MASTER : Traitement de l'Information et Exploitation des Données

Fouad Badran, Cécile Mallet, Carlos, Mejia,
Charles Sorror, Sylvie Thiria

TPA04 : ACP appliquée à des variables climatiques liées à lœffet de serre

I - Objectifs

Ce TP porte sur des données géophysiques environnementales qui sont habituellement prises en compte dans l'étude de l'effet de serre. Nous nous intéresserons plus spécifiquement à l'étude de ces données à l'aide de l'ACP (Analyse en Composantes Principales). Le but du TP sera d'apprendre à mettre en œuvre une ACP et à se familiariser à l'interprétation des résultats qu'elle produit. Les données dont nous disposons correspondent à différents villes, comme cela est décrit ci-après. Des ACP différentes peuvent être menées pour chacune des villes prise individuellement. Nous nous limiterons cependant à trois d'entre elles. Nous avons découpé le TP en 2 parties. Dans la 1ère, une climatologie mensuelle devra être présentée suivie de 2 ACP pour la ville de Reykjavik, l'une de type saisonnière, l'autre de type interannuelle. Dans la 2ème partie ces mêmes types d'ACP seront à réaliser sur les villes d'Alger et de Dakar.

==========

Le rapport de TP devra être synthétique. Il doit montrer la démarche suivie, et ne faire apparaître que les résultats nécessaires. Il s'agit de quantifier les résultats tout en rédigeant un rapport qui les analyse et les commente. Les paramètres utilisés devront être indiqués. Les graphiques des expériences doivent être insérés dans le rapport. Pour toutes les figures que vous présenterez, essayez de les compléter avec des éléments nécessaires à leur compréhension (titre, légende, colorbar, label des axes, etc…).

II - Eléments pour la réalisation du TP

A part l'énoncé et les données mises à disposition, il faudra réaliser l'intégralité et programmes/scripts nécessaires à l'analyse.

III - Les Données

Les données que nous utiliserons sont issues d'une sélection de la base de données ERA-Interim du centre européen ECMWF. Il s'agit de données modèles pour 5 variables sur 9 lieux géographiques. Nous disposons également de mesures de CO_2 réalisées sur le mont Mauna Loa à Hawaii, données qui proviennent de la NOAA. Pour chacune de ces variables nous avons calculé une **moyenne mensuelle** de la période allant de janvier 1982 à décembre 2010, soit 29 années complètes. Pour les 9 lieux, il y a deux sortes de données :

- les données analysées proviennent des modèles au sortir de l'assimilation des données en se positionnant à midi.
- les données de prévision (dites « Forecast ») sont obtenues en faisant fonctionner le modèle 24 heures après une assimilation, elles sont donc aussi positionnées à midi. Elles présentent plus d'incertitude que les premières.

Liste des variables:	noms des fichiers fournis
1) Données Analysées à midi :	
t2 : Temperature at 2 meters (degC) (Température à 2 mètres)	**clim_t2C_J1982D2010.mat**
tcc : Total cloud cover (0-1) (Couverture nuageuse total)	**clim_tcc_J1982D2010.mat**

2) Données de Prévisions à midi (assimilation 24h avant)

lsp : Large scale precipitation (m) (Précipitation à large échelle) **clim_lsp_J1982D2010.mat**

cp : Convective precipitation (m) (Précipitation convective) **clim_cp_J1982D2010.mat**

ssr : Surface solar radiation ((W/m^2)s) (Radiation solaire de surface) **clim_ssr_J1982D2010.mat**

3) **co_2** : molfrac ppm (parties par million) **clim_co2_J1982D2010.mat**

Excepté le CO_2, les lieux pour lesquels nous avons extrait les valeurs des variables sont dans l'ordre du nord au sud :

