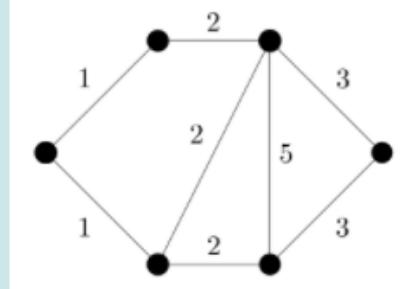


Arbore minimi de acoperire

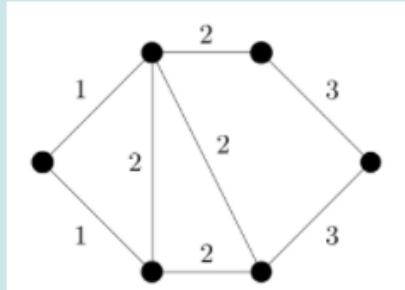
Câtă arbori minimi de acoperire există pentru graful G de mai jos? (răspundeți cu un număr întreg pozitiv)

Câtă arbori minimi de acoperire există pentru graful G de mai jos? (răspundeți cu un număr întreg pozitiv)



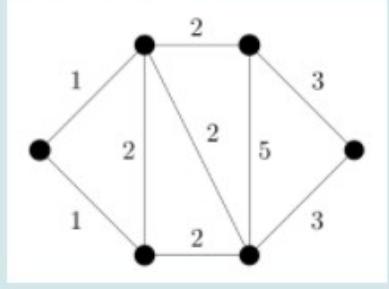
4 arbori

Câtă arbori minimi de acoperire există pentru graful G de mai jos? (răspundeți cu un număr întreg pozitiv)



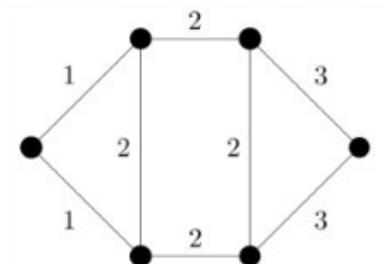
4 arbori

Câtă arbori minimi de acoperire există pentru graful G de mai jos? (răspundeți cu un număr întreg pozitiv)



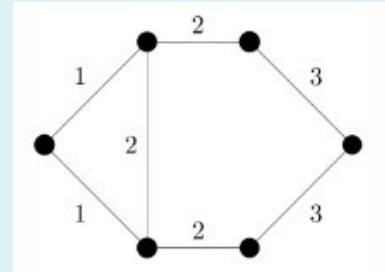
4 arbori

Câți arbori minimi de acoperire există pentru graful G de mai jos? (răspundeți cu un număr întreg pozitiv)



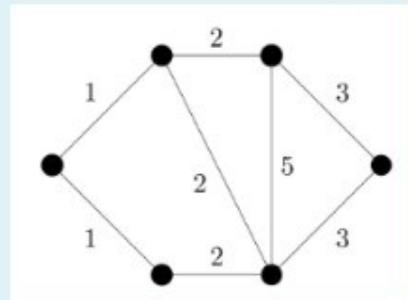
6 arbori

Câți arbori minimi de acoperire există pentru graful G de mai jos? (răspundeți cu un număr întreg pozitiv)



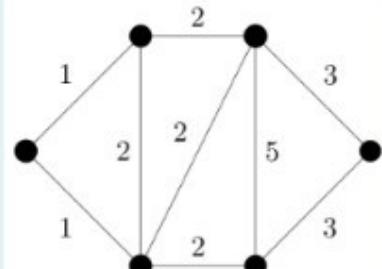
2 arbori

Câți arbori minimi de acoperire există pentru graful G de mai jos? (răspundeți cu un număr întreg pozitiv)



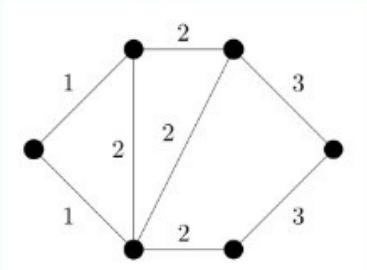
4 arbori

Câtă arbori minimi de acoperire există pentru graful G de mai jos? (răspundeți cu un număr întreg pozitiv)



4 arbori

Câtă arbori minimi de acoperire există pentru graful G de mai jos? (răspundeți cu un număr întreg pozitiv)

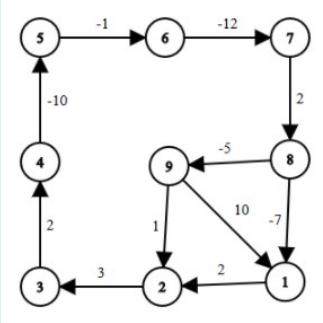


4 arbori

Bellman-Ford

Ce intoarce algoritmul Bellman-Ford daca este rulat pe urmatorul graf? Luati ca sursa varful s (vf 1). Care sunt valorile atributelor d si π . Alegeti varianta corecta din variantele disponibile mai jos:

Ce intoarce algoritmul **Bellman-Ford** daca este rulat pe urmatorul graf? Luati ca sursa varful **s** (vf 1). Care sunt valorile **atributelor d** si π . Alegeti varianta corecta din variantele disponibile mai jos:



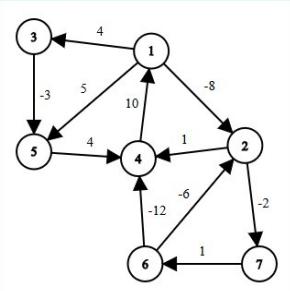
Select one:

- true, $d=[0, 5, 10, 7, -14, -8, -6, 15, 18]$, $\pi =[\text{nil}, 1, 1, 4, 2, 5, 6, 2, 3]$
- true, $d=[0, 4, 8, 5, -10, -7, -5, 9, 12]$, $\pi =[\text{nil}, 1, 1, 4, 2, 5, 6, 2, 3]$
- true, $d=[0, 8, 10, 7, -14, -8, -6, 15, 18]$, $\pi =[\text{nil}, 1, 2, 4, 3, 5, 6, 2, 3]$
- nici o varianta dintre celelalte variante propuse nu este corecta
- false, deoarece exista un circuit negativ in graf
- true, $d=[0, 23, 10, 7, -14, -8, -6, 15, 18]$, $\pi =[\text{nil}, 1, 2, 4, 3, 5, 6, 3, 2]$

e) false, deoarece exista un circuit negativ in graf

d)
false,

Ce intoarce algoritmul **Bellman-Ford** daca este rulat pe urmatorul graf? Luati ca sursa varful **s** (vf 1). Care sunt valorile **atributelor d** si π . Alegeti varianta corecta din variantele disponibile mai jos:

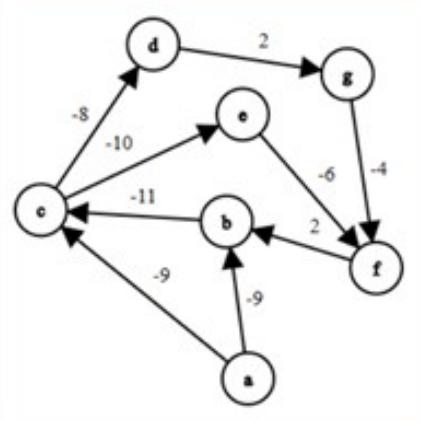


Select one:

- true, $d=[0, 5, 9, 6, -11, -8, -6]$, $\pi =[\text{nil}, 1, 2, 5, 1, 5, 7]$
- true, $d=[0, 4, 8, 5, -10, -7, -5]$, $\pi =[\text{nil}, 1, 1, 4, 1, 5, 7]$
- true, $d=[0, 5, 9, 6, -11, -8, -6]$, $\pi =[\text{nil}, 1, 2, 4, 1, 5, 7]$
- false, deoarece exista un circuit negativ in graf
- true, $d=[0, 5, 9, 6, -11, -8, -6]$, $\pi =[\text{nil}, 1, 1, 4, 1, 5, 7]$

deoarece exista un circuit negativ in graf

Ce întoarce algoritmul **Bellman-Ford** dacă este rulat pe urmatorul graf? Luati ca sursa varful **a** (vf 1). Care sunt valorile **atributelor d** și **π**. Alegeti varianta corecta din variantele disponibile mai jos:



Select one:

- true, $d=[0, -9, -17, -15, -7, -25]$, $\pi = [\text{nil}, a, b, c, c, e, d]$
- true, $d=[0, -10, -10, -16, -14, -8, -20]$, $\pi = [\text{nil}, a, b, c, c, e, d]$
- nici o varianta dintre celelalte variante propuse nu este corecta
- true, $d=[0, -18, -10, -16, -14, -8, -20]$, $\pi = [\text{nil}, a, b, c, c, e, d]$

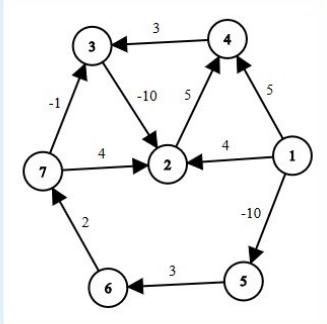
false, deoarece există un circuit negativ în graf (nici o varianta dintre celelalte variante propuse nu este corecta)

Meeting in "Curs" 15:56

RI



Ce întoarce algoritmul **Bellman-Ford** dacă este rulat pe urmatorul graf? Luati ca sursa varful **s** (vf 1). Care sunt valorile **atributelor d** și **π**. Alegeti varianta corecta din variantele disponibile mai jos:



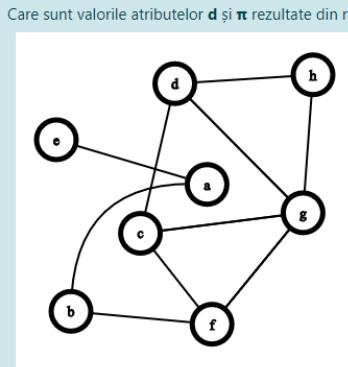
Select one:

- true, $d=[0, 4, 8, 7, -10, -10, -5]$, $\pi = [\text{nil}, 2, 1, 4, 1, 5, 7]$
- true, $d=[0, 4, 8, 7, -10, -12, -5]$, $\pi = [\text{nil}, 2, 1, 4, 1, 5, 7]$
- true, $d=[0, 4, 8, 5, -10, -7, -5]$, $\pi = [\text{nil}, 1, 1, 4, 1, 5, 7]$
- false, deoarece există un circuit negativ în graf
- true, $d=[0, 4, 8, 5, -10, -10, -5]$, $\pi = [\text{nil}, 1, 1, 4, 1, 5, 7]$

d) false, deoarece există un circuit negativ în graf

BFS

Care sunt valorile atributelor d și π rezultate din rularea algoritmului BFS pe graful din figura (vârful de pornire fiind vârful c)?



$$d = [3, 2, 0, 1, 4, 1, 1, 2]$$
$$\pi = [B, F, NIL, C, A, C, C, D]$$

Select one:

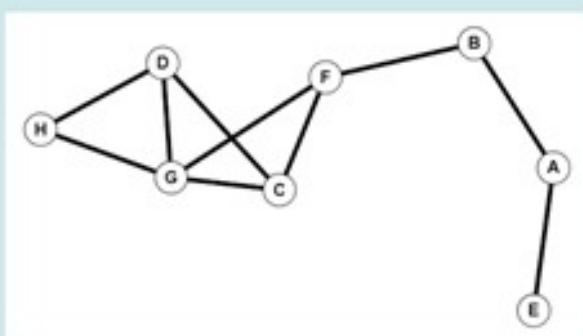
- nod=[a, b, c, d, e, f, g, h]
 $d=[4, 3, 1, 2, 5, 2, 2, 3]$
 $\pi=[c, a, \text{nil}, b, c, a, b, f]$

- nod=[a, b, c, d, e, f, g, h]
 $d=[3, 2, 0, 1, 4, 1, 1, 2]$
 $\pi=[b, f, \text{nil}, c, a, c, c, g]$

- nici o varianta dintre celelalte variante propuse nu este corecta

Care sunt valorile atributelor d și π rezultate din rularea algoritmului BFS pe graful din figura (vârful de pornire fiind vârful d)?

Care sunt valorile atributelor d și π rezultate din rularea algoritmului **BFS** pe graful din figura (vârful de pornire fiind vârful d)?



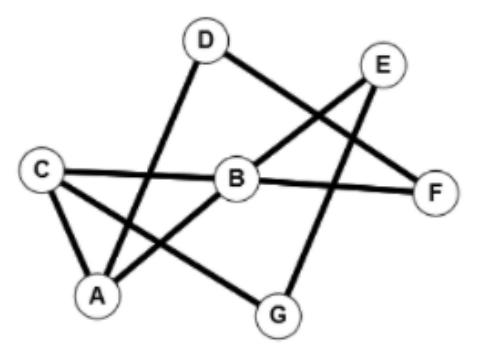
$$d = [4, 3, 1, 0, 5, 2, 1, 1]$$
$$\pi = [B, F, D, NIL, A, C, D, D]$$

Select one:

- nod=[a, b, c, d, e, f, g, h]
 $d=[4, 3, 1, 0, 5, 3, 1, 1]$
 $\pi=[b, f, d, \text{nil}, a, c, d, e]$

Care sunt valorile atributelor d și π rezultate din rularea algoritmului BFS pe graful din figura (vârful de pornire fiind vârful a)?

Care sunt valorile atributelor d și π rezultate din rularea algoritmului BFS pe graful din figura (vârful de pornire fiind vârful a)?



Select one:

- nod=[a, b, c, d, e, f, g]
 $d=[0, 1, 1, 1, 2, 2, 3]$
 $\pi=[\text{nil}, \text{a}, \text{a}, \text{a}, \text{b}, \text{b}, \text{c}]$
- nod=[a, b, c, d, e, f, g]
 $d=[0, 1, 2, 1, 1, 2, 3]$
 $\pi=[\text{nil}, \text{a}, \text{a}, \text{a}, \text{b}, \text{b}, \text{c}]$
- nici o varianta dintre celealte variante propuse nu este corecta
- nod=[a, b, c, d, e, f, g]
 $d=[0, 1, 1, 1, 3, 2, 2]$
 $\pi=[\text{nil}, \text{a}, \text{a}, \text{a}, \text{c}, \text{b}, \text{b}]$
- nod=[a, b, c, d, e, f, g]
 $d=[0, 1, 1, 1, 2, 2, 3]$
 $\pi=[\text{nil}, \text{a}, \text{a}, \text{b}, \text{a}, \text{b}, \text{c}]$
- nod=[a, b, c, d, e, f, g]
 $d=[0, 1, 2, 1, 2, 2, 3]$
 $\pi=[\text{nil}, \text{a}, \text{b}, \text{a}, \text{b}, \text{b}, \text{c}]$

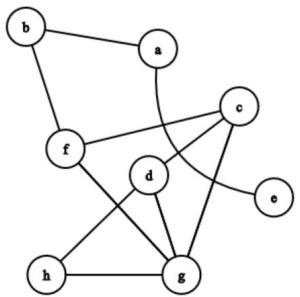
c) nici o varianta dintre celealte variante propuse nu este corecta

corect: $d = [0, 1, 1, 1, 2, 2, 2]$

$\pi = [\text{NIL}, \text{A}, \text{A}, \text{A}, \text{B}, \text{B}, \text{C}]$

Care sunt valorile atributelor d și π rezultate din rularea algoritmului BFS pe graful din figura (vârful de pornire fiind vârful c)?

