

Algoritmica grafurilor
 Examen colocviu
 Semestrul II, 2024-2025
 3/06/2025
 Timp de lucru: 70 minute

Nume: FLORE PAUL-MIHAELA

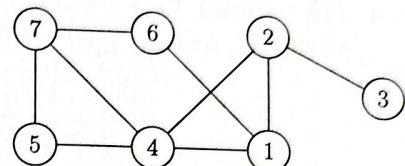
Grupa: 332

Specializare: mate-info

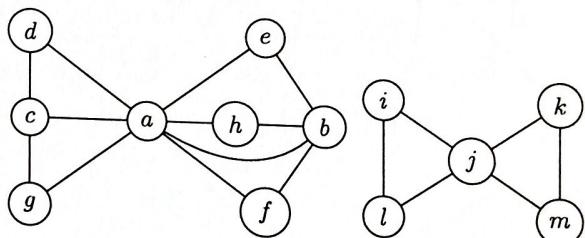
Notare (a nu se completa de studenți). Răspunsurile fără justificare (dacă se cere) nu vor fi notate.

Întrebare	1	2	3	4	5	6	7	8
Puncte	10	10	10	15	15	15	15	10
Punctaj								
Întrebare	9	10	11	12	13	14	15	Total
Puncte	10	15	15	15	15	10	20	200
Punctaj								

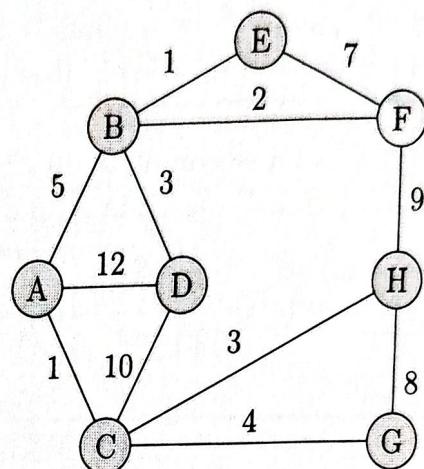
1. (10 puncte) Care sunt valorile atributelor d și π ce rezultă din rularea algoritmului BFS pe graful de mai jos, vârful 3 este vârful sursă (de pornire).



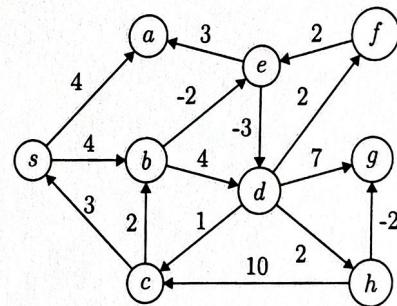
2. (10 puncte) Fie $G = (V, E)$, graful de mai jos. Care sunt valorile atributelor d și f ale vârfurilor grafului G dacă algoritmul DFS este rulat pe graf. Presupuneți că bucla *for* din procedura DFS prelucrează vârfurile în ordine alfabetică și listele de adiacență sunt ordonate alfabetic după eticheta vârfurilor. Dați și lista de adiacență a grafului.



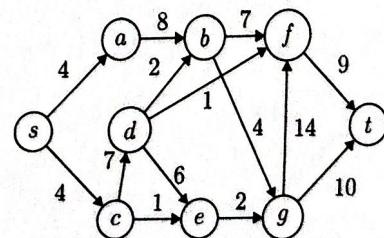
3. (10 puncte) Fie graful $G = (V, E)$ simplu și neorientat de mai jos. Trebuie adăugate muchii astfel încât ciclul eulerian să aibă lungimea minimă? Dacă da, care? Justificați.



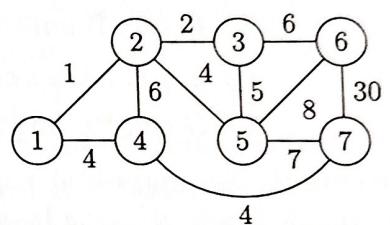
4. (15 puncte) Ce întoarce algoritmul Bellman-Ford dacă este rulat pe următorul graf? Luați ca sursă vârful f . Arătați pașii efectuați de algoritm și valorile atributelor d și π . Explicați.



