Zarządzanie projektami

Sprawozdanie z projektu

Jakub Wąsikowski

20 września 2014

1 Opis projektu

Celem projektu jest wyznaczenie funkcji reprezentatywnej na podstawie informacji preferencyjnej w postaci porównań wariantów parami w przypadku gdy funkcje użyteczności cząstkowych mają nieznane monotoniczności.

Informacja preferencyjna w postaci porównań parami, oparta jest o określony zbiór referencyjny i może określać

- silną preferencję,
- słabą preferencję,
- nierozróżnialność

pomiędzy parami wariantów.

Dla funkcji użyteczności cząstkowej dla danego kryterium możemy posiadać następujące możliwe informacje o jej monotoniczności:

1. funkcja jest monotoniczna, a kryterium jest typu zysk,
2. funkcja jest monotoniczna, a kryterium jest typu koszt,
3. funkcja jest monotoniczna, ale brak informacji o typie monotoniczności,
4. funkcja jest niemonotoniczna, lecz kryterium jest typu A – występuje jedna zmiana monotoniczności z rosnącej na malejącą,
5. funkcja jest niemonotoniczna, lecz kryterium jest typu V – występuje jedna zmiana monotoniczności z malejącej na rosnącą,
6. funkcja jest niemonotoniczna oraz brak informacji o zmianach monotoniczności.

Tworzony model powinien modelować powyższe typy informacji o monotoniczności dla kryteriów, przy założeniu, że zmiany monotoniczności powinny być minimalizowane.

2 Model matematyczny

2.1 Notacja

Przyjęta została następująca notacja:

- $A = \{a_1, a_2, ..., a_i, ..., a_n\}$ – skończony zbiór n wariantów,
- $A^R = \{a^*, b^*, ...\}$ – skończony zbiór wariantów referencyjnych, na których decydent będzie określał swoją preferencję,
- $G = \{g_1, g_2, ..., g_j, ..., g_m\}$ – skończony zbiór m kryteriów,

- $X_j = \{x_j \in R : g_j(a_i) = x_j, a_i \in A\}$ – zbiór wszystkich różnych ocen na kryterium g_j,
- $x_j^1, x_j^2, ..., x_j^{n_j(A)}$ – rosnąco uporządkowane wartości X_j.

W celu reprezentowania preferencji decydenta, używany będzie model w formie addyktywnej funkcji użyteczności:

$$\sum_{j=1}^{m} u_j(g_j(a)) = \sum_{j=1}^{m} u_j(a) \tag{1}$$

2.2 Ograniczenia modelujące zdefiniowaną preferencję decydenta

$$\left.\left.\begin{array}{lll} U(a^*) \geqslant U(b^*) + \varepsilon & if & a^* \succ_{DM} b^* \\ U(a^*) = U(b^*) & if & a^* \sim_{DM} b^* \\ U(a^*) \geqslant U(b^*) & if & a^* \succeq_{DM} b^* \end{array}\right\} B_k^R, k = 1, ..., \left|B^R\right| \right\} E_{PI-RANK}^{A^R} \tag{2}$$

2.3 Ograniczenia modelujące informację o monotoniczności dla kryterium g_j

Wszystkie wartości funkcji cząstkowych muszą być nieujemne.

$$u_j(x_j^k) \geqslant 0, j = 1, ...m, k = 1, ..., n_j(A) \tag{3}$$

1. Funkcja cząstkowa jest monotoniczna, kryterium typu zysk

$$u_j(x_j^k) \geqslant u_j(x_j^{(k-1)}), k = 2, ..., n_j(A) \tag{4}$$

2. Funkcja cząstkowa jest monotoniczna, kryterium typu koszt

$$u_j(x_j^k) \leqslant u_j(x_j^{(k-1)}), k = 2, ..., n_j(A) \tag{5}$$

3. Funkcja cząstkowa jest monotoniczna, ale brak informacji o typie monotoniczności

$$\begin{array}{c} u_j(x_j^k) = u_j^{\uparrow}(x_j^k) + u_j^{\downarrow}(x_j^k), k = 1, ..., n_j(A) \\ u_j^{\uparrow}(x_j^k) \geqslant u_j^{\uparrow}(x_j^{(k-1)}), k = 2, ..., n_j(A) \\ u_j^{\downarrow}(x_j^k) \leqslant u_j^{\downarrow}(x_j^{(k-1)}), k = 2, ..., n_j(A) \\ u_j^{\uparrow}(x_j^k), u_j^{\downarrow}(x_j^k) \geqslant 0, k = 1, ..., n_j(A) \\ u_j^{\uparrow}(x_j^{n_j(A)}) \leqslant 0 + M \cdot (1 - v_{j,cost}^{mon}) \\ u_j^{\downarrow}(x_j^1) \leqslant 0 + M \cdot v_{j,cost}^{mon} \\ v_{j,cost}^{mon} \in \{0, 1\} \end{array} \tag{6}$$