Care sunt valorile atributelor d și π rezultate din rularea algoritmului **BFS** pe graful din figura (vârful de pornire fiind vârful c)?



$$d = [B, F, \text{NIL}, C, A, C, C, D]$$

$$\pi = [3, 2, 0, 1, 4, 1, 1, 2]$$

Select one:

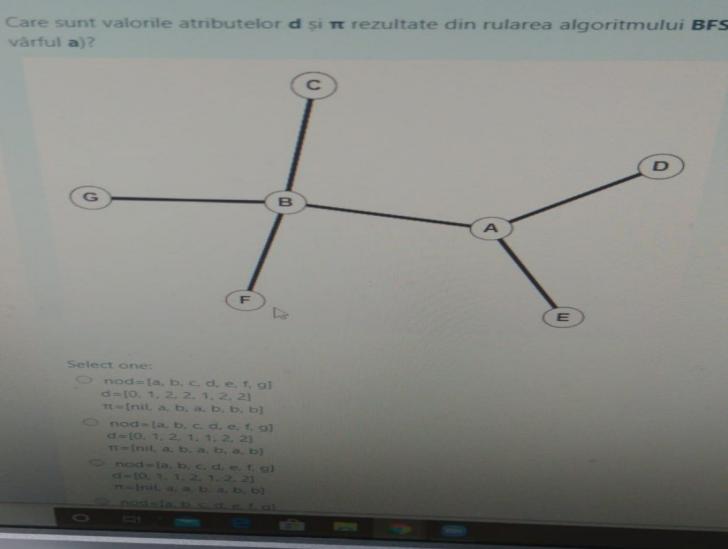
- nod=[a, b, c, d, e, f, g, h]
d=[2, 3, 0, 1, 4, 1, 1, 2]
 $\pi=[f, b, \text{nil}, c, a, c, c, g]$
- nod=[a, b, c, d, e, f, g, h]

	a	b	c	d	e	f	g	h
π	B	F	NIL	C	A	C	C	D
d	3	2	0	1	4	1	1	2

Care sunt valorile atributelor d și π rezultate din rularea algoritmului BFS pe graful din figura (vârful de pornire fiind vârful a)?

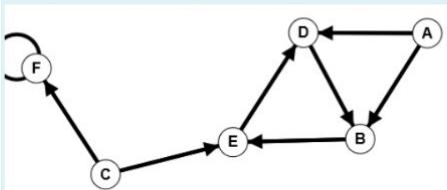
$$d = [0, 1, 2, 1, 1, 2, 2]$$

$$\pi = [\text{NIL}, A, B, A, A, B, B]$$



Care sunt valorile atributelor d și π rezultate din rularea algoritmului BFS pe graful din figura (vârful de pornire fiind vârful c)?

Care sunt valorile atributelor d și π rezultate din rularea algoritmului **BFS** pe graful din figura (vârful de pornire fiind vârful c)?



- a) $d = [\inf, 3, 0, 2, 1, 1]$
 $\pi = [\text{NIL}, \text{D}, \text{NIL}, \text{E}, \text{C}, \text{C}]$

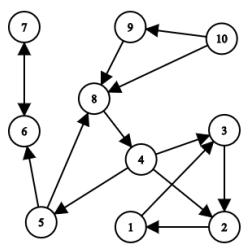
Select one:

- nod=[a, b, c, d, e, f]
 $d=[\inf, 3, 0, 2, 1, 1]$
 $\pi=[\text{NIL}, \text{D}, \text{NIL}, \text{E}, \text{C}, \text{C}]$
- nod=[a, b, c, d, e, f]
 $d=[\inf, 4, 0, 2, 1, 1]$
 $\pi=[\text{NIL}, \text{D}, \text{NIL}, \text{E}, \text{C}, \text{C}]$
- nod=[a, b, c, d, e, f]
 $d=[\inf, 3, 0, 2, 1, 1]$
 $\pi=[\text{NIL}, \text{D}, \text{F}, \text{E}, \text{C}, \text{C}]$
- nod=[a, b, c, d, e, f]
 $d=[\inf, 3, 0, 2, 2, 1]$
 $\pi=[\text{NIL}, \text{D}, \text{NIL}, \text{E}, \text{A}, \text{C}]$
- nod=[a, b, c, d, e, f]
 $d=[\inf, 3, 0, 2, 1, 1]$
 $\pi=[\text{NIL}, \text{D}, \text{NIL}, \text{A}, \text{B}, \text{C}]$

DFS

Fie graful de mai jos. Care sunt valorile atributelor d și f ale vârfurilor grafului G dacă algoritmul DFS este rulat pe graf. Presupuneți că bucla FOR din procedura DFS prelucrează vârfurile în ordine alfabetică și listele de adiacență sunt ordonate alfabetic după eticheta vârfurilor.

Fie graful de mai jos. Care sunt valorile atributelor d și f ale vârfurilor grafului G dacă algoritmul **DFS** este rulat pe graf. Presupuneți că bucla FOR din procedura **DFS** prelucrează vârfurile în ordine alfabetică și listele de adiacență sunt ordonate alfabetic după eticheta vârfurilor.



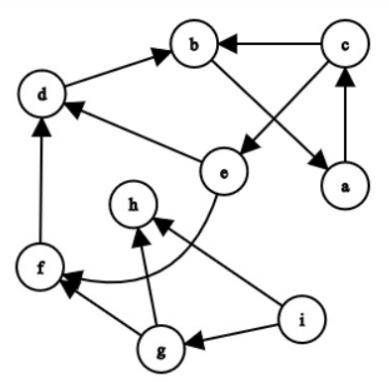
Select one:

- nici o varianta dintre celelalte variante propuse nu este corecta
- $d = [1, 3, 2, 7, 8, 9, 10, 13, 17, 19]$
 $f = [6, 4, 5, 16, 15, 12, 11, 14, 18, 20]$
- $d = [1, 3, 5, 7, 10, 9, 11, 14, 18, 19]$
 $f = [6, 4, 6, 16, 14, 12, 11, 14, 19, 22]$
- $d = [1, 3, 2, 7, 10, 9, 11, 14, 18, 19]$
 $f = [6, 4, 5, 16, 14, 12, 11, 14, 19, 20]$

Activate Windows
[Go to Settings to activate Windows.](#)

- b) $d = [1, 3, 2, 7, 8, 9, 10, 13, 17, 19]$
 $f = [6, 4, 5, 16, 15, 12, 11, 14, 18, 20]$

Fie graful de mai jos. Care sunt valorile atributelor **d** și **f** ale vârfurilor grafului **G** dacă algoritmul **DFS** este rulat pe graf. Presupuneți că bucla **FOR** din procedura **DFS** prelucrează vâfurile în ordine alfabetică și listele de adiacență sunt ordonate alfabetic după eticheta vârfurilor.



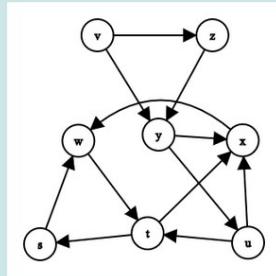
Select one:

- d = [1, 2, 3, 6, 6, 7, 14, 13, 17]
f = [12, 11, 5, 6, 9, 10, 15, 16, 18]
- d = [1, 2, 3, 6, 5, 8, 14, 13, 17]
f = [12, 11, 4, 7, 10, 9, 15, 16, 18]
- d = [1, 2, 3, 6, 5, 8, 13, 14, 17]
f = [12, 11, 4, 7, 10, 9, 16, 15, 18]
- d = [1, 2, 3, 5, 6, 7, 14, 13, 17]
f = [12, 11, 4, 6, 9, 10, 15, 16, 18]
- d = [1, 3, 2, 6, 5, 8, 13, 14, 17]
f = [12, 4, 11, 7, 10, 9, 16, 15, 18]

e) $d = [1, 3, 2, 6, 5, 8, 13, 14, 17]$
 $f = [12, 4, 11, 7, 10, 9, 16, 15, 18]$

e)

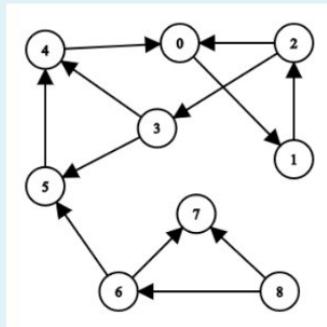
$d = [1, 3, 9, 11, 2, 4, 12, 14]$



Select one:

- d = [2, 1, 9, 11, 4, 5, 11, 14]
f = [8, 7, 11, 16, 8, 6, 13, 14]
 - d = [1, 3, 10, 11, 3, 4, 11, 14]
f = [8, 7, 11, 16, 7, 5, 13, 15]
 - d = [2, 3, 10, 11, 4, 5, 11, 10]
f = [8, 7, 10, 6, 7, 6, 13, 14]
 - d = [2, 3, 10, 11, 4, 5, 11, 14]
f = [8, 7, 11, 16, 7, 6, 13, 14]
 - d = [1, 3, 9, 11, 2, 4, 12, 14]
f = [8, 6, 10, 16, 7, 5, 13, 15]
 - nici o varianta dintre celelalte variante propuse nu este corecta
-

Fie graful de mai jos. Care sunt valorile atributelor d și f ale vârfurilor grafului G dacă algoritmul **DFS** este rulat pe graf. Presupuneți că bucla **FOR** din procedura **DFS** prelucrează vârfurile în ordine alfabetica și listele de adiacență sunt ordonate alfabetic (sau numeric) după eticheta vârfurilor.



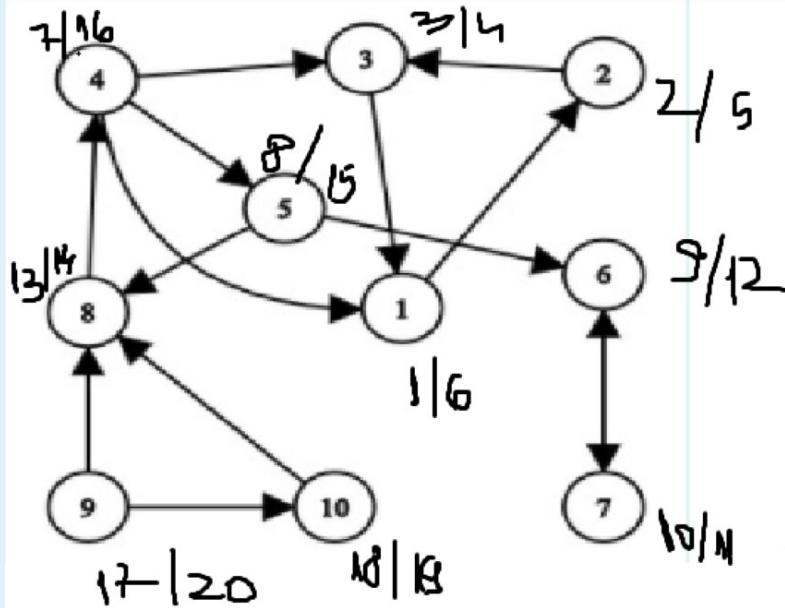
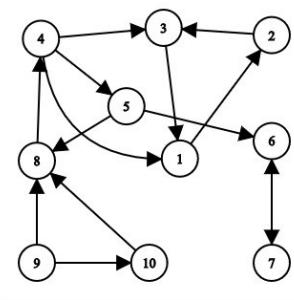
Select one:

- $d = [1, 3, 2, 5, 5, 8, 14, 14, 17]$
 $f = [12, 4, 11, 8, 10, 9, 17, 15, 18]$
- $d = [1, 3, 2, 7, 5, 8, 14, 14, 19]$
 $f = [12, 4, 10, 8, 10, 9, 17, 15, 20]$
- $d = [1, 3, 2, 6, 5, 8, 13, 14, 17]$
 $f = [12, 4, 11, 7, 10, 9, 16, 15, 18]$
- $d = [1, 3, 2, 5, 5, 8, 13, 14, 17]$
 $f = [12, 4, 11, 8, 10, 9, 16, 15, 18]$
- $d = [1, 3, 2, 7, 5, 8, 14, 14, 17]$
 $f = [12, 4, 10, 8, 10, 9, 17, 15, 18]$

$$d = [1, 2, 3, 4, 5, 7, 13, 14, 17]$$

$$f = [12, 11, 10, 9, 6, 8, 16, 15, 18]$$

Fie graful de mai jos. Care sunt valorile atributelor d și f ale vârfurilor grafului G dacă algoritmul **DFS** este rulat pe graf. Presupuneți că bucla **FOR** din procedura **DFS** prelucrează vârfurile în ordine alfabetica și listele de adiacență sunt ordonate alfabetic (sau numeric) după eticheta vârfurilor.



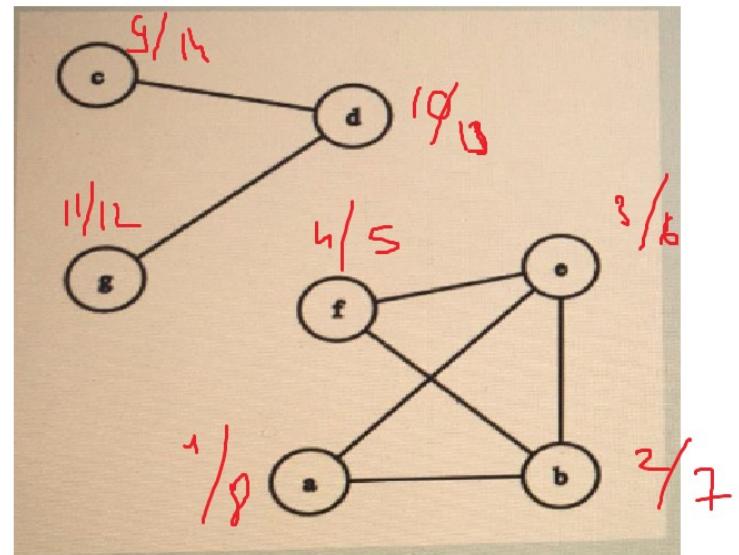
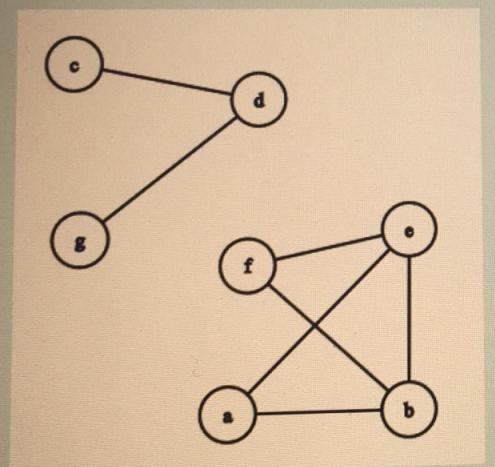
Select one:

- $d = [1, 17, 3, 9, 18, 4, 5, 9, 13, 10]$
 $f = [16, 20, 8, 16, 19, 7, 6, 12, 14, 11]$
- $d = [1, 17, 3, 9, 18, 3, 4, 9, 13, 10]$
 $f = [16, 20, 8, 16, 19, 6, 5, 12, 14, 11]$
- $d = [1, 17, 3, 9, 18, 4, 5, 9, 14, 10]$
 $f = [16, 20, 8, 16, 19, 7, 6, 12, 15, 11]$
- $d = [1, 17, 2, 8, 18, 3, 4, 9, 13, 10]$
 $f = [16, 20, 7, 15, 19, 6, 5, 12, 14, 11]$
- $d = [1, 17, 3, 8, 18, 3, 4, 9, 13, 10]$
 $f = [16, 20, 8, 15, 19, 6, 5, 12, 14, 11]$

$$d = [1, 2, 3, 7, 8, 9, 10, 13, 17, 18]$$

$$f = [6, 5, 4, 16, 15, 12, 11, 14, 20, 19]$$

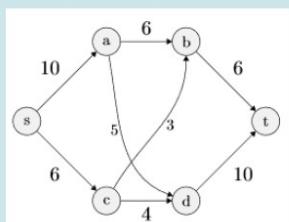
$d = [1, 2, 9, 10, 3, 4, 11]$
 $f = [8, 7, 14, 13, 6, 5, 12]$



Fluxul maxim

Care este fluxul maxim care se poate transmite în rețeaua de transport G de mai jos?

