

# Les Réseaux de Pétri

Mourad Daoudi

USTHB

Jeudi 25 Juin

# Sommaire

- 1 Introduction
- 2 Notations et règles de franchissement
  - Places, Transitions et Arcs
  - Marquages
  - Franchissement
  - Réseaux particuliers
- 3 Propriétés des réseaux de Petri
  - Graphe de Marquage Accessible (GMA)
  - Le vecteur d'occurrence et l'équation de changement d'état
  - Quelques propriétés qualitatives
    - Bornitude
    - Pseudo-vivacité
    - Quasi-vivacité
    - Vivacité
    - Réseau sans blocage
    - Etat d'accueil
    - Conservation
  - Types de réseaux de Petri
    - Réseaux de Petri généralisés
    - Réseaux de Petri à capacités
    - Graphe de marquage
  - Arborescence de couverture
    - Algorithme de construction d'un graphe de marquage

# Définition générale

## Rappel d'histoire

Les réseaux de Petri ont été inventés par le mathématicien allemand Carl Alain Petri dans les années 1960.

# Définitions

## Un réseau de pétri c'est quoi ?

- un graphe

## Remarques

# Définitions

## Un réseau de pétri c'est quoi ?

- un graphe
- formé de deux types de nœuds appelés places et transitions, reliés par des arcs orientés

## Remarques

# Définitions

## Un réseau de pétri c'est quoi ?

- un graphe
- formé de deux types de nœuds appelés places et transitions, reliés par des arcs orientés
- biparti, c.-à-d. qu'un arc relie alternativement une place à une transition et une transition à une place

## Remarques

# Définitions

## Un réseau de pétri c'est quoi ?

- un graphe
- formé de deux types de nœuds appelés places et transitions, reliés par des arcs orientés
- biparti, c.-à-d. qu'un arc relie alternativement une place à une transition et une transition à une place

## Remarques

- Une place ( $p_i$ ) modélise les ressources utilisées dans le système.

# Définitions

## Un réseau de pétri c'est quoi ?

- un graphe
- formé de deux types de nœuds appelés places et transitions, reliés par des arcs orientés
- biparti, c.-à-d. qu'un arc relie alternativement une place à une transition et une transition à une place

## Remarques

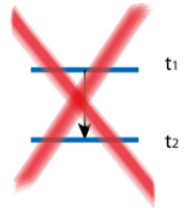
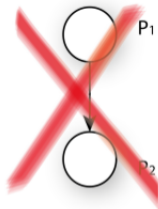
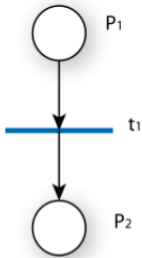
- Une place ( $p_i$ ) modélise les ressources utilisées dans le système.
- Une transition ( $t_i$ ) modélise les actions sur les ressources.



# Exemples

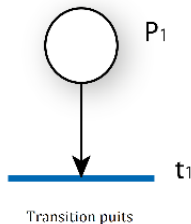
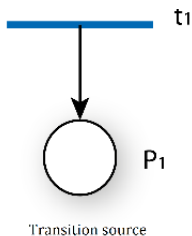
## Exemples

la place  $p_1$  est en entrée de la transition  $t_1$  et  $p_2$  est en sortie de  $t_1$



## Remarques

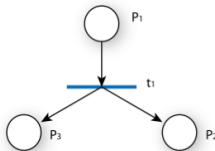
- Une transition sans place en entrée est une transition source.
- Une transition sans place en sortie est une transition puits.



# Marquage

## Le Marquage

Chaque place ( $pi$ ) d'un RdP peut contenir un ou plusieurs marqueurs (jetons). La configuration complète du réseau, avec toutes les marques positionnées, forme le marquage et définit l'état du réseau (et donc l'état du système modélisé).



- $P1, P2, P3$  sont des places .
- $T1$  est une transition qui permet de passer de  $P1$  vers Deux places  $P2$  et  $P3$  .

# Franchissement

## Franchissement

C'est le formalisme qui permet de passer d'un marquage à un autre, ce qui rend compte de l'évolution du système modélisé. Une transition est franchissable si chacune des places en entrée compte au moins un jeton ; dans ce cas :

- 1 le franchissement est une opération indivisible (atomique)

# Franchissement

## Franchissement

C'est le formalisme qui permet de passer d'un marquage à un autre, ce qui rend compte de l'évolution du système modélisé. Une transition est franchissable si chacune des places en entrée compte au moins un jeton ; dans ce cas :

- ① le franchissement est une opération indivisible (atomique)
- ② un jeton est consommé dans chaque place en entrée

# Franchissement

## Franchissement

C'est le formalisme qui permet de passer d'un marquage à un autre, ce qui rend compte de l'évolution du système modélisé. Une transition est franchissable si chacune des places en entrée compte au moins un jeton ; dans ce cas :

- ❶ le franchissement est une opération indivisible (atomique)
- ❷ un jeton est consommé dans chaque place en entrée
- ❸ un jeton est produit dans chaque place en sortie

## Exemples de franchissement

Voici des exemples de franchissement avec deux réseaux différents.



# Graphe d'état

Il existe des réseaux particuliers on va dans la suite de ce cours on va citer quelques-uns .

## Graphe d'état

un graphe d'état a une particularité qui est relative à ses transitions tel que , chaque transition ne dispose que d'une place en entrée et une place en sortie.

