

# Justificación de operaciones PRO2

Mounaim Chakroun GRUPO: 41

25 de mayo de 2024

## 1 Justificación de Comercio

### 1.1 Especificación de Comerciar:

```
1  /**
2  * @brief Realiza comercio con otra ciudad.
3  *
4  * @param Productos Conjunto de productos disponibles.
5  * @param ciudad_con_la_que_comerciaremos Referencia a la
6  * ciudad con la que se comerciar .
7  *
8  * @pre El inventario de la ciudad puede estar vac o o
9  * no y debe haber otra ciudad con la que comerciar.
10 * @post Se realiza el comercio entre las dos ciudades.
11 */
12 void comerciar_c(Cjt_Productos& Productos, Ciudad&
    ciudad_con_la_que_comerciaremos);
```

Listing 1: comerciar\_c (Ciudad)

### 1.2 Paso 1 (inicialización):

Cuando entramos en la función **comerciar\_c**, el puntero **\_it\_Inventario** (propio de la función) se inicializa en la posición inicial del **\_Inventario** (inventario de la ciudad), es decir, apuntamos al primer elemento del **map** (si existe).

Entonces, al comprobar la condición del **while** principal, si el iterador **it\_Inventario** apunta al **end** del inventario **\_Inventario** de **this** entonces terminamos, en caso contrario procedemos a hacer los cálculos.

### 1.3 Paso 2 (mantenimiento):

1. Primero miramos si nuestro producto seleccionado (el producto apuntado por nuestro **\_it\_Inventario**) existe en el inventario de la

ciudad con la que queremos comerciar. Para esta tarea llamamos al iterador propio de la ciudad con la que comerciamos y le pedimos que busque el producto deseado.

En este punto puede suceder uno de los dos casos siguientes:

- El producto no se encuentra en el inventario de la ciudad con la que comerciamos:  
Entonces pasamos al siguiente elemento actualizando el iterador `_it_Inventario` incrementandolo (`_it_Inventario ++`).
- El producto se encuentra en el inventario contrario:  
Si se encuentra, la secuencia siguiente es "true":

```
1      if (ciudad_con_la_que_comerciaremos._it_Inventario  
        != ciudad_con_la_que_comerciaremos._Inventario.  
        end())
```

Una vez dentro de la condición calculamos las diferencias de cada inventario, es decir, miramos las cantidades del producto que le sobran o necesita nuestra ciudad ("`this`") y la ciudad con la que comerciamos. Si una de las dos ciudades necesita producto y la otra le puede proporcionar, se procederán a los cálculos que permitirán el intercambio de mercancía. En este intercambio calcularemos las cantidades, los nuevos pesos y volúmenes de los inventarios.

Finalmente procederemos a mirar al siguiente producto del inventario de nuestra ciudad (`_it_Inventario ++`).

#### 1.4 Paso 3 (invariante + condición de terminación):

La **invariante** del bucle es que al comienzo de cada iteración todos los productos procesados hasta ese momento están en un estado consistente y correcto en ambos inventarios, según las reglas de comercio.

La **condición de terminación** del bucle es:

```
1      _it_Inventario != this->_Inventario.end() }
```

Lo que significa que el bucle continuará mientras nuestro iterador no llegue al final del inventario de nuestra ciudad (`this->_Inventario`).

Dado que en cada iteración del bucle el iterador se incrementa con `_it_Inventario++`, cuando hayamos recorrido todo el inventario de

this, llegaremos al final del map, es decir, el iterador apuntará al elemento end de nuestro inventario. En ese momento, el bucle habrá recorrido todos los elementos de nuestro inventario,  $L = 0 \dots n$ , donde  $n$  es el número de elementos.

Como hemos recorrido todos los elementos de  $L$ , el inventario de la ciudad con la que comerciamos,  $C = 0 \dots k$ , con  $k$  elementos, también será modificado y recorrido parcialmente, solo los elementos comunes. Esto se debe a que en todo momento estamos buscando los elementos comunes y operando con ellos para realizar el intercambio de productos.

En conclusión, cuando el iterador apunta al elemento end, nuestro bucle habrá recorrido  $n$  elementos y habrá operado con  $c$  elementos, donde  $c$  es la cantidad de productos comunes y comerciables entre los inventarios  $L$  y  $C$ .

### 1.5 Paso 4 (número finito de iteraciones):

La expresión:

$\_Inventario.size() - j$  [posición del elemento apuntado del *map*] + 1

La expresión no es negativa, ya que  $j$  como máximo puede valer  $\_Inventario.size() - 1$  y en cada iteración la expresión decrementa. Por lo tanto, la función termina siempre y cuando el inventario no tenga infinitos elementos. En conclusión, la función está acotada y, por lo tanto, es correcta.