Care este fluxul maxim care se poate transmite în rețeaua de transport G de mai jos?

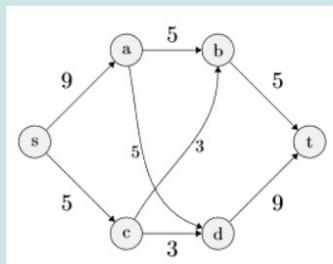


b) 15

Select one:

- Nici un răspuns nu este corect.
- 15
- 12
- 16
- 11
- 14
- 13

Care este fluxul maxim care se poate transmite în rețeaua de transport G de mai jos?

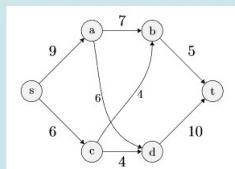


f) 13

Select one:

- 15
- 12
- 10
- 14
- 11
- 13
- Nici un răspuns nu este corect.

Care este fluxul maxim care se poate transmite în rețeaua de transport G de mai jos?

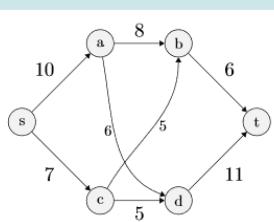


a) 15

Select one:

- 15
- 13
- Nici un răspuns nu este corect.
- 12
- 14

Care este fluxul maxim care se poate transmite în rețeaua de transport G de mai jos?



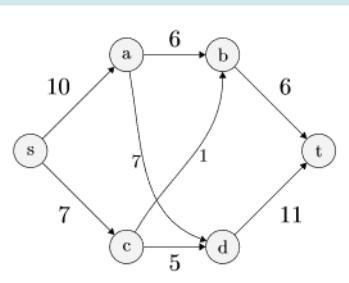
a) 17

Select one:

- 17
- 14
- 11
- Nici un răspuns nu este corect.
- 15
- 13
- 16

Care este fluxul maxim care se poate transmite în rețeaua de transport G de mai jos?

f) 16

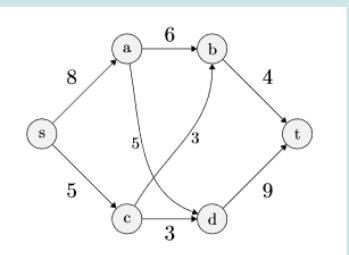


Select one:

- 13
- 14
- 15
- 12
- 17
- 16
- Nici un răspuns nu este corect.

Care este fluxul maxim care se poate transmite în rețeaua de transport G de mai jos?

f) 12

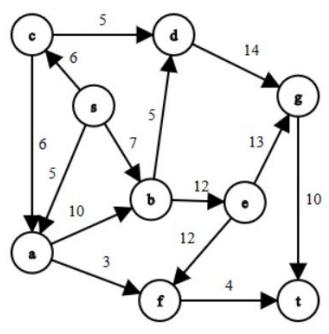


Select one:

- 11
- 10
- Nici un răspuns nu este corect.
- 9
- 13
- 12

Care este **fluxul maxim** în rețeaua de transport G de mai jos (de la s la t)?

e) 14

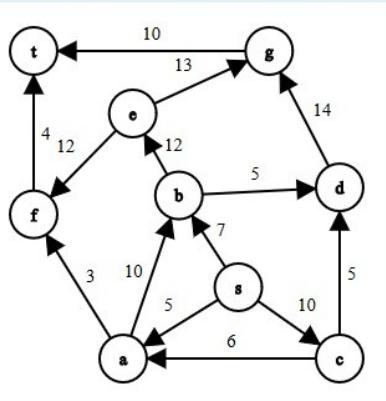


Select one:

- 12
- 15
- 13
- 16
- 14

Care este **fluxul maxim** în rețeaua de transport G de mai jos (de la s la t)?

Gresită (corect: 14)

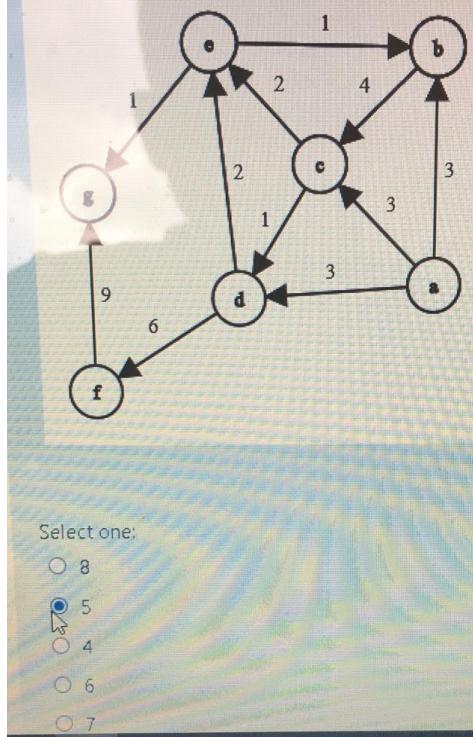


Select one:

- 24
- 22
- 23
- 20
- 21

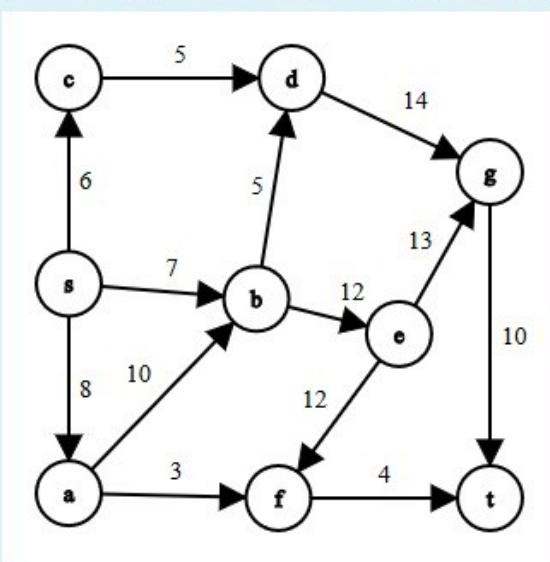
Care este **fluxul maxim** în rețeaua de transport?

b) 5



Care este **fluxul maxim** în rețeaua de transport G de mai jos (de la s la t)?

14 (dar nu este în răspunsuri)

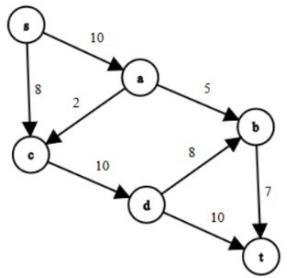


Select one:

- 20
- 18
- 23
- 19
- 21

Care este **fluxul maxim** în rețeaua de transport G de mai jos (de la s la t)?

d) 15



Select one:

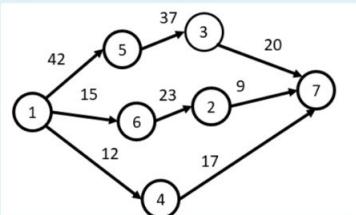
- 16
- 14
- 17
- 15
- 13

Ford-Fulkerson

Care este numărul maxim de pași (cel mai rău caz) în care algoritmul Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în următorul graf în care sursa este nodul 1, iar destinația este nodul 7?

Care este numărul maxim de pași (cel mai rău caz) în care algoritmul Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în următorul graf în care sursa este nodul 1, iar destinația este nodul 7?

a) 41



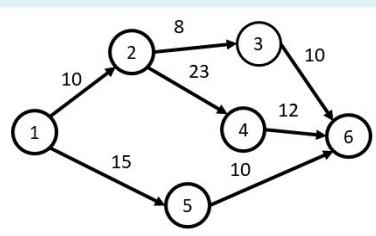
Select one:

- 41
- 99
- 9
- 42

Care este numărul maxim de pași (cel mai rău caz) în care algoritmul Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în următorul graf în care sursa este nodul 1, iar destinația este nodul 6?

Care este numărul maxim de pași (cel mai rău caz) în care algoritmul Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în următorul graf în care sursa este nodul 1, iar destinația este nodul 6?

a) 20

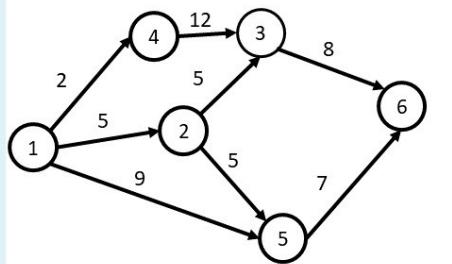


Select one:

- 20
- 10
- 32
- 23

Care este numărul maxim de pași (cel mai rău caz) în care algoritmul Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în următorul graf în care sursa este nodul 1, iar destinația este nodul 6?

Care este numărul maxim de pași (cel mai rău caz) în care algoritmul Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în următorul graf în care sursa este nodul 1, iar destinația este nodul 6?



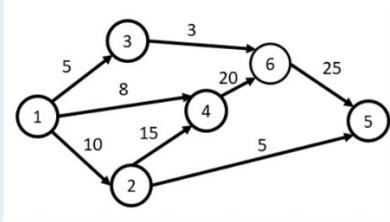
Select one:

- 14
- 22
- 15
- 5

a) 14

Care este numărul maxim de pași (cel mai rău caz) în care algoritmul Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în următorul graf în care sursa este nodul 1, iar destinația este nodul 5?

Care este numărul maxim de pași (cel mai rău caz) în care algoritmul Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în următorul graf în care sursa este nodul 1, iar destinația este nodul 5?



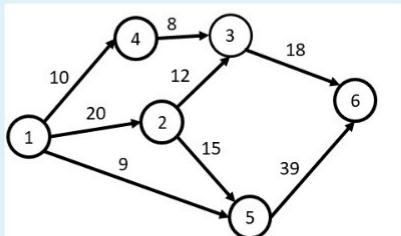
Select one:

- 30
- 3
- 25
- 21

d) 21

Care este numărul maxim de pași (cel mai rău caz) în care algoritmul Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în următorul graf în care sursa este nodul 1, iar destinația este nodul 6?

Care este numărul maxim de pași (cel mai rău caz) în care algoritmul Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în următorul graf în care sursa este nodul 1, iar destinația este nodul 6?



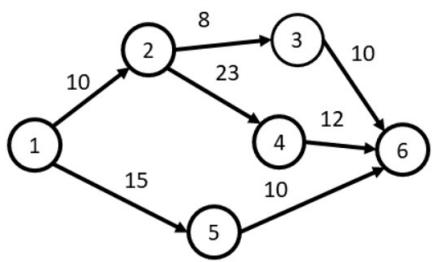
Select one:

- 39
- 64
- 37
- 57

c) 37

Care este numărul maxim de pași (cel mai rău caz) în care algoritmul Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în următorul graf în care sursa este nodul 1, iar destinația este nodul 6?

Care este numărul maxim de pași (cel mai rău caz) în care algoritmul Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în următorul graf în care sursa este nodul 1, iar destinația este nodul 6?



b) Nici un răspuns nu este corect

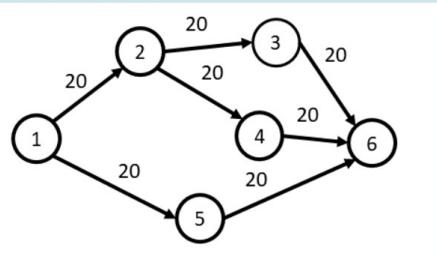
Select one:

- 19
- Nici un răspuns nu este corect
- 15
- 23
- 22

Care este numărul maxim de pași (cel mai rău caz) în care algoritmul Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în următorul graf în care sursa este nodul 1, iar destinația este nodul 6?

Care este numărul maxim de pași (cel mai rău caz) în care algoritmul Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în următorul graf în care sursa este nodul 1, iar destinația este nodul 6?

a) 40

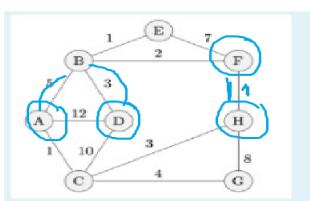


Select one:

- 40
- 20

Ciclu Eulerian

Fie graful $G = (V, E)$ simplu și neorientat de mai jos. Trebuie adăugate muchii astfel încât ciclul eulerian să aibă lungimea minimă? Dacă da, care?



{A, D, F, H}

$$4 \Delta F H \quad 1 + 8 = 9 - + 3 m$$

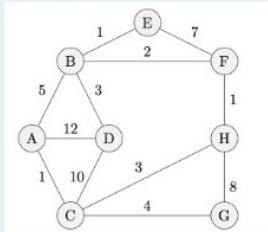
$$AF DH \quad 5 + 6 = 11$$

$$AH DF \quad 4 + 5 = 9 - + h$$

(AB, BD, FH)

b)
Da,
se

Fie graful $G = (V, E)$ simplu și neorientat de mai jos. Trebuie adăugate muchii astfel încât ciclul eulerian să aibă lungimea minimă? Dacă da, care?

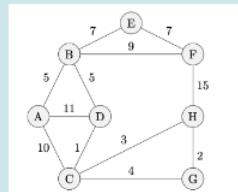


Select one:

- Nu trebuie adăugate muchii în graf.
- Da, se dublează muchiile: $(A, B), (B, D), (F, H)$.
- Da, se dublează muchiile: $(A, D), (F, H)$.
- Da, se dublează muchiile: $(A, B), (B, F), (D, C), (C, H)$.
- Da, se dublează muchiile: $(A, C), (C, H), (B, D), (B, F)$.

dubleaza muchiile $(A, B), (B, D), (F, H)$.

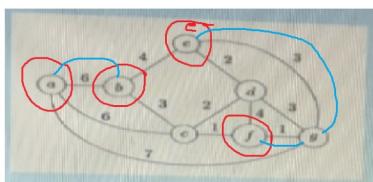
Fie graful $G = (V, E)$ simplu și neorientat de mai jos. Trebuie adăugate muchii astfel încât ciclul eulerian să aibă lungimea minimă? Dacă da, care?



Select one:

- Da, se dublează muchiile: $(A, C), (C, H)$.
- Da, se dublează muchiile: $(A, C), (C, H), (D, B), (B, F)$.
- Da, se dublează muchiile: \((A, B), (B, F), (D, C), (C, H)\).
- Da, se dublează muchiile: \((A, D), (F, H)\).
- Nu trebuie adăugate muchii în graf.

c) Da, se dubleaza muchiile $(A, B), (B, F), (D, C), (C, H)$.



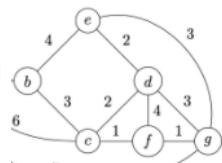
$\{A, B, E, F\}$

$\{AB, EF\} \leftarrow 10$

$\{AE, BF\} \leftarrow 14$

$\{AF, BE\} \leftarrow 11$

să aibă lungimea minimă? Dacă da, care?



- Nu trebuie adăugate muchii în graf.
- Da, se dublează muchiile: $(A, B), (B, E), (B, C), (C, F)$.
- Da, se dublează muchiile: $(A, C), (C, B), (F, D)$.
- Da, se dublează muchiile: $(A, B), (B, G), (G, F)$.
- Da, se dublează muchiile: $(B, E), (A, C), (C, F)$.

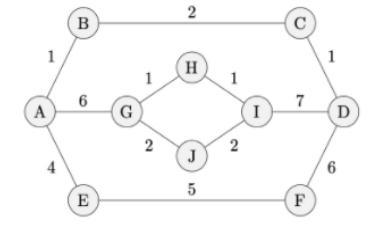
- Da, se dublează muchiile: $(A, B), (B, E), (B, C), (C, F)$.