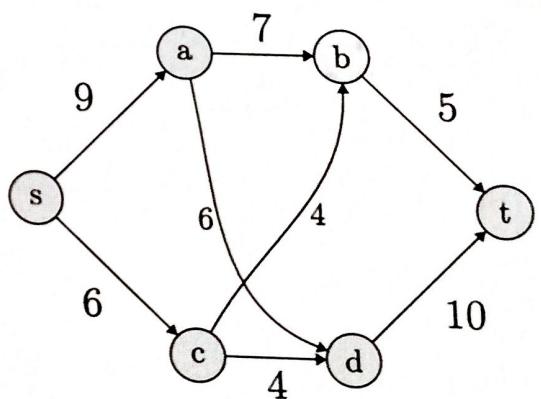
5. (15 puncte) Care sunt valorile atributelor $v.d$ și π dacă este rulat algoritmul lui Dijkstra pe următorul graf? Arătați cum se modifică S . Luați ca și sursă vârful c . Explicați.



6. (15 puncte) Care sunt valorile atributelor key și π dacă este rulat algoritmul lui Prim pe următorul graf? Luați ca și sursă vârful 1. Explicați.



7. (15 puncte) Determinați fluxul maxim în rețeaua de transport G de mai jos. Explicați.

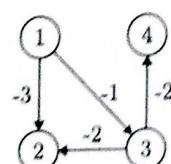


8. (10 puncte) Desenați un graf pentru care algoritmul lui Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în cel mai rău caz în maxim 35 de pași.
9. (10 puncte) Vârfurile unui graf neorientat $G = (V, E)$ sunt numerotate de la 1, 2, ..., 2222. Muchia (i, j) există dacă $|i - j| \leq 3$, unde $i \neq j$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate:
- G este Hamiltonian.
 - G conține un cuplaj perfect.
 - G conține un ciclu Eulerian.
10. (15 puncte) Matricea de incidență a unui graf orientat $G = (V, E)$ fără bucle este o matrice $|V| \times |E|$, unde $B = (b_{ij})$ astfel încât

$$b_{ij} = \begin{cases} -1, & \text{arcul } j \text{ pleacă din } i \\ 1, & \text{arcul } j \text{ intră în vârful } i \\ 0, & \text{în rest.} \end{cases}$$

Ce reprezintă elementele matricii $B \cdot B^T$ (B^T este transpusa matricii B)?

11. (15 puncte) Cu ce valori se vor respondera muchiile grafului de mai jos dacă se vrea determinarea drumului de cost minim între toate perechile de vârfuri cu algoritmul Johnson?



12. (15 puncte) Este adevărat că un cuplaj M al unui graf G este maxim dacă și numai dacă G nu conține M -lanțuri de creștere? Justificați.
13. (15 puncte) Fie $G = (V, E)$ graful constrângerilor (G nu conține circuite de pondere negativă). Cum se poate rezolva sistemul de constrângerile cu ajutorul algoritmului de drum minim Bellman-Ford fără a adăuga vîrful suplimentar v_0 ? Trebuie modificat algoritmul Bellman-Ford? (Soluția unui sistem de constrângerile poate fi găsită ca și drumul de pondere minimă din graful de constrângerile.)
14. (10 puncte) Fie $K_{5,2}$ un graf simplu și neorientat. Graful conține (bifați răspunsul/răspunsurile corect/corecte):
- un lanț Eulerian.
 - un cuplaj perfect.
 - un ciclu Eulerian.
 - un ciclu Hamiltonian.
 - nici un răspuns de mai sus.

15. (20 puncte) Fie graful $G = (V, E)$ bipartit și ponderat de mai jos și $M = \{(X_2, Y_2), (X_3, Y_1)\}$ un cuplaj inițiali. Găsiți cuplajul de pondere maximă pentru acest graf. Explicați pașii algoritmului și detaliați rezolvarea.

