
- $v(x,t) = \begin{cases} \frac{1}{Z_1}[f(t - \frac{x}{c_1}) + g(t + \frac{x}{c_1})] & x < 0 \\ \frac{1}{Z_2}h(t - \frac{x}{c_2}) & x > 0 \end{cases}$