- Da, se dublează muchiile: $(B, E), (A, C), (C, F)$.

c) Da, se dubleaza muchiile (A, B), (E, G), (G, F).

a) Da,
se

Fie graful $G = (V, E)$ simplu și neorientat de mai jos. Trebuie adăugate muchii astfel încât ciclul eulerian să aibă lungimea minimă? Dacă da, care?

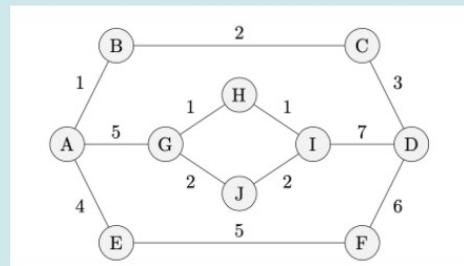


Select one:

- Da, se dublează muchiile: (A, B), (B, C), (C, D), (G, H), (H, I).
- Da, se dublează muchiile: (A, G), (G, H), (H, I), (I, D).
- Da, se dublează muchiile: (A, B), (B, C), (C, D), (G, J), (J, I).
- Da, se dublează muchiile: (G, A), (D, I).
- Nu trebuie adăugate muchii în graf.

dubleaza muchiile (A, B), (B, C), (C, D), (G, H), (H, I).

Fie graful $G = (V, E)$ simplu și neorientat de mai jos. Trebuie adăugate muchii astfel încât ciclul eulerian să aibă lungimea minimă? Dacă da, care?



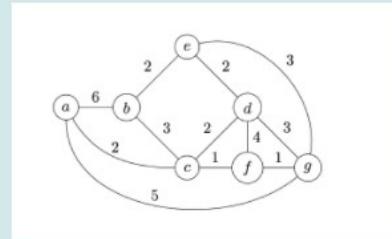
Select one:

- Da, se dublează muchiile: (A, G), (I, D).
- Da, se dublează muchiile: (G, H), (H, I), (I, D).
- Nu trebuie adăugate muchii în graf.
- Da, se dublează muchiile: (G, H), (H, I).
- Da, se dublează muchiile: (A, G), (G, H), (H, I), (I, D).

a) Da, se dubleaza muchiile (A, G), (I, D). (ciudat)

d)
Da,
se

Fie graful $G = (V, E)$ simplu și neorientat de mai jos. Trebuie adăugate muchii astfel încât ciclul eulerian să aibă lungimea minimă? Dacă da, care?



Select one:

- Da, se dublează muchiile: $(A, B), (E, G), (G, F)$.
- Nu trebuie adăugate muchii în graf.
- Da, se dublează muchiile: $(A, C), (C, B), (F, D)$.
- Da, se dublează muchiile: $(B, E), (A, C), (C, F)$.
- Da, se dublează muchiile: $(A, C), (C, F), (B, C), (C, D), (D, F)$.

dubleaza muchiile (B, E), (A, C), (C, F).

$$|i-j| \leq 3$$

Vârfurile unui graf neorientat $G = (V, E)$ sunt numerotate 1,2,...,4286. Muchia (i, j) există dacă $|i-j| \leq 3$, unde $i \neq j$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate:

Vârfurile unui graf neorientat $G = (V, E)$ sunt numerotate 1,2,...,4286. Muchia (i, j) există dacă $|i - j| \leq 3$, unde $i \neq j$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate:

Select one or more:

- G este Hamiltonian.
- G conține un ciclu Eulerian.
- G conține un cuplaj perfect.

G este Hamiltonian.

G conține un cuplaj perfect.

Vârfurile unui graf neorientat $G = (V, E)$ sunt numerotate 1,2,...,2047. Muchia (i, j) există dacă $|i-j| \leq 3$, unde $i \neq j$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate:

G
este

Vârfurile unui graf neorientat $G = (V, E)$ sunt numerotate 1,2,...,2047. Muchia (i, j) există dacă $|i - j| \leq 3$, unde $i \neq j$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate:

Select one or more:

- G este Hamiltonian.
- G conține un ciclu Eulerian.
- G conține un cuplaj perfect.

Hamiltonian.

Vârfurile unui graf neorientat $G = (V, E)$ sunt numerotate 1,2,...,1112. Muchia (i, j) există dacă $|i-j| \leq 3$, unde $i \neq j$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate:

Vârfurile unui graf neorientat $G = (V, E)$ sunt numerotate 1,2,...,1112. Muchia (i, j) există dacă $|i - j| \leq 3$, unde $i \neq j$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate:

Select one or more:

- G este Hamiltonian.
- G conține un ciclu Eulerian.
- G conține un cuplaj perfect.

G este Hamiltonian.

G conține un cuplaj perfect.

Vârfurile unui graf neorientat $G = (V, E)$ sunt numerotate 1,2,...,8420. Muchia (i, j) există dacă $|i-j| \leq 3$, unde $i \neq j$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate:

Vârfurile unui graf neorientat $G = (V, E)$ sunt numerotate 1,2,...,8420. Muchia (i, j) există dacă $|i - j| \leq 3$, unde $i \neq j$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate:

Select one or more:

- G conține un ciclu Eulerian.
- G conține un cuplaj perfect.
- G este Hamiltonian.

G este Hamiltonian.

G conține un cuplaj perfect.

Vârfurile unui graf neorientat $G = (V, E)$ sunt numerotate 1,2,...,2222. Muchia (i, j) există dacă $|i-j| \leq 3$, unde $i \neq j$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate:

Vârfurile unui graf neorientat $G = (V, E)$ sunt numerotate 1,2,...,2222. Muchia (i, j) există dacă $|i - j| \leq 3$, unde $i \neq j$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate:

Select one or more:

- G conține un cuplaj perfect.
- G conține un ciclu Eulerian.
- G este Hamiltonian.

G este Hamiltonian.

G conține un cuplaj perfect.

Vârfurile unui graf neorientat $G = (V, E)$ sunt numerotate 1,2,...,3273. Muchia (i, j) există dacă $|i-j| \leq 3$, unde $i \neq j$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate:

Vârfurile unui graf neorientat $G = (V, E)$ sunt numerotate 1,2,...,3273. Muchia (i, j) există dacă $|i - j| \leq 3$, unde $i \neq j$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate:

Select one or more:

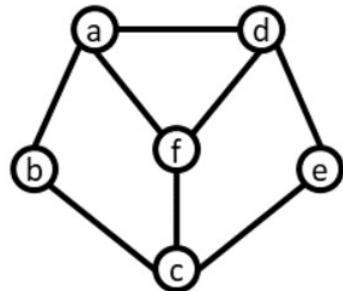
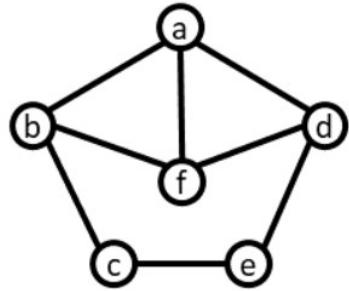
- G este Hamiltonian.
- G conține un ciclu Eulerian.
- G conține un cuplaj perfect.

G este Hamiltonian.

Izomorfe

Sunt următoarele grafuri izomorfe?

Sunt următoarele grafuri izomorfe?



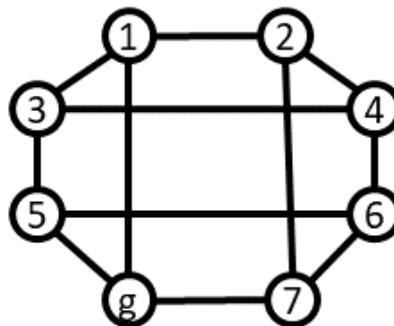
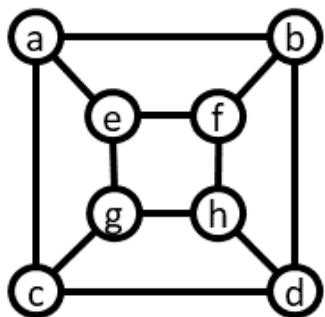
b) Nu

Select one:

- Da
- Nu

Sunt următoarele grafuri izomorfe?

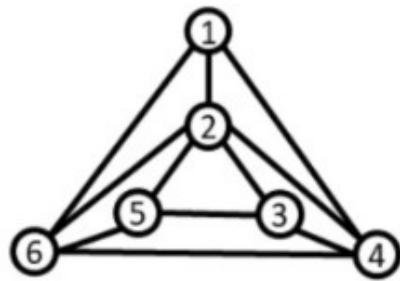
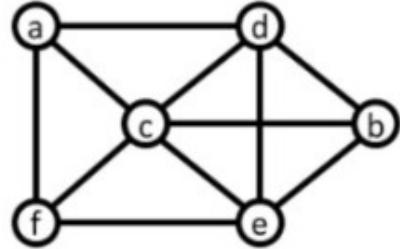
a) Da



Select one:

- Da
- Nu

Sunt următoarele grafuri izomorfe?

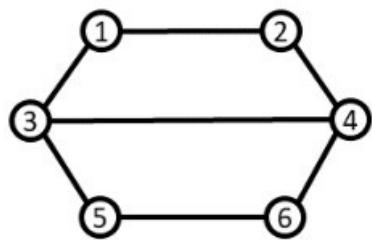
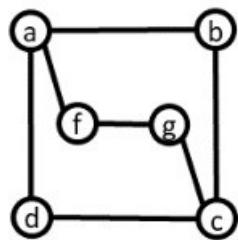


a) Da

Select one:

- Da
- Nu

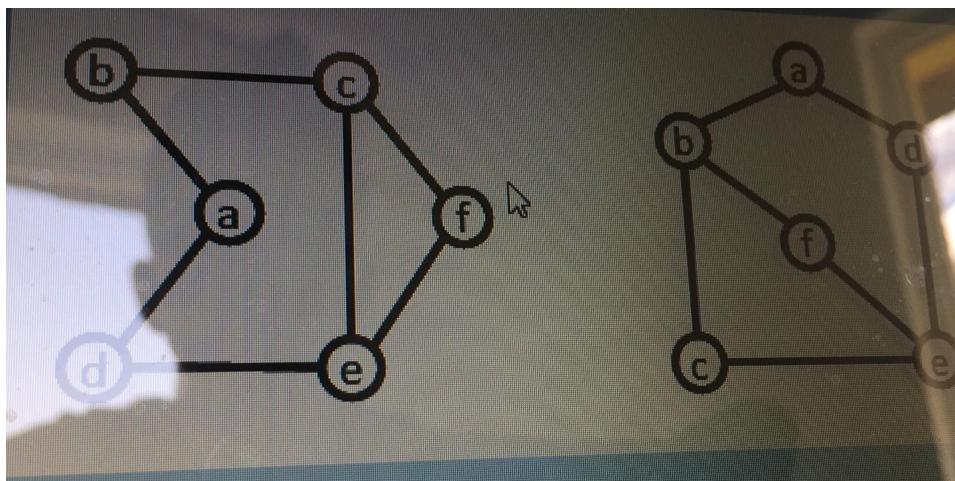
Sunt următoarele grafuri izomorfe?



b) Nu

Select one:

- Da
- Nu



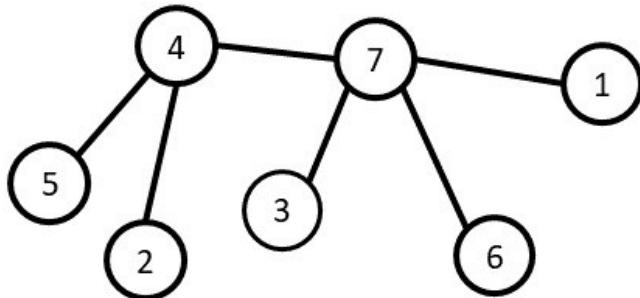
Nu

Secvența Prüfer

Să se determine secvența Prüfer pentru următorul arbore a cărui rădăcină este nodul 1:

Să se determine secvența Prüfer pentru următorul arbore a cărui rădăcină este nodul 1:

c) 4, 7, 4, 7, 7, 1



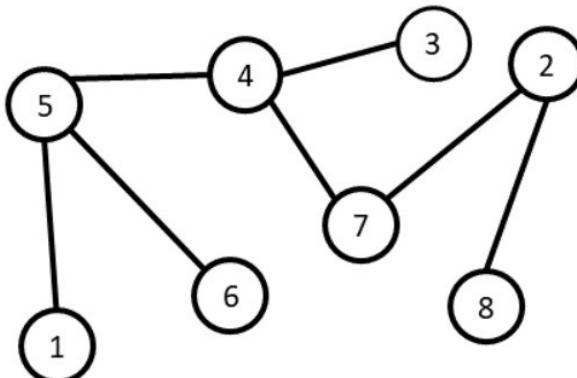
Select one:

- 7, 4, 4, 7, 7, 3
- 4, 7, 7, 4, 7, 1
- 4, 7, 4, 7, 7, 1
- 4, 7, 4, 7, 1

Să se determine secvența Prüfer pentru următorul arbore a cărui rădăcină este nodul 7:

Să se determine secvența Prüfer pentru următorul arbore a cărui rădăcină este nodul 7:

5, 4, 5, 4, 7, 2, 7.



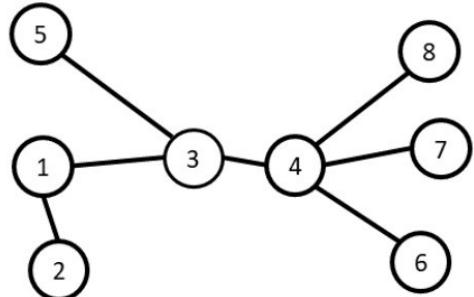
Select one:

- 4, 2, 7, 6, 8, 3, 1
- 5, 7, 4, 5, 5, 4, 2
- 5, 4, 5, 2, 7, 4, 5
- 7, 4, 4, 2, 5, 7, 7

Să se determine secvența Prüfer pentru următorul arbore a cărui rădăcină este nodul 1:

Să se determine secvența Prüfer pentru următorul arbore a cărui rădăcină este nodul 1:

c) 1, 3, 4, 4, 4, 3, 1

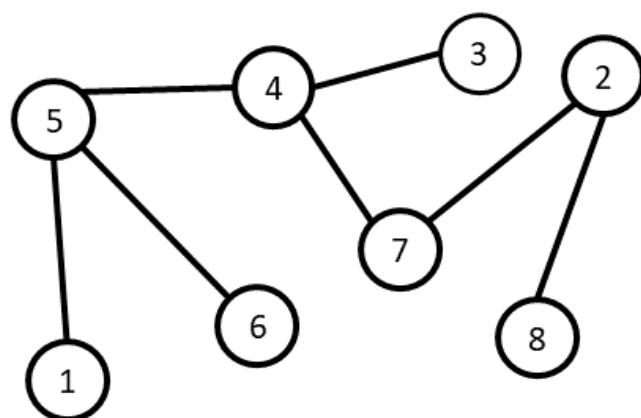


Select one:

- 1, 1, 3, 3, 4, 4, 4
- 2, 5, 6, 7, 8, 4, 3
- 1, 3, 4, 4, 4, 3, 1
- 4, 4, 4, 3, 3, 2, 1

Să se determine secvența Prüfer pentru următorul arbore a cărui rădăcină este nodul 5:

Să se determine secvența Prüfer pentru următorul arbore a cărui rădăcină este nodul 5: b) 5, 4, 5, 2, 7, 4, 5

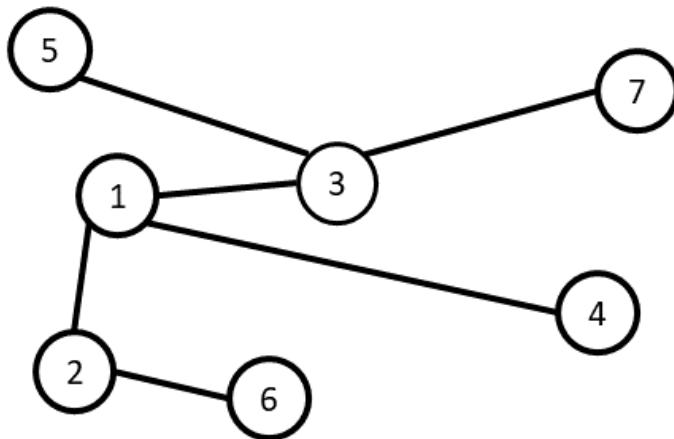


Select one:

- Nici un răspuns nu este corect
- 5, 4, 5, 2, 7, 4, 5
- 4, 2, 7, 6, 8, 3, 1
- 7, 4, 4, 2, 5, 7, 7
- 5, 7, 4, 5, 5, 4, 2

Să se determine secvența Prüfer pentru următorul arbore a cărui rădăcină este nodul 1:

Să se determine secvența Prüfer pentru următorul arbore a cărui rădăcină este nodul 1:



d) Nici un răspuns nu este corect
(corect: 1, 3, 2, 1, 3, 1)

Select one:

- 1, 1, 1, 3, 2, 3
- 1, 2, 3, 3, 1, 1
- 1, 1, 3, 3, 2, 1
- Nici un răspuns nu este corect
- 3, 1, 2, 2, 1, 3

Alte secvențe Prüfer

Fie $G = (V, E)$ cu $|V| = 10$ și secvența Prüfer pentru G :

1, 2, x , 3, 2, 1, 4, 4, 1.