### 1.6 Implementación de comerciar:

```
1 void Ciudad::comerciar_c(Cjt_Productos& Productos,
2   Ciudad& ciudad_con_la_que_comerciaremos){
3   // Creamos un "iterator" que apunta al primer elemento
4   // del inventario
5   this->_it_Inventario = this->_Inventario.begin();
6   // Recordemos el inventario
7   while (this->_it_Inventario != this->_Inventario.end()
8   )
9   {
10    // Miramos si el producto se encuentra dentro del
11    // inventario contrario
12    ciudad_con_la_que_comerciaremos._it_Inventario =
13    ciudad_con_la_que_comerciaremos._Inventario.find(
14    this->_it_Inventario->first);
15    // En caso afirmativo
16    if (ciudad_con_la_que_comerciaremos._it_Inventario
17    != ciudad_con_la_que_comerciaremos._Inventario.
18    end()){
```

```

11 // Calculamos la diferencia de productos de uno y
    el otro
12 int diferencia_ciudad_1 = this->_it_Inventario->
    second.second - this->_it_Inventario->second.
    first;
13 int diferencia_ciudad_2 =
    ciudad_con_la_que_comerciaremos._it_Inventario
    ->second.second -
    ciudad_con_la_que_comerciaremos._it_Inventario
    ->second.first;
14 // En caso de que una ciudad necesite productos
    que a la otra le sobran
15 if (diferencia_ciudad_1 * diferencia_ciudad_2 < 0)
    {
16     // Si la ciudad 2 necesita productos que nuestra
        ciudad le sobran
17     if (diferencia_ciudad_1 < 0){ // #Venta
18         if (diferencia_ciudad_2 > 0){
19             // En caso de que tenemos m s productos de
                los que necesita la ciudad 2
20             if (abs(diferencia_ciudad_1) >= abs(
                diferencia_ciudad_2)){
21                 // Consultamos las unidades pose das y
                    necesarias del producto que queremos
                    comerciar
22                 pair<int,int> producto = Productos.
                    consultar_producto_del_conjunto(this->
                    _it_Inventario->first);
23                 // Decrementamos en nuestra ciudad las
                    unidades que necesita la ciudad 2
24                 this->_it_Inventario->second.first -= abs(
                    diferencia_ciudad_2);
25                 this->_peso_total -= abs(
                    diferencia_ciudad_2) * producto.first;
26                 this->_volumen_total -= abs(
                    diferencia_ciudad_2) * producto.second;
27                 // Incrementamos en la ciudad 2 las
                    unidades que otorgamos la nuestra
                    ciudad
28                 ciudad_con_la_que_comerciaremos.
                    _it_Inventario->second.first += abs(
                    diferencia_ciudad_2);
29                 ciudad_con_la_que_comerciaremos.
                    _peso_total += abs(diferencia_ciudad_2)
                    * producto.first;
30                 ciudad_con_la_que_comerciaremos.
                    _volumen_total += abs(
                    diferencia_ciudad_2) * producto.second;
31             }

```

```

32     else { // En caso de que tenemos menos
33         productos de los que necesita la ciudad 2
34         // Consultamos las unidades pose das y
35         necesarias del producto que queremos
36         comerciar
37         pair<int,int> producto = Productos.
38         consultar_producto_del_conjunto(this->
39         _it_Inventario->first);
40         // Decrementamos en nuestra ciudad todas
41         las unidades sobrantes
42         this->_it_Inventario->second.first -= abs(
43         diferencia_ciudad_1);
44         this->_peso_total -= abs(
45         diferencia_ciudad_1) * producto.first;
46         this->_volumen_total -= abs(
47         diferencia_ciudad_1) * producto.second;
48         // Incrementamos en la ciudad 2 las
49         unidades que sobran de nuestra ciudad
50         ciudad_con_la_que_comerciaremos.
51         _it_Inventario->second.first += abs(
52         diferencia_ciudad_1);
53         ciudad_con_la_que_comerciaremos.
54         _peso_total += abs(diferencia_ciudad_1)
55         * producto.first;
56         ciudad_con_la_que_comerciaremos.
57         _volumen_total += abs(
58         diferencia_ciudad_1) * producto.second;
59     }
60 }
61 }
62 // Si a nuestra ciudad necesita productos que la
63 ciudad 2 le sobran
64 else if (diferencia_ciudad_2 < 0){ // #Compra
65     if (diferencia_ciudad_1 > 0){
66         // En caso de que la ciudad 2 tiene m s
67         productos de los que necesita nuestra
68         ciudad
69         if (abs(diferencia_ciudad_1) <= abs(
70         diferencia_ciudad_2)){
71             // Consultamos las unidades pose das y
72             necesarias del producto que queremos
73             comprar
74             pair<int,int> producto = Productos.
75             consultar_producto_del_conjunto(this->
76             _it_Inventario->first);
77             // Incrementamos a nuestra ciudad todos
78             los productos que nos faltaban
79             this->_it_Inventario->second.first += abs(
80             diferencia_ciudad_1);