4. Funkcja cząstkowa jest niemonotoniczna, lecz kryterium jest typu A – występuje jedna zmiana monotoniczności z rosnącej na malejącą

$$\begin{array}{c} M \cdot \sum_{p=2}^{k} v_{j,p}^{opt} + u_j(x_j^k) \geqslant u_j(x_j^{(k-1)}), k = 2, ..., n_j(A) \\ u_j(x_j^k) \leqslant u_j(x_j^{(k-1)}) + M \cdot (1 - \sum_{p=2}^{k} v_{j,p}^{opt}), k = 2, ..., n_j(A) \\ \sum_{p=2}^{n_j(A)} v_{j,p}^{opt} \leqslant 1 \\ v_{j,p}^{opt} \in \{0, 1\}, p = 2, ..., n_j(A) \end{array} \tag{7}$$

5. Funkcja cząstkowa jest niemonotoniczna, lecz kryterium jest typu V – występuje jedna zmiana monotoniczności z malejącej na rosnącą

$$
\begin{gathered}
u_j(x_j^k) \leqslant u_j(x_j^{(k-1)}) + M \cdot \sum_{p=2}^{k} v_{j,p}^{opt}, k = 2, ..., n_j(A) \\
M \cdot (1 - \sum_{p=2}^{k} v_{j,p}^{opt}) + u_j(x_j^k) \geqslant u_j(x_j^{(k-1)}), k = 2, ..., n_j(A) \\
\sum_{p=2}^{n_j(A)} v_{j,p}^{opt} \leqslant 1 \\
v_{j,p}^{opt} \in \{0,1\}, p = 2, ..., n_j(A)
\end{gathered} \tag{8}
$$

6. Funkcja cząstkowa jest niemonotoniczna oraz brak informacji o zmianach monotoniczności

$$
\begin{gathered}
M \cdot (1 - v_{j,mon-dir}^{k,k-1}) + u_j(x_j^k) \geqslant u_j(x_j^{(k-1)}), k = 2, ..., n_j(A) \\
u_j(x_j^k) \leqslant u_j(x_j^{(k-1)}) + M \cdot v_{j,mon-dir}^{k,k-1}, k = 2, ..., n_j(A) \\
v_{j,mon-dir}^{k,k-1} - v_{j,mon-dir}^{k-1,k-2} + M \cdot v_{j,change-mon}^{k,k-2} \geqslant 0, k = 3, ..., n_j(A) \\
v_{j,mon-dir}^{k,k-1} - v_{j,mon-dir}^{k-1,k-2} - M \cdot v_{j,change-mon}^{k,k-2} \leqslant 0, k = 3, ..., n_j(A) \\
v_{j,mon-dir}^{k,k-1} \in \{0,1\}, k = 2, ..., n_j(A) \\
v_{j,mon-dir}^{k,k-2} \in \{0,1\}, k = 3, ..., n_j(A)
\end{gathered} \tag{9}
$$

2.4 Normalizacja wartości addyktywnych funkcji w przedziale {0,1}

Normalizacja wartości funkcji cząstkowych do 0 dla punktów charakterystycznych z najgorszymi wartościami na g_j

1. Funkcja cząstkowa jest monotoniczna, kryterium typu zysk

$$
u_j(x_j^1) = 0 \tag{10}
$$

2. Funkcja cząstkowa jest monotoniczna, kryterium typu koszt

$$
u_j(x_j^{n_j(A)}) = 0 \tag{11}
$$

3. Funkcja cząstkowa jest monotoniczna, ale brak informacji o typie monotoniczności

$$
\begin{gathered}
u_j^{\downarrow}(x_j^{n_j(A)}) \leqslant 0 + M \cdot (1 - v_{j,cost}^{mon}) \\
u_j^{\uparrow}(x_j^1) \leqslant 0 + M \cdot v_{j,cost}^{mon}
\end{gathered} \tag{12}
$$