Care este valoarea lui x știind că fiecare vârf are grad impar?

Fie $G = (V, E)$ cu $|V| = 10$ și secvența Prüfer pentru G :

1, 2, x , 3, 2, 1, 4, 4, 1.

Care este valoarea lui x știind că fiecare vârf are grad impar?

Select one:

- 1
- 2
- 10
- Valoarea lui x nu poate fi determinată.
- 6
- 4
- 7
- 8
- 3
- 5
- 9

Răspuns: 3

Fie $G = (V, E)$ cu $|V| = 10$ și secvența Prüfer pentru G :

1, 2, x, 3, 2, 1, 4, 4, 1.

Care este valoarea lui x știind că fiecare vârf are grad impar?

$$R \text{ AND } d(1) = 3$$

$$d(2) = 3$$

$$d(3) = 2$$

$$x = 3$$

Fie $G = (V, E)$ cu $|V| = 8$ și secvența Prüfer pentru G :

2, 1, 2, x, 1, 7, 5.

Care este valoarea lui x știind că fiecare vârf are grad impar?

Fie $G = (V, E)$ cu $|V| = 8$ și secvența Prüfer pentru G :

2, 1, 2, x, 1, 7, 5.

Care este valoarea lui x știind că fiecare vârf are grad impar?

Răspuns: 7

Select one:

- 7
- 1
- 9
- 2
- 6
- 3
- Valoarea lui x nu poate fi determinată.
- 5
- 8
- 4

Fie $G = (V, E)$ cu $|V| = 10$ și secvența Prüfer pentru G :

10, x, 3, 3, 1, 7, 7, 1, 1.

Care este valoarea lui x știind că fiecare vârf are grad impar?

Fie $G = (V, E)$ cu $|V| = 10$ și secvența Prüfer pentru G :

10, x , 3, 3, 1, 7, 7, 1, 1.

Care este valoarea lui x știind că fiecare vârf are grad impar?

Select one:

- 1
- 7
- 2
- 4
- 8
- Valoarea lui x nu poate fi determinată.
- 6
- 3
- 10
- 5
- 9

Răspuns: 10

Fie $G = (V, E)$ cu $|V| = 10$ și secvența Prüfer pentru G :

1, 1, 7, x , 3, 3, 7, 6, 7.

Care este valoarea lui x știind că fiecare vârf are grad impar?

Fie $G = (V, E)$ cu $|V| = 10$ și secvența Prüfer pentru G :

1, 1, 7, x , 3, 3, 7, 6, 7.

Care este valoarea lui x știind că fiecare vârf are grad impar?

Select one:

- 9
- 7
- 6
- 8
- 4
- 2
- 10
- 1
- 3
- 5
- Valoarea lui x nu poate fi determinată.

Răspuns: 6

Fie $G = (V, E)$ cu $|V| = 8$ și secvența Prufer pentru G :

3, 4, 3, x, 4, 2, 1.

Care este valoarea lui x știind că fiecare vârf are grad impar?

Fie $G = (V, E)$ cu $|V| = 8$ și secvența Prufer pentru G :

3, 4, 3, x, 4, 2, 1.

Care este valoarea lui x știind că fiecare vârf are grad impar?

Select one:

- 9
- 7
- 5
- 3
- 4
- Valoarea lui x nu poate fi determinată.
- 2
- 1
- 6
- 8

Răspuns: 2

Fie $G = (V, E)$ cu $|V| = 10$ și secvența Prufer pentru G :

1, 5, 3, 3, 1, x, 7, 5, 7.

Care este valoarea lui x știind că fiecare vârf are grad impar?

Fie $G = (V, E)$ cu $|V| = 10$ și secvența Prufer pentru G :

1, 5, 3, 3, 1, x, 7, 5, 7.

Care este valoarea lui x știind că fiecare vârf are grad impar?

Select one:

- 8
- 10
- 3
- 4
- 2
- 1
- 7
- 6
- 9
- Valoarea lui x nu poate fi determinată.
- 5

Răspuns: 7

K-graf

Obs. $K_{n,n}$ are ciclu Hamiltonian si are cuplaj perfect.

Fie K_6 un graf simplu și neorientat. Graful conține:

Fie K_6 un graf simplu și neorientat. Graful conține:

Select one or more:

- ciclu Hamiltonian.
- cuplaj maxim.
- drum Eulerian.
- cuplaj complet.
- nici un răspuns.
- ciclu Eulerian.

Cuplaj complet.
Cuplaj maxim.
Ciclu Hamiltonian.

Fie K_2 un graf simplu și neorientat. Graful conține:

Fie K_2 un graf simplu și neorientat. Graful conține:

Select one or more:

- drum Eulerian.
- ciclu Eulerian.
- ciclu Hamiltonian.
- cuplaj complet.
- cuplaj maxim.
- nici un răspuns.

Drum Eulerian.
Cuplaj complet.
Cuplaj maxim.

Fie $K_{3,5}$ graf simplu și neorientat. Graful conține:

Select one or more:

- un ciclu Eulerian.
- un ciclu Hamiltonian.
- un cuplaj perfect.
- nici un răspuns nu este corect.
- un lanț Eulerian.

Fie $K_{3,5}$ un graf simplu și neorientat. Graful conține:

Nici un răspuns nu este corect.

Fie $K_{5,5}$ un graf simplu și neorientat. Graful conține:

Fie $K_{5,5}$ graf simplu și neorientat. Graful conține:

Un cuplaj perfect.
Un ciclu Hamiltonian.

Select one or more:

- nici un răspuns nu este corect.
- un cuplaj perfect.
- un ciclu Eulerian.
- un lanț Eulerian.
- un ciclu Hamiltonian.

Fie $K_{4,2}$ un graf simplu și neorientat. Graful conține:

Fie $K_{4,2}$ graf simplu și neorientat. Graful conține:

Un lanț Eulerian.
Un ciclu Eulerian.

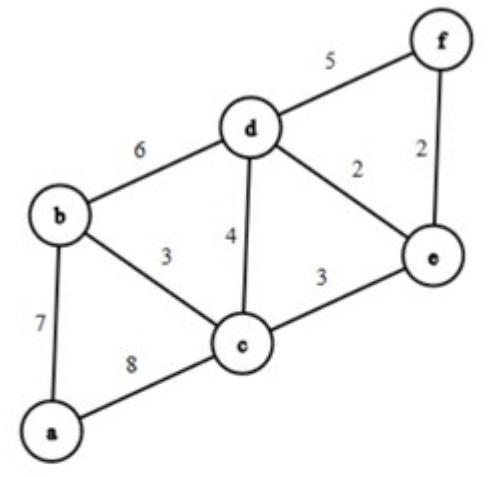
Select one or more:

- nici un răspuns nu este corect.
 - un lanț Eulerian.
 - un cuplaj perfect.
 - un ciclu Eulerian.
 - un ciclu Hamiltonian.
-
-

Prim

Care sunt valorile atributelor key și π dacă este rulat algoritmul lui Prim pe următorul graf? Luăți ca și sursă vârful a.

Care sunt valorile atributelor **key** și **π** dacă este rulat algoritmul lui **Prim** pe următorul graf? Luăți ca și sursă vârful **a**.



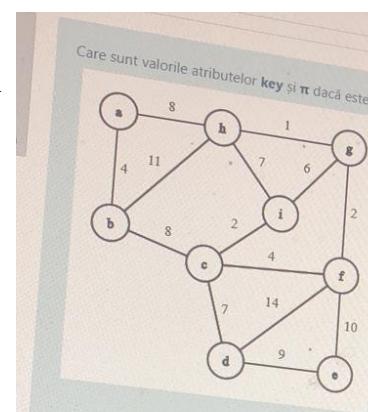
Select one:

- key**=[0, 8, 2, 3, 4, 2], **π** =[nil, a, c, d, d, e]
- key**=[0, 8, 1, 3, 4, 2], **π** =[nil, b, c, d, d, e]
- key**=[0, 7, 3, 2, 3, 2], **π** =[nil, a, b, e, c, e]

c) **key** = [0, 7, 3, 2, 3, 2], **π** = [nil, a, b, e, c, e]

Care sunt valorile atributelor key și π dacă este rulat algoritmul lui Prim pe următorul graf? Luăți ca și sursă vârful a.

c) **key** = [0, 4, 8, 7, 9, 4, 2, 1, 2],
 π = [nil, a, b, c, d, c, f, g, c]

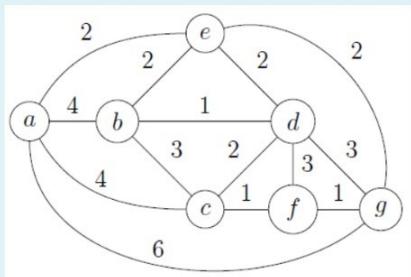


Select one:

- key**=[0, 4, 8, 7, 8, 5, 3, 2, 2], **π** =[nil, a, b, c, e, b, f, d, b]
- key**=[0, 2, 8, 7, 8, 5, 3, 2, 3], **π** =[nil, a, c, b, e, b, f, d, b]
- key**=[0, 4, 8, 7, 9, 4, 2, 1, 2], **π** =[nil, a, b, c, d, c, f, g, c]
- key**=[0, 4, 8, 7, 8, 5, 2, 1, 2], **π** =[nil, a, b, c, e, b, f, g, c]
- key**=[0, 2, 8, 7, 8, 5, 3, 2, 2], **π** =[nil, a, c, b, e, b, f, d, b]

Care sunt valorile atributelor key și π dacă este rulat algoritmul lui Prim pe următorul graf? Luăți ca și sursă vârful e.

Care sunt valorile atributelor **key** și **π** dacă este rulat algoritmul lui **Prim** pe următorul graf? Luăți ca și sursă vârful **e**.



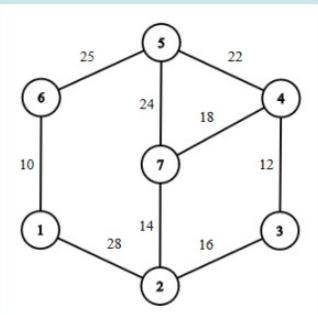
b) $\text{key} = [2, 2, 2, 1, 0, 1, 1]$, $\pi = [e, e, d, b, \text{nil}, c, f]$

Select one:

- key**=[2, 3, 1, 2, 0, 2, 1], **π** =[e, a, c, b, nil, a, f]
- key**=[2, 2, 2, 1, 0, 1, 1], **π** =[e, e, d, b, nil, c, f]
- key**=[1, 3, 1, 2, 0, 2, 1], **π** =[b, a, c, b, nil, a, f]
- key**=[2, 3, 2, 1, 0, 2, 1], **π** =[e, e, c, b, nil, a, f]
- key**=[2, 3, 2, 1, 0, 1, 1], **π** =[e, e, c, b, nil, c, f]

Care sunt valorile atributelor key și π dacă este rulat algoritmul lui Prim pe următorul graf? Luăți ca și sursă vârful 1.

Care sunt valorile atributelor **key** și **π** dacă este rulat algoritmul lui **Prim** pe următorul graf? Luăți ca și sursă vârful 1.



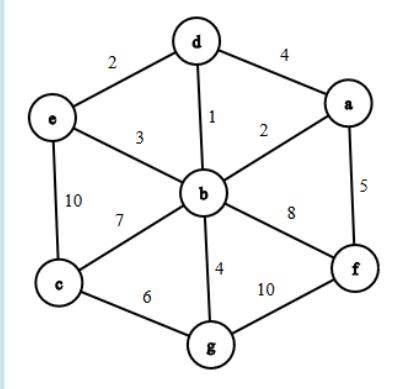
b) $\text{key} = [0, 16, 12, 22, 25, 10, 14]$, $\pi = [\text{nil}, 3, 4, 5, 6, 1, 2]$

Select one:

- key**=[0, 14, 14, 21, 25, 9, 14], **π** =[nil, 3, 2, 7, 5, 1, 2]
- key**=[0, 16, 12, 22, 25, 10, 14], **π** =[nil, 3, 4, 5, 6, 1, 2]
- key**=[0, 14, 14, 21, 25, 10, 14], **π** =[nil, 3, 2, 5, 5, 1, 2]
- key**=[0, 14, 14, 22, 25, 10, 14], **π** =[nil, 3, 4, 5, 5, 1, 2]
- nici o varianta dintre celelalte variante propuse nu este corecta

Care sunt valorile atributelor key și π dacă este rulat algoritmul lui Prim pe următorul graf? Luați ca și sursă vârful a.

Care sunt valorile atributelor **key** și **π** dacă este rulat algoritmul lui **Prim** pe următorul graf? Luați ca și sursă vârful **a**.



a) nici o varianta dintre celelalte variante propuse nu este corecta

$$\text{key} = [0, 2, 6, 1, 2, 5, 4], \pi = [\text{nil}, a, g, b, d, a, b]$$

Select one:

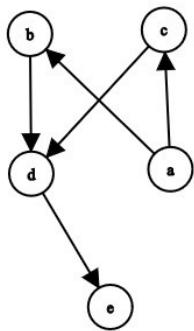
- nici o varianta dintre celelalte variante propuse nu este corecta
- key**=[0, 3, 5, 1, 2, 1, 4], **π**=[nil, a, g, b, d, g, b]
- key**=[0, 2, 6, 1, 2, 1, 4], **π**=[nil, a, g, b, d, g, b]
- key**=[0, 3, 5, 2, 3, 2, 4], **π**=[nil, a, g, a, b, d, b]
- key**=[0, 3, 5, 2, 1, 2, 4], **π**=[nil, a, g, a, c, d, b]
- key**=[0, 3, 5, 1, 1, 2, 4], **π**=[nil, a, g, b, c, d, b]

Sortare topologică

Fie graful de mai jos. Să se sorteze topologic acest graf (dacă este posibil).

Fie graful de mai jos. Sa se sorteze topologic acest graf (daca este posibil).