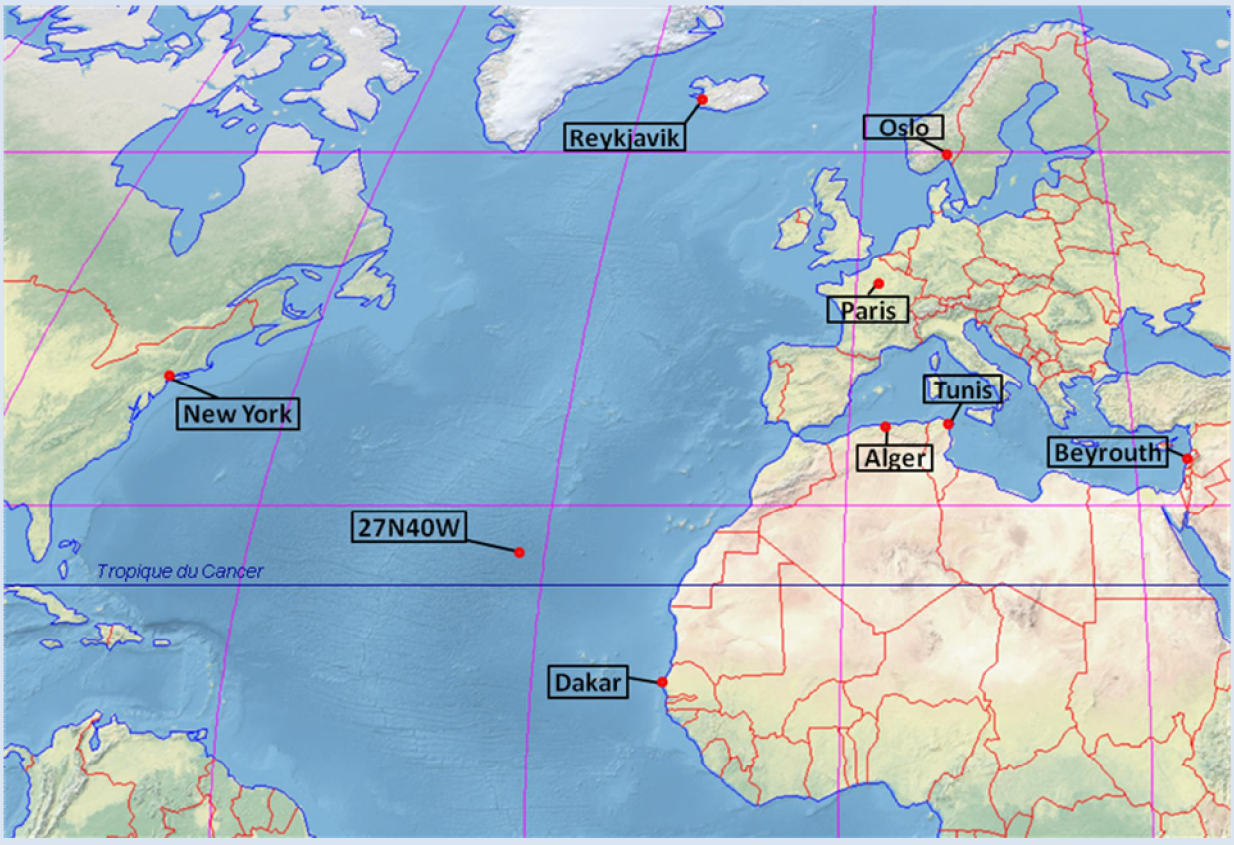
Reykjavik	64°08'07.14"N	21°53'42.63"O
Oslo	59°54'49.85"N	10°45'08.18"E
Paris	48°51'12.03"N	2°20'55.59"E
New York	40°42'51.67"N	74°00'21.50"O
Tunis	36°49'07.72"N	10°09'57.46"E
Alger	36°45'10.39"N	3°02'31.37"E
Beyrouth	33°53'19.06"N	35°29'43.72"E
Atlan27N40W	27°00'00.00"N	40°00'00.00"O
Dakar	14°39'46.09"N	17°26'13.65"O

Contenu des fichiers :

- 1ère colonne : l'année
- 2ème colonne : le mois
- Colonnes 3 à 11 : valeur de la variable pour les 9 lieux dans l'ordre où on les a énumérés.

Pour le fichier de CO_2 on retrouve les mêmes deux 1ère colonnes et une 3ème colonne pour la valeur de concentration du CO_2.

A noter que tous les fichiers fournis, pour ce TP, sont en correspondance sur les deux premières colonnes, elles contiennent donc le même nombre de lignes (**N=348**).



Rappels partiels et notations pour l'Analyse en Composantes Principales (ACP)

L'ACP est une méthode statistique qui consiste à effectuer un changement de base (projection dans un nouveau repère) pour réduire le nombre d'axes nécessaires à la compréhension des données tout en maximisant la variance projetée. Elle consiste à déterminer $C = XU$ où X sont les données centrées de n individus (en ligne) et p variables (en colonne), U est la matrice de passage. Elle est composée des vecteurs propres qui définissent les axes principaux qu'il convient de trouver. La matrice C résultantes est constituée des nouvelles variables (dans la nouvelle base) appelées composantes principales (CP). On établit que :

$X^t X \boldsymbol{u}_k = \lambda_k \boldsymbol{u}_k$. avec $\boldsymbol{u}_k$ le *kième* vecteur colonne de U.

Les inconnues à déterminer sont les vecteurs propres de $X^t X$.