4. Funkcja cząstkowa jest niemonotoniczna, lecz kryterium jest typu A – występuje jedna zmiana monotoniczności z rosnącej na malejącą

$$
\begin{gathered}
u_j(x_j^1) \leqslant u_j(x_j^{n_j(A)}) + M \cdot v_{j,norm-0} \\
M \cdot (1 - v_{j,norm-0}) + u_j(x_j^1) + \varepsilon \geqslant u_j(x_j^{n_j(A)}) \\
u_j(x_j^1) \leqslant 0 + M \cdot v_{j,norm-0} \\
u_j(x_j^{n_j(A)}) \leqslant 0 + M \cdot (1 - v_{j,norm-0}) \\
v_{j,norm-0} \in \{0,1\}
\end{gathered} \tag{13}
$$

5. Funkcja cząstkowa jest niemonotoniczna, lecz kryterium jest typu V – występuje jedna zmiana monotoniczności z malejącej na rosnącą

$$
\begin{gathered}
u_j(x_j^{k-1}) \leqslant 1 - v_{j,k}^{opt}, k = 2, ..., n_j(A) \\
u_j(x_j^{n_j(A)}) \leqslant 0 + \sum_{k=2}^{n_j(A)} v_{j,k}^{opt}
\end{gathered} \tag{14}
$$

6. Funkcja cząstkowa jest niemonotoniczna oraz brak informacji o zmianach monotoniczności

$$
\begin{gathered}
u_j(x_j^k) - M \cdot (1 - v_{j,norm-0}^k) \leqslant 0, k = 1, ..., n_j(A) \\
\sum_{k=1}^{n_j(A)} v_{j,norm-0}^k \geqslant 1, k = 1, ..., n_j(A) \\
v_{j,norm-0}^k \in \{0,1\}, k = 1, ..., n_j(A)
\end{gathered} \tag{15}
$$

Normalizacja sum wartości funkcji cząstkowych do 1 dla punktów charakterystycznych z najlepszymi wartościami na g_j

$$\sum_{j=1}^{m} u_j^{best} = 1 \tag{16}$$

1. Funkcja cząstkowa jest monotoniczna, kryterium typu zysk

$$u_j(x_j^{n_j(A)}) = u_j^{best} \tag{17}$$

2. Funkcja cząstkowa jest monotoniczna, kryterium typu koszt

$$u_j(x_j^1) = u_j^{best} \tag{18}$$

3. Funkcja cząstkowa jest monotoniczna, ale brak informacji o typie monotoniczności

$$\begin{gathered} u_j^{best} - u_j^{\downarrow}(x_j^1) \geqslant 0 - M \cdot (1 - v_{j,cost}^{mon}) \\ u_j^{best} - u_j^{\downarrow}(x_j^1) \leqslant 0 + M \cdot (1 - v_{j,cost}^{mon}) \\ u_j^{best} - u_j^{\uparrow}(x_j^{n_j(A)}) \geqslant 0 - M \cdot v_{j,cost}^{mon} \\ u_j^{best} - u_j^{\uparrow}(x_j^{n_j(A)}) \leqslant 0 + M \cdot v_{j,cost}^{mon} \end{gathered} \tag{19}$$

4. Funkcja cząstkowa jest niemonotoniczna, lecz kryterium jest typu A – występuje jedna zmiana monotoniczności z rosnącej na malejącą

$$\begin{gathered} u_j^{best} - u_j(x_j^{k-1}) \geqslant 0 - M \cdot (1 - v_{j,k}^{opt}), k = 2, ..., n_j(A) \\ u_j^{best} - u_j(x_j^{k-1}) \leqslant 0 + M \cdot (1 - v_{j,k}^{opt}), k = 2, ..., n_j(A) \\ u_j^{best} - u_j(x_j^{n_j(A)}) \geqslant 0 - \textstyle\sum_{k=2}^{n_j(A)} v_{j,k}^{opt} \\ u_j^{best} - u_j(x_j^{n_j(A)}) \leqslant 0 + \textstyle\sum_{k=2}^{n_j(A)} v_{j,k}^{opt} \end{gathered} \tag{20}$$

5. Funkcja cząstkowa jest niemonotoniczna, lecz kryterium jest typu V – występuje jedna zmiana monotoniczności z malejącej na rosnącą

$$\begin{gathered} u_j(x_j^1) \leqslant u_j(x_j^{n_j(A)}) + M \cdot v_{j,norm-1} \\ M \cdot (1 - v_{j,norm-1}) + u_j(x_j^1) \geqslant u_j(x_j^{n_j(A)}) \\ u_j^{best} - u_j(x_j^{n_j(A)} \leqslant 0 + M \cdot v_{j,norm-1} \\ u_j^{best} - u_j(x_j^{n_j(A)} \geqslant 0 - M \cdot v_{j,norm-1} \\ u_j^{best} - u_j(x_j^1 \leqslant 0 - M \cdot (1 - v_{j,norm-1}) \\ u_j^{best} - u_j(x_j^1 \geqslant 0 + M \cdot (1 - v_{j,norm-1}) \\ v_{j,norm-1} \in \{0, 1\} \end{gathered} \tag{21}$$