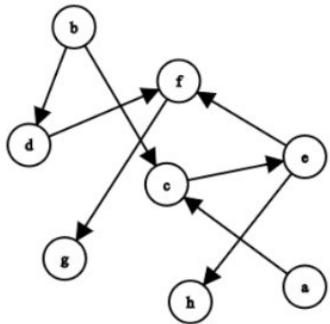
c) a, c, b, d, e



Select one:

- graful dat nu e DAG, deci nu se poate sorta topologic
 - c, d, b, c, a
 - a, c, b, d, e
 - nici un raspuns nu este corect
 - a, e, b, d, b
-

Fie graful de mai jos. Sa se sorteze topologic acest graf (daca este posibil).

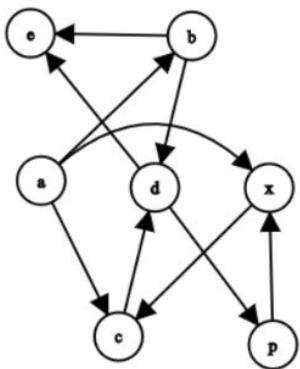


b) nici un răspuns nu este corect

Select one:

- a, b, d, c, e, f, g, h
- nici un raspuns nu este corect
- a, c, e, h, b, d, f, g
- a, c, b, d, f, g, e, h
- graful dat nu e DAG, deci nu se poate sorta topologic

Fie graful de mai jos. Sa se sorteze topologic acest graf (daca este posibil).



c) nici un răspuns nu este corect

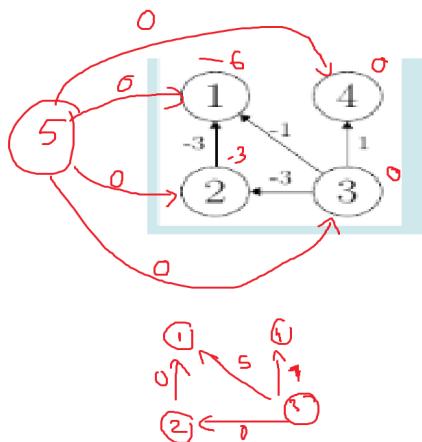
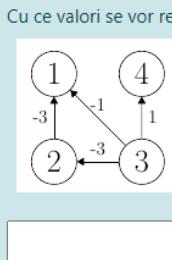
Select one:

- a, x, c, d, p, b, e
- graful dat nu e DAG, deci nu se poate sorta topologic
- nici un raspuns nu este corect
- a, x, d, c, p, b, e
- a, b, c, d, p, x, e

Reponderare

$$w'(u, v) = w(u, v) + h(u) - h(v)$$

Cu ce valori se vor repondera muchiile grafului de mai jos dacă se vrea determinarea drumului de cost minim între toate perechile de varfuri?



$$(u, v) \in E$$

$$w'(u, v) = w(u, v) + h(u) - h(v)$$

$$w'(2, 1) = -3 + (-3) + 6 = 0$$

$$w'(3, 2) = -3 + 0 + 3 = 0$$

$$w'(3, 1) = -1 + 0 + 6 = 5$$

$$w'(2, 4) = 1 + 0 - 0 = 1$$

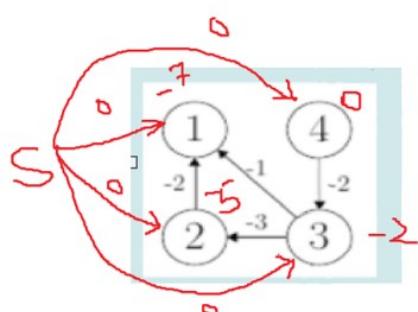
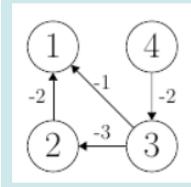
$$w'(2, 1) = -3 + (-3) + 6 = 0$$

$$w'(3, 2) = -3 + 0 + 3 = 0$$

$$w'(3, 1) = -1 + 0 + 6 = 5$$

$$w'(3, 4) = 1 + 0 + 0 = 1$$

Cu ce valori se vor repondera muchiile grafului de mai jos dacă se vrea determinarea drumului de cost minim între toate perechile de varfuri?



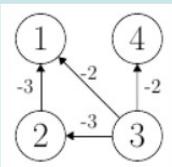
$$w'(2, 1) = -2 + (-5) + 7 = 0$$

$$w'(3, 2) = -3 + (-2) + 5 = 0$$

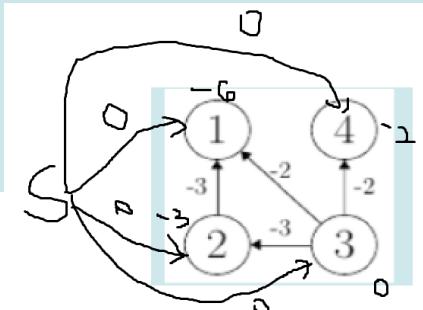
$$w'(3, 1) = -1 + (-2) + 7 = 4$$

$$w'(4, 3) = -2 + 0 + 2 = 0$$

Cu ce valori se vor repondera muchiile grafului de mai jos dacă se vrea determinarea drumului de cost minim între toate perechile de varfuri?



$$w'(2, 1) = -3 + (-3) + 6 = 0$$



$w'(3, 2) = -3 + 0 + 3 = 0$

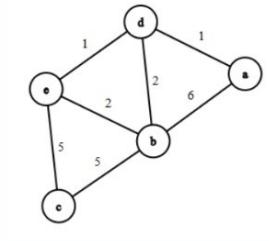
$w'(3, 1) = -2 + 0 + 6 = 4$

$w'(3, 4) = -2 + 0 + 2 = 0$

Dijkstra fără pași

Care sunt valorile atributelor d și π dacă este rulat algoritmul lui Dijkstra pe următorul graf. Luati ca și sursa vârful a(sau vârful 1).

Care sunt valorile atributelor d și π dacă este rulat algoritmul lui Dijkstra pe următorul graf. Luati ca și sursa vârful a (sau vârful 1).

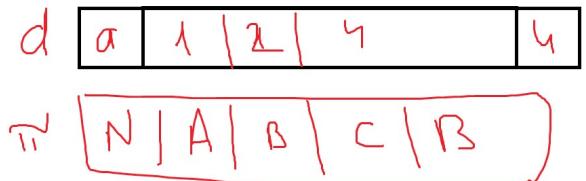
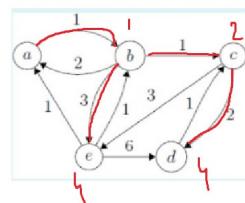
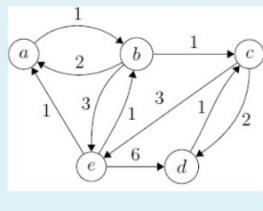


Select one:

- $d = [1, 3, 8, 1, 2]$, $\pi = [\text{nil}, d, e, a, d]$
- $d = [0, 3, 5, 2, 3]$, $\pi = [\text{nil}, d, b, c, d]$
- $d = [0, 4, 7, 2, 1]$, $\pi = [\text{nil}, a, d, a, d]$
- $d = [0, 4, 8, 2, 1]$, $\pi = [\text{nil}, d, a, e, d]$
- $d = [0, 3, 7, 1, 2]$, $\pi = [\text{nil}, d, e, a, d]$

e) $d = [0, 3, 7, 1, 2]$,
 $\pi = [\text{nil}, d, e, a, d]$

Care sunt valorile atributelor d și π dacă este rulat algoritmul lui Dijkstra pe următorul graf. Luati ca și sursa vârful a (sau vârful 1).



Select one:

- $d = [0, 2, 2, 4, 3]$, $\pi = [\text{nil}, a, d, c, b]$
- $d = [0, 1, 2, 2, 3]$, $\pi = [\text{nil}, a, c, c, b]$
- $d = [0, 1, 2, 4, 3]$, $\pi = [\text{nil}, a, d, c, b]$
- $d = [0, 1, 1, 2, 3]$, $\pi = [\text{nil}, a, b, c, b]$
- $d = [0, 1, 1, 3, 2]$, $\pi = [\text{nil}, a, b, b, c]$

$d = [0, 1, 2, 4, 4]$,
 $\pi = [\text{nil}, a, b, c, b]$

Drum critic

Tabelul de mai jos prezintă sarcinile unui proiect, timpii de execuție pentru fiecare sarcină și dependența între sarcini. Care este drumul critic în proiect?

Tabelul de mai jos prezintă sarcinile unui proiect, timpii de execuție pentru fiecare sarcină și dependențele între sarcini. Care este drumul critic în proiect?

sarcina	durata	dependențe
A	5	-
B	2	-
C	4	A, B
D	3	-
E	6	F
F	5	C, D
G	4	F
H	3	G

Select one:

- B→C→F→E
- D→F→E
- D→F→G→H
- A→C→F→G→H

d) A → C → F → G → H

Tabelul de mai jos prezintă sarcinile unui proiect, timpii de execuție pentru fiecare sarcină și dependențele între sarcini. Care este drumul critic în proiect?

sarcina	durata	dependențe
A	5	D
B	4	D, E, F
C	1	A
D	3	-
E	1	-
F	4	-
G	3	F
H	2	B, G
I	0	A, C, H

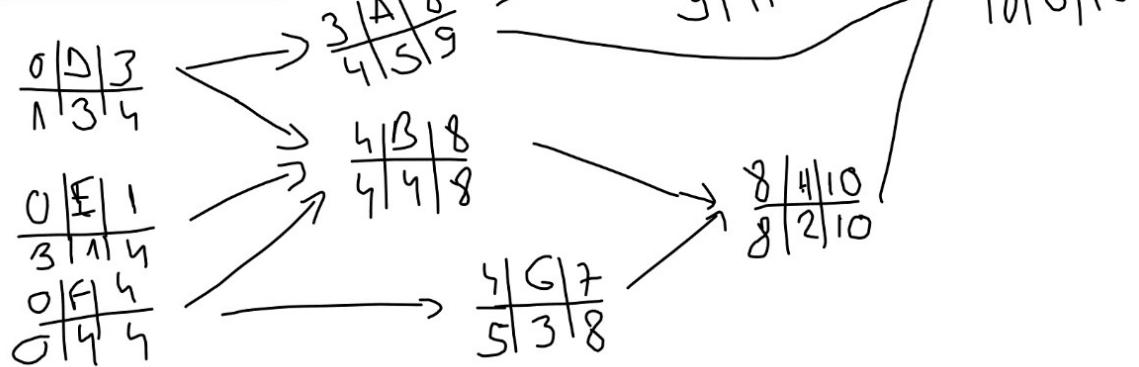
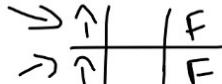
b) F → B → H → I

Select one:

- F→G→H→I
- F→B→H→I
- D→A→C→I
- D→A→I

sarcina	durata	dependențe
A	5	D
B	4	D, E, F
C	1	A
D	3	-
E	1	-
F	4	-
G	3	F
H	2	B, G
I	0	A, C, H

cel mai devreme



Tabelul de mai jos prezintă sarcinile unui proiect, timpii de execuție pentru fiecare sarcină și dependențele între sarcini. Care este drumul critic în proiect?

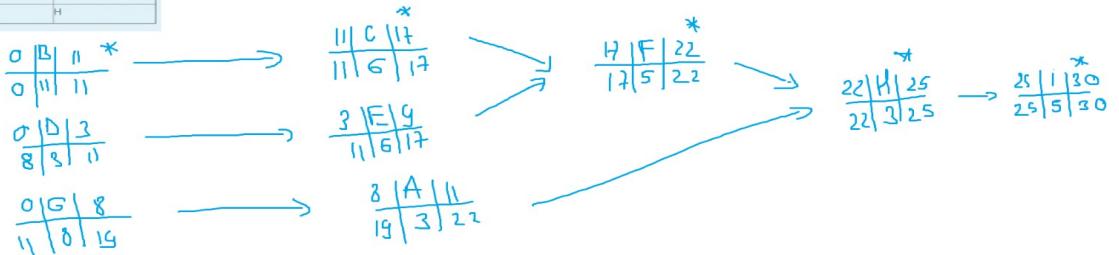
sarcina	durata	dependențe
A	3	G
B	11	-
C	6	B
D	3	-
E	6	D
F	5	E, C
G	8	-
H	3	F, A
I	5	H

Select one:

- G→A→H→I
- B→C→F→H→I
- D→E→F→H→I
- B→C→D→E→F→G→A→H→I

b) B → C → F → H → I

B → C → F → H → I



Tabelul de mai jos prezintă sarcinile unui proiect, timpii de execuție pentru fiecare sarcină și dependențele între sarcini. Care este drumul critic în proiect?

sarcina	durata	dependențe
A	0	-
B	4	A
C	2	B
D	6	B
E	5	D
F	3	D
G	4	C, E
H	6	C, E, G
I	0	F, H

Select one:

- A→B→C→D→E→G→H→F→I
- A→B→C→H→I
- A→B→C→G→H→I
- Nici un răspuns nu este corect
- A→B→D→E→H→I

e) A → B → D → E → H → I

Tabelul de mai jos prezintă sarcinile unui proiect, timpii de execuție pentru fiecare sarcină și dependențele între sarcini. Care este drumul critic în proiect?

sarcina	durata	dependențe
A	5	-
B	7	E
C	2	F
D	1	B, C
E	3	A, G
F	6	A
G	2	-

Select one:

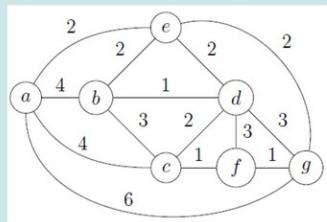
- A→F→C→G→E→B→D
- A→F→C→D
- A→E→B→D
- Nici un răspuns nu este corect
- G→E→B→D

c) A → E → B → D

Dijkstra

Fie graful $G = (V, E)$ de mai jos. Dați valoarea atributelor d, π pentru fiecare vârf și elementele setului S pentru pașii 1, 2 și pasul final dacă se rulează algoritmul Dijkstra pe graful G . Luați ca sursă vârful f .

Fie graful $G = (V, E)$ de mai jos. Dați valoarea atributelor d, π pentru fiecare vârf și elementele setului S pentru pașii 1, 2 și pasul final dacă se rulează algoritmul lui Dijkstra pe graful G . Luați ca sursă vârful f .



Initializare

$S = \text{mulțimea vida}$

$\text{nod} = [a, b, c, d, e, f, g]$

$d = [\text{inf}, \text{inf}, \text{inf}, \text{inf}, \text{inf}, 0, \text{inf}]$

$\pi = [\text{nil}, \text{nil}, \text{nil}, \text{nil}, \text{nil}, \text{nil}, \text{nil}]$

Pasul I

$S = \{f\}$

$\text{nod} = [a, b, c, d, e, f, g]$

$d = [\text{inf}, \text{inf}, 1, 3, \text{inf}, 0, 1]$

pi = [nil, nil, f, f, nil, nil, f]

Pasul II

S = {f, c}

nod = [a, b, c, d, e, f, g]

d = [5, 4, 1, 3, inf, 0, 1]

pi = [c, c, f, f, nil, nil, f]

Pasul final

S = V

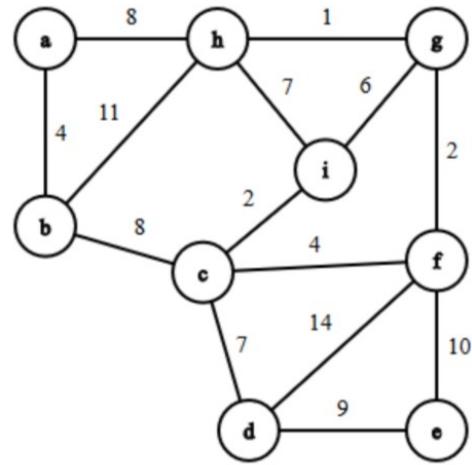
nod = [a, b, c, d, e, f, g]

d = [5, 4, 1, 3, 3, 0, 1]

pi = [c, c, f, f, g, nil, f]

Fie graful $G = (V, E)$ de mai jos. Dați valoarea atributelor d , π pentru fiecare vârf și elementele setului S pentru pașii 1, 2 și pasul final dacă se ruleaza algoritmul Dijkstra pe graful G . Luați ca sursă vârful g .