Les nouvelles variables (CP) étant des combinaisons linéaires des variables initiales, l'interprétation d'une ACP peut être délicate. Pour nous y aider, on est amené à s'intéresser aux éléments suivants :

- Le rapport d'une valeur propre λ_k à la somme des autres ($\lambda_k / \Sigma_i \lambda_i$) est la part de l'inertie (ou variance expliquée) par l'axe k. L'étude se réduit alors aux plans formés à l'aide des k premiers axes qui cumulent suffisamment d'inertie ou qui offrent un intérêt particulier.
- On détermine les corrélations entre les nouvelles et les anciennes variables ($r(C_k,X_h)$). En prenant les composantes 2 à 2, on peut reporter ces corrélations sur un cercle (appelé cercle des corrélations). Cette représentation aide à l'interprétation des données. Lorsque les données initiales sont centrées et réduites on a :

$$r(C_k,X_h) = \boldsymbol{u}_{h,k} \sqrt{\lambda_k} .$$

- Le nuage des individus : il s'agit de représenter graphiquement les coordonnées des individus sur les nouveaux axes pris 2 à 2.
- La qualité de représentation d'un individu ($\boldsymbol{o}_i$), de norme $\| o_i \|$, par un axe k est donnée par :

$qlt_k(\boldsymbol{o}_i) = c_{ik} / \| o_i \|^2$ avec c_{ik} la coordonnée de l'individu i sur l'axe k.

Un individu mal représenté sur un axe ne devrait pas trop intervenir dans l'interprétation de cet axe.

- La contribution d'un individu ($\boldsymbol{o}_i$) à la fabrication d'un axe k est donnée par :

$ctr_k(\boldsymbol{o}_i) = q_i c_{ik}^2 / \lambda_k$ où q_i est le poids de l'individu i.

C'est la part de la variance de l'axe k qui est due à l'individu i, q_i représentant le poids de cet individu dans l'analyse. La contribution permet de s'assurer qu'un individu n'est pas prépondérant dans la définition d'un axe. Elle permet de repérer des valeurs extrêmes si trop peu de données ont des contributions significatives. Par la suite, on omettra q_i en considérant qu'il s'agit d'un poids uniforme et égal à 1. Il est possible d'introduire ces poids si, on a des connaissances sur la significativité des individus.

Pour un résumé partiel un peu plus détaillé sur l'ACP, vous pouvez vous reporter au document « *ACPrappels* »

IV – partie 0 : Résumé numérique et graphique (ici et après)

En début de séance on va charger le jeu de données complet et commencer à le regarder. Pour cela, on va faire un résumé numérique et graphique (qui n'apparaîtra pas dans le compte-rendu.)

Dans la suite, on va s'intéresser à certains sous-ensembles du jeu de données. Avant de faire chacune des ACP on réalisera un résumé numérique et graphique aussi complet que possible. Dans le compte-rendu, on ne gardera que quelques valeurs/figures en soulignant leur(s) intérêt(s).

V – 1ère partie : Climatologie mensuelle et ACP de Reykjavik

1) Présentation des données : climatologies mensuelles par ville des variables t2, tcc, lsp, cp, ssr et CO_2.

Une visualisation des données de moyenne mensuelle, telles qu'elles sont enregistrées dans les fichiers ne seraient pas d'une grande aide pour leur compréhension. A la place, va présenter pour chaque ville, une climatologie mensuelle des variables (c'est-à-dire la moyenne de chaque mois sur les différentes années) en valeur centrée et réduite.

Au final, on obtient 9 repères, chacune comportant 6 courbes constituées de 12 points (i.e. un point par mois).

Proposer un commentaire global des tracés obtenus. Il faudra justifier les propos servant à caractériser les différentes villes ainsi que les différentes variables. Dans cette perspective, on pourra aussi faire une typologie des différentes villes.
(On ne perdra pas de vu que l'on traite une climatologie et que les comportements ressortant seront potentiellement associés aux différents mois de l'année.)

2) ACPs pour la ville de Reykjavik des variables t2, tcc, lsp, cp, ssr et CO_2)

2.1) ACP « saisonnière »

Après s'être intéressé aux différentes villes, on va se focaliser sur la ville de Reykjavik. On va donc limiter le jeu de données à un tableau de 6 colonnes correspondant aux 6 variables et 348 lignes correspondant aux 348 « individus-mois ». Comme les individus correspondant à des moyennes mensuelles, cette ACP pourra être qualifiée d'analyse « ***saisonnière*** ». (Dans cette étude, cela implique que l'on devra nécessairement prendre en compte les effets du cycle saisonnier.)
L'objectif de cette section d'étudier les données via l'interprétation d'une ACP.

ŏ) Il faudra **faire une étude préliminaire présentant le jeu de données** ainsi que ces spécificités. (Cette discussion pourra se faire relativement à ce qui a déjà été réalisé dans la section précédente.)

Il faudra ensuite réaliser une ACP sur les données préalablement **centrées et réduites**.

ŏ) Pour faire état des résultats obtenus, **le compte-rendu devra présenter** :

- Les **climatologies mensuelles** (réalisée pour la section précédente).
- Les **inerties cumulées**.