6. Funkcja cząstkowa jest niemonotoniczna oraz brak informacji o zmianach monotoniczności

$$\left.\begin{array}{l} u_j(x_j^k) \geqslant u_j(x_j^i) - M \cdot (1 - v_{j,norm-1}k), i = 1, ..., k-1, k+1, ..., n_j(A) \\ u_j^{best} - u_j(x_j^{n_j(A)}) \leqslant 0 + M \cdot v_{j,norm-1}^k \\ u_j^{best} - u_j(x_j^{n_j(A)}) \geqslant 0 - M \cdot v_{j,norm-1}^k \end{array}\right\} fork = 1, ..., n_j(A) \tag{22}$$

$$\begin{gathered} \textstyle\sum_{k=1}^{n_j(A) v_{j,norm-1}^k} \geqslant 1 \\ v_{j,norm-1}^k \in \{0, 1\}, k = 1, ..., n_j(A) \end{gathered} \tag{23}$$

2.5 Funkcja celu minimalizująca ilość zmian monotoniczności

$$Minimize: \sum_{j \in G_{A-TYPE} \cup G_{V-TYPE}} \sum_{p=2}^{n_j(A)} v_{j,p}^{opt} + \sum_{j \in G_{NON-MON}} \sum_{k=3}^{n_j(A)} v_{j,change-mon}^{k,k-2}, s.t. E^{A^R} \tag{24}$$

3 Implementacja modelu matematycznego w języku R

W implementacji modelu matematycznego przyjęty został następujący przebieg procesu przetwarzania pomiędzy użytkownikiem biblioteki, a biblioteką:

1. Użytkownik buduje problem za pomocą funkcji *buildProblem*, przekazując wymagane parametry,
2. Biblioteka waliduje parametry oraz zwraca instancję problemu,
3. Użytkownik rozpoczyna kalkulację problemu, przekazując instancję problemu do funkcji *calcSolution*,
4. Biblioteka rozpoczyna proces inicjalizacyjny,
5. Biblioteka rozpoczyna dodawanie ograniczeń do modelu LP za pomocą funkcji *add*ConstraintsToLpModel*, gdzie * oznacza nazwę grupę ograniczeń,
6. Biblioteka definiuje typy zmiennych utworzonych w punkcie 5,
7. Biblioteka definiuje funkcje celu.

Za definiowanie ograniczeń modelu matematycznego odpowiadają następujące funkcje:

- Ograniczenie 2 realizowane jest przez funkcję *addHolisticJudgmentsConstraintsToLpModel* z pliku *holisticJudgmentsConstraints.R*,
- Ograniczenia 4, 5 realizowane są przez funkcję *addPredefinedMonConstraintsToLpModel* z pliku *predefinedMonConstraints.R*,
- Ograniczenie 6 realizowane jest przez funkcję *addNotPredefinedMonConstraintsToLpModel* z pliku *notPredefinedMonConstraints.R*,
- Ograniczenia 7, 8 realizowane są przez funkcję *addAAndVTypeMonConstraintsToLpModel* z pliku *aAndVTypeMonConstraints.R*,
- Ograniczenie 9 realizowane jest przez funkcję *addNonMonConstraintsToLpModel* z pliku nonMonConstraints.R,
- Ograniczenia 10, 11, 17, 18 realizowane są przez funkcję *addPredefinedMonNormalizationToLpModel* z pliku *predefinedMonConstraints.R*,
- Ograniczenia 12, 19 realizowane są przez funkcję *addNotPredefinedMonNormalizationToLpModel* z pliku *notPredefinedMonConstraints.R*,
- Ograniczenia 13, 20 realizowane są przez funkcję *addATypeMonNormalizationToLpModel* z pliku *aAndVTypeMonConstraints.R*,
- Ograniczenia 14, 21 realizowane są przez funkcję *addVTypeMonNormalizationToLpModel* z pliku *aAndVTypeMonConstraints.R*,
- Ograniczenia 15, 22, 23 realizowane są przez funkcję *addNonMonNormalizationToLpModel* z pliku *nonMonConstraints.R*.