Fie graful $G = (V, E)$ de mai jos. Dați valoarea atributelor d , π pentru fiecare vârf și elementele setului S pentru pașii 1, 2 și pasul final dacă se rulează algoritmul lui Dijkstra pe graful G . Luați ca sursă vârful g .



Initializare

$S = \text{mulțimea vida}$

$\text{nod} = [\text{a}, \text{b}, \text{c}, \text{d}, \text{e}, \text{f}, \text{g}, \text{h}, \text{i}]$

$d = [\text{inf}, \text{inf}, \text{inf}, \text{inf}, \text{inf}, \text{inf}, 0, \text{inf}, \text{inf}]$

$\pi = [\text{nil}, \text{nil}, \text{nil}, \text{nil}, \text{nil}, \text{nil}, \text{nil}, \text{nil}, \text{nil}]$

Pasul I

$S = \{g\}$

$\text{nod} = [\text{a}, \text{b}, \text{c}, \text{d}, \text{e}, \text{f}, \text{g}, \text{h}, \text{i}]$

$d = [\text{inf}, \text{inf}, \text{inf}, \text{inf}, \text{inf}, 2, 0, 1, 6]$

$\pi = [\text{nil}, \text{nil}, \text{nil}, \text{nil}, \text{nil}, \text{g}, \text{nil}, \text{g}, \text{g}]$

Pasul II

$S = \{g, h\}$

$\text{nod} = [\text{a}, \text{b}, \text{c}, \text{d}, \text{e}, \text{f}, \text{g}, \text{h}, \text{i}]$

$d = [9, 12, \text{inf}, \text{inf}, \text{inf}, 2, 0, 1, 6]$

$\pi = [\text{h}, \text{h}, \text{nil}, \text{nil}, \text{nil}, \text{g}, \text{nil}, \text{g}, \text{g}]$

Pasul final

$S = V$

$\text{nod} = [\text{a}, \text{b}, \text{c}, \text{d}, \text{e}, \text{f}, \text{g}, \text{h}, \text{i}]$

$d = [9, 12, 6, 13, 12, 2, 0, 1, 6]$

$\pi = [\text{h}, \text{h}, \text{f}, \text{c}, \text{f}, \text{g}, \text{nil}, \text{g}, \text{g}]$

Polinoame cromatice

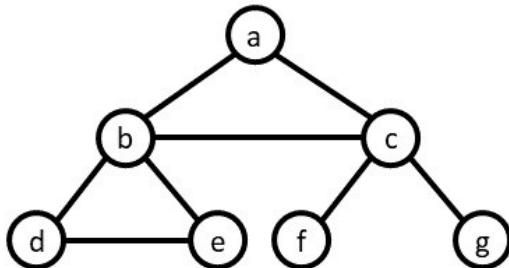
Deduceți polinomul cromatic și determinați numărul cromatic al următorului graf G. În câte feluri poate fi colorat graful cu $\chi(G)$ culori?

Scrieți răspunsurile în căsuța text de mai jos.

Pentru reprezentarea polinomului se vor folosi următoarele convenții:

- „*” pentru înmulțire;
- „^” pentru ridicare la putere.

De exemplu, polinomul $3x^{y+2} + x(x^2 + 7)$ va fi reprezentat ca $3*x^y * (x^2 + 7)$.



Polinomul cromatic : $P(x) = x^7 - 8*x^6 + 26*x^5 - 44*x^4 + 41*x^3 - 20*x^2 + 4*x$.

Numarul de culori: 3.

Poate fi colorat in 48 de feluri.

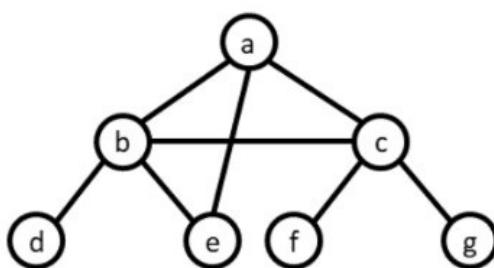
Deduceți polinomul cromatic și determinați numărul cromatic al următorului graf G. În câte feluri poate fi colorat graful cu $\chi(G)$ culori?

Scrieți răspunsurile în căsuța text de mai jos.

Pentru reprezentarea polinomului se vor folosi următoarele convenții:

- „*” pentru înmulțire;
- „^” pentru ridicare la putere.

De exemplu, polinomul $3x^{y+2} + x(x^2 + 7)$ va fi reprezentat ca $3*x^y * (x^2 + 7)$.



Polinomul cromatic : $P(x) = x^7 - 8*x^6 + 26*x^5 - 44*x^4 + 41*x^3 - 20*x^2 + 4*x$.

Numarul de culori: 3.

Poate fi colorat in 48 de feluri.

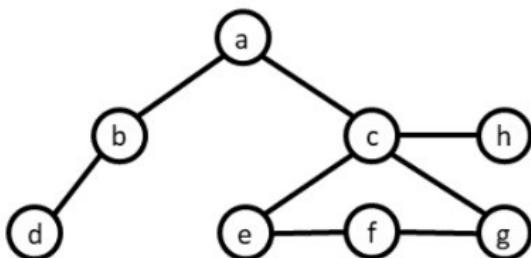
Deduceți polinomul cromatic și determinați numărul cromatic al următorului graf G. În câte feluri poate fi colorat graful cu $\chi(G)$ culori?

Scrieți răspunsurile în căsuța text de mai jos.

Pentru reprezentarea polinomului se vor folosi următoarele convenții:

- „*” pentru înmulțire;
- „^” pentru ridicare la putere.

De exemplu, polinomul $3x^{y+2} + x(x^2 + 7)$ va fi reprezentat ca $3*x^(y+2) + x * (x^2 + 7)$.



Polinomul cromatic : $P(x) = x^8 - 8*x^7 + 28*x^6 - 55*x^5 + 65*x^4 - 46*x^3 + 18*x^2 - 3*x$.

Numarul de culori: 2.

Poate fi colorat in 2 de feluri.

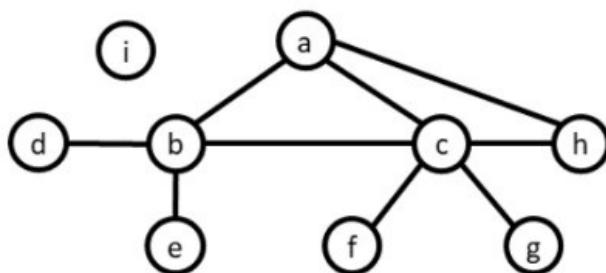
Deduceți polinomul cromatic și determinați numărul cromatic al următorului graf G. În câte feluri poate fi colorat graful cu $\chi(G)$ culori?

Scrieți răspunsurile în căsuța text de mai jos.

Pentru reprezentarea polinomului se vor folosi următoarele convenții:

- „*” pentru înmulțire;
- „^” pentru ridicare la putere.

De exemplu, polinomul $3x^{y+2} + x(x^2 + 7)$ va fi reprezentat ca $3*x^(y+2) + x * (x^2 + 7)$.



Polinomul cromatic : $P(x) = x^9 - 9*x^8 + 34*x^7 - 70*x^6 + 85*x^5 - 61*x^4 + 24*x^3 - 4*x^2$.

Numarul de culori: 3.

Poate fi colorat in 288 de feluri.

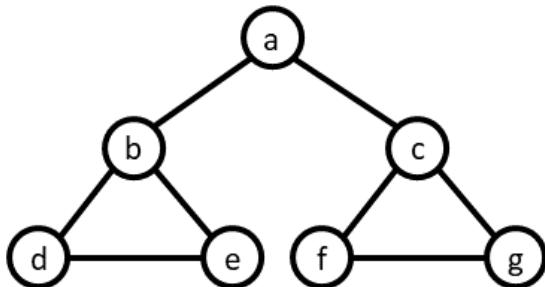
Deducreți polinomul cromatic și determinați numărul cromatic al următorului graf G. În câte feluri poate fi colorat graful cu $\chi(G)$ culori?

Scrieți răspunsurile în căsuța text de mai jos.

Pentru reprezentarea polinomului se vor folosi următoarele convenții:

- „*” pentru înmulțire;
- „^” pentru ridicare la putere.

De exemplu, polinomul $3x^{y+2} + x(x^2 + 7)$ va fi reprezentat ca $3*x^(y+2) + x * (x^2 + 7)$.



Polinomul cromatic : $P(x) = x^7 - 8*x^6 + 26*x^5 - 44*x^4 + 41*x^3 - 20*x^2 + 4*x$.

Numarul de culori: 3.

Poate fi colorat in 48 de feluri.

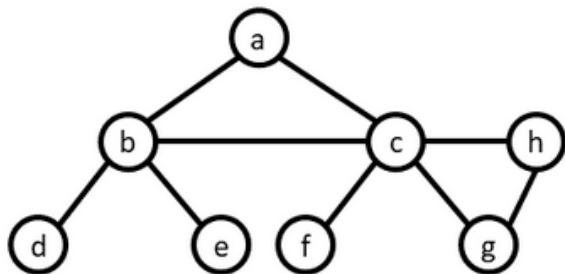
Deducreți polinomul cromatic și determinați numărul cromatic al următorului graf G. În câte feluri poate fi colorat graful cu $\chi(G)$ culori?

Scrieți răspunsurile în căsuța text de mai jos.

Pentru reprezentarea polinomului se vor folosi următoarele convenții:

- „*” pentru înmulțire;
- „^” pentru ridicare la putere.

De exemplu, polinomul $3x^{y+2} + x(x^2 + 7)$ va fi reprezentat ca $3*x^(y+2) + x * (x^2 + 7)$.



Polinomul cromatic : $P(x) = x^8 - 9*x^7 + 34*x^6 - 70*x^5 + 85*x^4 - 61*x^3 + 24*x^2 - 4*x$

Numarul de culori: 3.

Poate fi colorat in 96 de feluri.

Demonstratii

Fie $G = (V, E)$ un graf simplu și neorientat. Să se demonstreze că orice graf G de minim 5 vârfuri, sau complementarul lui G , conține un ciclu.

Fie $G = (V, E)$ un graf simplu și neorientat. Să se demonstreze că orice graf G de minim 5 vârfuri, sau complementarul lui G , conține un ciclu.

Demonstrație:

Pentru orice graf conex $G = (V, E)$ are loc urmatoarea:

$$|E| \geq |V| - 1.$$

Fie $G = (V, E)$. $|V| = n$, $|E| = m$. Complementarul sau $G' = (V, E')$ și $E' = n(n-1)/2 - m$.

Presupunem G aciclic și G' aciclic.

G aciclic \Rightarrow este arbore sau padure de arbori \Rightarrow are maxim $n-1$ muchii $\Rightarrow m \leq n-1$ (1)

G' aciclic \Rightarrow este arbore sau padure de arbori \Rightarrow are maxim $n-1$ muchii $\Rightarrow n(n-1)/2 - m \leq n-1$ (2)

Din (1) + (2) $\Rightarrow n(n-1)/2 \leq 2n-2 \Rightarrow n(n-1) \leq 4(n-1) \Rightarrow n \leq 4 \Rightarrow$ deci pentru $n \geq 5$ fie G aciclic fie G' aciclic.

(2.5p) Consider a directed acyclic graph and a fixed start vertex s .

Give a formula that gives, for a vertex x , the cost $d[x]$ of the minimum cost walk from s to x , as a function of $d[y]$ for all inbound neighbors y of x .

$$d[x] = \min(d[y] + \text{cost}(y,x), d[x])$$

Fie $G = (V, E)$ un graf simplu și neorientat. G are $3k \geq 6$ vârfuri, gradul vârfurilor este $1, 2, 3, 1, 2, 3, \dots, 1, 2, 3$. Să se demonstreze că G are un ciclu.

Fie $G = (V, E)$ un graf simplu și neorientat. G are $3k \geq 6$ vârfuri, gradul vârfurilor este $1, 2, 3, 1, 2, 3, \dots, 1, 2, 3$. Să se demonstreze că G are un ciclu.

Demonstrație:

Fie $G = (V, E)$, $|V| = n$ și $|E| = m$, $n = 3k$ unde $k \geq 2$.

Notam $d(v)$ gradul varfului, orice v din V .

$$d(v_1) + d(v_2) + d(v_3) + \dots + d(v_n) = 2*m$$

$$(1+2+3) + (1+2+3) + \dots + (1+2+3) = 2 * m \Leftrightarrow 6k = 2 * m \Leftrightarrow m = 3k$$

Fie G – conex

Presupunem G aciclic $\Rightarrow G$ arbore $\Rightarrow m = n-1 \Rightarrow 3k = 3k-1 \Rightarrow 0 = -1$ contradicție $\Rightarrow G$ are ciclu și e conex. (1)

Fie G neconex

Presupunem G aciclic $\Rightarrow G$ padure de arbori $\Rightarrow m < n-1 \Rightarrow 3k < 3k-1 \Rightarrow 0 < -1 \Rightarrow G$ are ciclu și nu e conex. (2)

Din (1) și (2) $\Rightarrow G$ conține ciclu.

Fie $G = (V, E)$ un graf simplu și neorientat. Sunt echivalente următoarele afirmații? Demonstrați.

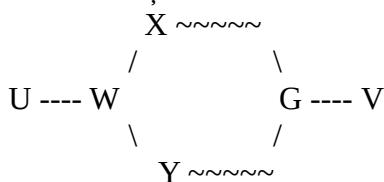
- G este un arbore.
- Oricare două vârfuri din G sunt conectate de un lanț simplu.

Fie $G = (V, E)$ un graf simplu și neorientat. Sunt echivalente următoarele afirmații? Demonstrați.

G este un arbore. (1)

Oricare două vârfuri din G sunt conectate de un lanț simplu. (2)

Demonstrație:



Am notat $\sim\sim\sim$ cu drum de la X la G și restul liniilor sunt muchii.

(1) \Rightarrow (2): Deoarece un arbore este conex, oricare două varfuri din G sunt conectate prin cel puțin un drum elementar. Fie u și v două varfuri care sunt conectate prin două drumuri distincte p_1 și p_2 , după cum este prezentat în desenul de mai sus. Fie w varful unde drumurile se despart pentru prima dată. Cu alte cuvinte, w este primul varf, atât din p_1 cât și din p_2 al căruia succesor în p_1 este x și al căruia succesor din p_2 este y cu $x \neq y$. Fie z primul varf unde drumurile se întâlnesc, adică z este primul varf de după w din p_1 care se află de asemenea și p_2 . Fie p' subdrumul din p_1 de la w la z și care trece prin x , și fie p'' drumul din p_2 de la w la z și care trece prin y . Drumurile p' și p'' nu au nici un varf în comun cu excepția varfurilor lor terminale. Astfel, drumul obținut, alăturând lui p' inversul lui p'' , este un ciclu. Aceasta este o contradicție și deci, dacă G este un arbore, nu poate exista decat cel mult un drum elementar între două varfuri.

(2) \Rightarrow (1): Fie $G = (V, E)$ un graf oarecare unde oricare două vârfuri din G sunt conectate de un lanț simplu. \Rightarrow graful nu are cicluri pentru că, dacă ar avea, ar exista mai mult de un singur drum de la U la V . \Rightarrow avem un graf cu $|V| - 1$ muchii, acesta fiind conex \Rightarrow avem un arbore.