Puis uniquement **pour les 2 premières composantes principales** :

- Le **nuage des variables**,
- Le **nuage des individus** (+ information du mois)
- Le **nuage des individus** (+ information de l'année).

Pour le nuage des individus, on va fera ressortir des informations spécifiques. Chaque individu devra être caractérisé par un triangle dont la couleur sera relative au mois (resp. à l'année). Il se verra aussi rattaché, via une étiquette, le nombre du mois (resp. de l'année) lui correspondant. La taille du marqueur (triangle) utilisé devra être proportionnée à la qualité de représentation. (Cela nécessitera de choisir un facteur de taille adéquate pour que la figure reste lisible.)

Avec 348 individus, le nuage des individus risque d'être surchargé. On pourra sélectionner le nombre de points du nuage en ne retenant que les individus qui ont une qualité de représentation plus importante (supérieure à 0.5 par exemple).

ŏ) **Suite à ce travail, on pourra passer à l'interprétation** qui se basera sur les différents résultats de l'ACP. (On gardera en perspective les climatologies de chacune des variables.)
En se basant sur les inerties, il faudra donc **expliquer le nombre d'axes à retenir**.
Pour les deux premiers axes, il faudra s'intéresser aux **contributions des différents individus**.
On pourra ensuite expliquer/**interpréter les deux premiers axes**.
Une fois les axes expliqués on pourra **considérer deux individus bien représentés** pour valider l'interprétation de l'axe.
On se basera ensuite sur la représentation des individus dans le plan principal pour **réaliser une typologie des individus**. On s'appuiera sur l'interprétation des axes mais aussi sur les informations spécifiques ajoutées (mois et année).

2.2) ACP « interannuelle »

Cette ACP est dite « **interannuelle** » car elle devra être effectuée avec les variables moyennées sur l'année. On va ici s'intéresser à l'étude d'une évolution globale sur la période considérée.
On va donc limiter/résumer le jeu de données à un tableau de 6 colonnes/variables et à 29 lignes/individus correspondant aux valeurs annuelles.

ŏ) Il faudra **faire une étude préliminaire présentant le jeu de données** ainsi que ces spécificités. (Cette discussion pourra se faire relativement à ce qui a déjà été réalisé dans la section précédente.)

Comme précédemment, **il faudra ensuite réaliser une ACP** sur les données (moyennes annuelles) préalablement **centrées et réduites**. A l'instar de l'ACP saisonnière, il faudra effectuer une analyse complète.

ŏ) Pour faire état des résultats obtenus, **le compte-rendu devra présenter** :

- Les courbes des moyennes annuelles centrées réduites
  (29 points un par année pour chacune de 6 variables)
- Les **inerties cumulées**.

Puis uniquement **pour les 2 premières composantes principales** :

- Le **nuage des variables**,
- Le **nuage des individus** (+ information de l'année).

ŏ) **Suite à ce travail, on pourra passer à l'interprétation** qui se basera sur les différents résultats de l'ACP. (On gardera en perspective les climatologies de chacune des variables.)
En se basant sur les inerties, il faudra donc **expliquer le nombre d'axes à retenir**.
Pour les deux premiers axes, il faudra s'intéresser aux **contributions des différents individus**.
On pourra ensuite expliquer/**interpréter les deux premiers axes**.
Une fois les axes expliqués on pourra **considérer deux individus bien représentés** pour valider l'interprétation de l'axe.
On se basera ensuite sur la représentation des individus dans le plan principal pour **réaliser une typologie des individus**. On s'appuiera sur l'interprétation des axes mais aussi sur l'information spécifique ajoutée (année).

VI – 2ème partie : ACP d'Alger et de Dakar

La 2ème partie de ce TP va consister à refaire, dans les mêmes conditions que pour la première partie, les ACP (saisonnière et interannuelle) faites pour la ville de Reykjavik. Cette fois-ci, les villes concernées sont d'abord, la ville d'Alger puis ensuite celle de Dakar.

Concernant la ville de Dakar, cependant, nous vous demandons de faire une étude complémentaire sur le plan factoriel des composantes principales 3 et 4, aussi bien dans le cas saisonnier qu'interannuel. Il s'agira donc, pour ce plan (3-4) et dans les deux cas, de produire (toujours à l'aide des mêmes codes) et de commenter :

- Un cercle des corrélations,
- Dans le cas de l'étude saisonnière : Présenter deux nuages des individus : l'un avec le mois en échelle de couleur, l'autre avec l'année. On pourra abaisser le seuil de sélection des individus en fonction de leurs qualités de représentation (à 0.25 par exemple), car sur ce plan, ces qualités pourraient être moins élevées.
- Dans le cas de l'étude interannuelle il n'y a qu'un nuage à présenter avec l'année en échelle de couleur.

Et au-delà ? Si vous avez envie de considérer les villes comme des individus n'hésitez pas.