Fie un graf ponderat și orientat $G = (V, E)$ care nu conține un circuit negativ, fie m numărul maxim de arce din drumul minim (drum minim determinat pe baza ponderelor și nu a numărului de arce din drum).

Sugerați o modificare a algoritmului Bellman-Ford astfel încât acesta să se opreasă după $(m + 1)$ iterări ale buclei *while*, chiar dacă m nu este cunoscut în avans.

Fie un graf ponderat și orientat $G = (V, E)$ care nu conține un circuit negativ, fie m numărul maxim de arce din drumul minim (drum minim determinat pe baza și nu a numărului de arce din drum).

Sugerați o modificare a algoritmului Bellman-Ford astfel încât acesta să se opreasă după $(m+1)$ iterări ale buclei *while*, chiar dacă m nu este cunoscut în avans.

Demonstrație:

Se cunoaște faptul că după iterarea i a algoritmului Bellman-Ford distanța de la nodul sursă la orice nod are valoarea ponderilor drumurilor de cel mult i arce. Atunci, dacă stim că există un număr maxim de arce din drumul minim, la i iterare dacă nu s-a aplicat procedura de relaxare, putem ieși din bucla *while*. Asadar, modificarea propusă este verificarea apelarii procedurii de relaxare după i -a iterare, iar în cazul în care nu a fost apelată, ieșirea din bucla *while*.

Matricea de incidență a unui graf orientat $G = (V, E)$ fără bucle este o matrice $|V| \times |E|$, unde $B = (b_{ij})$ astfel încât

$$b_{ij} = \begin{cases} -1, & \text{arcul } j \text{ pleacă din } i \\ 1, & \text{arcul } j \text{ intră în vârful } i \\ 0, & \text{în rest.} \end{cases}$$

Ce reprezintă elementele matricii $B \cdot B^T$ (B^T este transpusa matricii B)?

Matricea de incidență a unui graf orientat...

Demonstrație:

Presupunem o matrice B de $m \times n$ și o matrice $B(T)$ de $n \times m$, unde $B(T)$ este transpusa lui B . Dacă le inmultim, rezulta o matrice A de $n \times n$. Prin încercări, se observă faptul că elementele a_{ij} reprezintă numărul de drumuri de la i la j .

Câte drumuri de lungime doi există în graful $K_{11,12}$?

Câte drumuri de lungime doi există în graful $K_{11,12}$?

Pentru $K_{n,m}$ avem $n \cdot m(n+m) \Rightarrow 11 \cdot 12(11+12) = 11 \cdot 12 \cdot 23 = 3036$.

Câte drumuri de lungime doi există în graful $K_{11,18}$?

Pentru $K_{n,m}$ avem $n \cdot m(n+m) \Rightarrow 11 \cdot 18(11+18) = 11 \cdot 18 \cdot 29 = 5742$.

Sunt echivalente următoarele afirmații pentru un arbore? Demonstrați.

- Oricare două vârfuri din G sunt conectate de un lanț simplu.
- G este conex, dacă se sterge o muchie din E graful rezultat va conține două componente.

Arbore:

Oricare două varfuri din G sunt conectate de un lant simplu.(1)

G este conex, dacă se sterge o muchie din E , graful rezultat va conține două componente.(2)

Demonstrație:

(1) \Rightarrow (2): Dacă oricare două varfuri din G sunt conectate printr-un drum elementar, atunci G este conex. Fie (u, v) o muchie oarecare din E . Aceasta muchie este un drum de la u la v , și, deci, trebuie să fie drumul unic dintre u și v . Dacă eliminăm muchia (u, v) din G , nu mai există nici un drum între u și v , astfel, eliminarea ei face ca G să nu mai fie conex.

(2) \Rightarrow (1):

Din (2) $\Rightarrow G$ este un graf conex cu $n-1$ muchii. $\Rightarrow G$ este un graf aciclic. \Rightarrow oricare două varfuri din G sunt conectate de un lant unic.

Sunt echivalente următoarele afirmații pentru un arbore? Demonstrați.

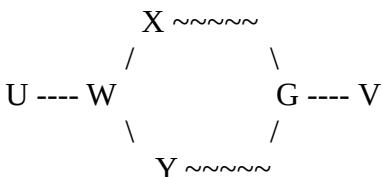
- G este conex, dacă se șterge o muchie din E , graful rezultat va conține două componente.
- G este fără cicluri și are $n - 1$ muchii.

Arborei.

G este conex, daca se sterge o muchie din E , graful rezultat va contine doua componente.(1)

G este fara cicluri si are $n-1$ muchii.(2)

Demonstratie:



Am notat $\sim\sim\sim$ cu drum de la X la G si restul liniilor sunt muchii.

G este un arbore \Rightarrow exista un drum unic intre oricare doua varfuri din V : Deoarece un arbore este conex, oricare doua varfuri din G sunt conectate prin cel putin un drum elementar. Fie u si v doua varfuri care sunt conectate prin doua drumuri distincte p_1 si p_2 , dupa cum este prezentat in desenul de mai sus. Fie w varful unde drumurile se despart pentru prima data. Cu alte cuvinte, w este primul varf, atat din p_1 cat si din p_2 al carui succesor in p_1 este x si al carui succesor din p_2 este y cu $x \neq y$. Fie z primul varf unde drumurile se reîntâlnesc, a dica z este primul varf de dupa w din p_1 care se afla de asemenea si p_2 . Fie p' subdrumul din p_1 de la w la z si care trece prin x , si fie p'' drumul din p_2 de la w la z si care trece prin y . Drumurile p' si p'' nu au nici un varf in comun cu exceptia varfurilor lor terminale. Astfel, drumul obtinut, alaturand lui p' inversul lui p'' , este un ciclu. Aceasta este o contradictie si deci, daca G este un arbore, nu poate exista decat cel mult un drum elementar intre doua varfuri.

Din faptul ca exista un drum unic intre oricare doua varfuri \Rightarrow fie $G = (V, E)$, avem un drum de la u la v . Daca suprimam o muchie din drumul $u \sim v \Rightarrow$ nu se mai poate ajunge de la u la v , adica se imparte graful in doua componente conexe, una care il contine pe u si cealalta care il contine pe v . \Rightarrow (1)
Pentru ca exista un drum unic intre oricare doua varfuri \Rightarrow un graf cu maxim $n-1$ muchii. Pentru ca este un graf conex \Rightarrow avem un arbore care este aciclic. \Rightarrow (2)

Pentru un graf planar $\delta(G) \leq 5$? Demonstrați.

Graf planar.

Demonstratie:

Notam cu $S(G)$ gradul minim al grafului G .

Presupunem că $G = (V, E)$ este planar.

Dacă $n \leq 6$, orice varf are gradul mai mic sau egal cu 5 $\Rightarrow S(G) \leq 5$.

Dacă $n > 6$, notam cu D suma gradelor varfurilor din graful G . Rezultă următoarele: $D = 2m \leq 2(3n - 6) = 6n - 12$.

Dacă $S(G) \geq 6$, atunci $D \geq 6n \Rightarrow$ contradicție.

Deci $S(G) \leq 5$ are loc.

Este $K_{3,3}$ un graf planar? Demonstrați.

Graf planar K3,3.

Demonstratie:

$K_{3,3}$ are $n = 6$ și $m = 9$, dacă ar fi planar ar avea $r = m - n + 2 = 5$ regiuni R_i ($1 \leq i \leq 5$), fie C suma gradelor de marginire a regiunilor $R_1 \dots R_5$.

Orice muchie mărginește două regiuni $\Rightarrow C \leq 2m = 18$. $K_{3,3}$ este bipartit, nu conține K_3 ca subgraf (cel mai scurt ciclu în $K_{3,3}$ are lungimea 4), deci $b(R_i) \geq 4$ pentru orice valoare a lui i și prin urmare $C \geq 4 * 5 = 20 \Rightarrow$ contradicție, deci $K_{3,3}$ nu poate fi graf planar.

Fie $G = (V, E)$ graful constrângerilor (G nu conține circuite de pondere negativă). Cum se poate rezolva sistemul de constrângerile cu ajutorul algoritmului de drum minim Bellman-Ford fără a adăuga vârful suplimentar v_0 ? Trebuie modificat algoritmul Bellman-Ford?

(Soluția unui sistem de constrângerile poate fi găsită ca și drumul de pondere minimă din graful de constrângerile.)

Sistemul de constrângerile.

Demonstratie:

Notăm cu S drumul minim de la u la v .

Sistemul de constrângerile poate fi interpretat sub forma unui graf, pentru un sistem $Ax \leq b$ de constrângerile, matricea A de dimensiune $m \times n$ poate fi văzută ca transpusa unei matrici de incidentă a unui graf cu n vârfuri și m arce. Fiecare vârf din graf corespunde unei variabile x . Fiecare arc (i, j) din E corespunde unei inegalități.

Fie un sistem $Ax \leq b$ de constrângerile, graful corespunzător acestui sistem este un graf ponderat și orientat $G = (V, E)$ unde V este multimea varfurilor și $E = \{(v_i, v_j) \mid x_j - x_i \leq b\}$ este o constrângere reunite cu muchiile din v_0 în toate varfurile.

Fie un sistem $Ax \leq b$ de constrângerile și $G = (V, E)$ graful constrângerilor. Dacă G nu conține circuite de pondere negativă, atunci $x = (S(v_0, v_1), S(v_0, v_2), \dots, S(v_0, v_n))$ este o soluție fezabilă pentru sistem. Dacă graful G conține un circuit negativ, sistemul nu are soluție.

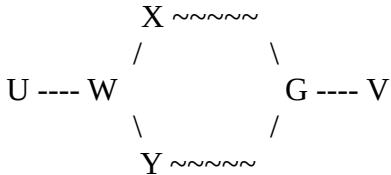
Rezolvarea sistemului se face prin căutarea unui drum minim de la varful v_0 la toate varfurile cu ajutorul algoritmului lui Bellman-Ford aplicat pe graful de constrângerile format după regulile de mai sus.

Proprietatiile arborilor liberi.

Fie $G = (V, E)$ un graf neorientat, urmatoarele afirmatii sunt adevarate:

1. G este un arbore liber.
2. Oricare 2 varfuri din G sunt conectate printr-un drum elementar unic.
3. G este conex, dar, daca eliminam o muchie oarecare din E , graful obtinut nu mai este conex.
4. G este conex si $|E| = |V| - 1$.
5. G este aciclic si $|E| = |V| - 1$.
6. G este aciclic, dar, daca adaugam o muchie oarecare in $|E|$, graful obtinut contine un ciclu.

Demonstratie:



Am notat $\sim\sim\sim$ cu drum de la X la G si restul liniilor sunt muchii.

(1) \Rightarrow (2): Deoarece un arbore este conex, oricare doua varfuri din G sunt conectate prin cel putin un drum elementar. Fie u si v doua varfuri care sunt conectate prin doua drumuri distincte p_1 si p_2 , dupa cum este prezentat in desenul de mai sus. Fie w varful unde drumurile se despart pentru prima data. Cu alte cuvinte, w este primul varf, atat din p_1 cat si din p_2 al carui succesor in p_1 este x si al carui succesor din p_2 este y cu $x \neq y$. Fie z primul varf unde drumurile se reintalnesc, a dica z este primul varf de dupa w din p_1 care se afla de asemenea si p_2 . Fie p' subdrumul din p_1 de la w la z si care trece prin x , si fie p'' durmul din p_2 de la w la z si care trece prin y . Drumurile p' si p'' nu au nici un varf in comun cu exceptia varfurilor lor terminale. Astfel, drumul obtinut, alaturand lui p' inversul lui p'' , este un ciclu. Aceasta este o contradictie si deci, daca G este un arbore, nu poate exista decat cel mult un drum elementar intre doua varfuri.

(2) \Rightarrow (3): Daca oricare doua varfuri din G sunt conectate printr-un drum elementar, atunci G este conex. Fie (u, v) o muchie oarecare din E . Aceasta muchie este un drum de la u la v , si, deci, trebuie sa fie drumul unic dintre u si v . Daca eliminam muchia (u, v) din G , nu mai exista nici un drum intre u si v si, astfel, eliminarea ei face ca G sa nu mai fie conex.

(3) \Rightarrow (4): Din ipoteza, graful G este conex si se stie $|E| \geq |V| - 1$. Vom demonstra relatia $|E| \leq |V| - 1$ prin inductie. Un Graf conex cu $n = 1$ sau $n = 2$ varfuri are $n-1$ muchii. Sa presupunem ca G are $n \geq 3$ varfuri si ca toate grafurile ce satisfac relatia (3) si au mai putin de n varfuri, satisfac, de asemenea, si relatia $|E| \leq |V| - 1$. Eliminand o muchie arbitrara din G , separam graful in $k \geq 2$ componente conexe. (De fapt k este exact 2). Fiecare componenta satisfac (3), deoarece, astfel, G nu ar satisfac relatia (3). Astfel, prin inductie, daca adunam numarul muchiilor din fiecare componeneta, obtinem cel mult $|V| - k \leq |V| - 2$.

Adunand muchia eliminata, obtinem $|E| \leq |V| - 1$.

(4) \Rightarrow (5): Sa presupunem ca G este conex si ca $|E| = |V| - 1$. Trebuie sa aratam ca G este aciclic. Sa presupunem ca G poseda un ciclu ce contine k varfuri v_1, v_2, \dots, v_k . Fie $G_k = (V_k, E_k)$ subgraful lui G format din ciclul respectiv. Observam ca $|V_k| = |E_k| = k$. Daca $k \leq |V|$ atunci trebuie sa existe un varf $v_{(k+1)}$ care sa apartina $V \setminus V_k$ care sa fie adjacent unui varf oarecare din v din G , din moment ce G este conex. Definim $G_{(k+1)} = (V_{(k+1)}, E_{(k+1)})$ ca fiind subgrafen al lui G avand $V_{k+1} = V_k + \{v_{(k+1)}\}$ si $E_{(k+1)} = E_k + \{e_{(k+1)}\}$. Observam ca $|V_{(k+1)}| = |E_{(k+1)}| = k + 1$. Daca $k+1 < n$ putem continua

definind $G(k+2)$ in aceiasi maniera, si asa mai departe, pana cand obtinem $G(n) = (V(n), E(n))$, unde $V(n) = V$ si $|E(n)| = |V(n)| = |V(n)|$. Deoarece $G(n)$ este un subgraf al lui G , avem $E(n)$ inclus in E si $|E| \geq |V|$, ceea ce contrazice presupunerea ca $|E| = |V| - 1$. Astfel, G este aciclic.

(5) \Rightarrow (6): Sa presupunem ca G este aciclic si ca $|E| = |V| - 1$. Fie k numarul componentelor conexe ale lui G . Fiecare componenta conexa este, prin definitie, un arbore liber si suma tuturor muchiilor din toate componentelete conexe ale lui G este $|V| - k$. Prin urmare trebuie sa avem $k = 1$ si G este de fapt un arbore si pentru ca avem intre oricare 2 varfuri din G un drum elementar unic \Rightarrow adaugarea oricarei muchii in G formeaza un ciclu.

(6) \Rightarrow (1): Sa presupunem ca G este aciclic, dar ca, daca adaugam o muchie arbitrara la E , creem un ciclu. Trebuie sa aratam ca G este conex. Fie u si v doua varfuri arbitrar din G . Daca u si v nu sunt deja adicanete, adaugand muchia (u, v) , cream un ciclu in care toare muchiile, cu exceptia muchiei (u, v) , aparțin lui G . Astfel, exista un drum de la u la v si, deoarece u si v sunt alese arbitrar, G este conex.