```

```

55         this->_peso_total += abs(
56             diferencia_ciudad_1) * producto.first;
57         this->_volumen_total += abs(
58             diferencia_ciudad_1) * producto.second;
59         // Decrementamos en la ciudad 2 las
60         unidades necesarias por nuestra ciudad
61         ciudad_con_la_que_comerciaremos.
62         _it_Inventario->second.first -= abs(
63             diferencia_ciudad_1);
64         ciudad_con_la_que_comerciaremos.
65         _peso_total -= abs(diferencia_ciudad_1)
66         * producto.first;
67         ciudad_con_la_que_comerciaremos.
68         _volumen_total -= abs(
69             diferencia_ciudad_1) * producto.second;
70     }
71     else { // En caso de que la ciudad 2 tiene
72         menos productos de los que necesita
73         nuestra ciudad
74         // Consultamos las unidades pose das y
75         necesarias del producto que queremos
76         comprar
77         pair<int,int> producto = Productos.
78         consultar_producto_del_conjunto(this->
79             _it_Inventario->first);
80         // Incrementamos a nuestra ciudad los
81         productos que le sobra a la ciudad 2
82         this->_it_Inventario->second.first += abs(
83             diferencia_ciudad_2);
84         this->_peso_total += abs(
85             diferencia_ciudad_2) * producto.first;
86         this->_volumen_total += abs(
87             diferencia_ciudad_2) * producto.second;
88         // Decrementamos en la ciudad 2 las
89         unidades sobrantes por esta ciudad
90         ciudad_con_la_que_comerciaremos.
91         _it_Inventario->second.first -= abs(
92             diferencia_ciudad_2);
93         ciudad_con_la_que_comerciaremos.
94         _peso_total -= abs(diferencia_ciudad_2)
95         * producto.first;
96         ciudad_con_la_que_comerciaremos.
97         _volumen_total -= abs(
98             diferencia_ciudad_2) * producto.second;
99     }
100 }
101 }
102 }
103 // Consultamos el siguiente producto

```

```

79     _it_Inventario++;
80 }
81 }

```

Listing 2: comerciar.c (Ciudad)

## 2 Justificación de recorrido\_con\_max\_beneficio

### 2.1 Especificación de recorrido\_con\_max\_beneficio:

```

1  /**
2  * @brief Obtiene la ruta m s beneficiosa para el barco.
3  *
4  * @param nodo rbol binario que representa la ciudad
5  *           donde estamos localizados.
6  *
7  * @return Lista de nombres de ciudades.
8  *
9  * @pre Se proporciona el rbol binario de la cuenca.
10 * @post Se obtiene la ruta m s beneficiosa para el
11        barco.
12 */
13 list<pair<char,int>> recorrido_con_max_beneficio(const
14        BinTree<pair<int,int>>& nodo);

```

Listing 3: recorrido\_con\_max\_beneficio (Cuenca)

#### **NOTA:**

Nuestra función `recorrido_con_max_beneficio` recibe un árbol de pares fabricado anteriormente donde miramos si las ciudades del río (nodos) tiene o no los productos que el barco compra y vende.

Entonces, si el `pair<int,int>`; es igual a 0 quiere decir que el producto no se encuentra en la ciudad o que no puede comerciar con el barco. En caso contrario, la primera componente es la cantidad de producto que podemos comprar y la segunda la cantidad que podemos vender.

A partir de ahora '`recorrido_con_max_beneficio`' la llamaremos func\_rec.

### 2.2 Paso 1 (Caso Base):

Si el *nodo es vacío*, retornamos una lista vacía porque no hay recorrido posible.

## 2.3 Paso 2 (H.I.):

Suponemos que `func_rec` produce resultados correctos para subárboles más pequeños que el árbol actual por la hipótesis de inducción.

Entonces, después de las llamadas recursivas `func_rec(nodo.left())` y `func_rec(nodo.right())`, los recorridos '`recorrido_izquierda`' y '`recorrido_derecha`' contienen las listas de pares [**dirección**, **beneficio**] con el máximo beneficio acumulado desde los respectivos subárboles izquierdo y derecho.

## 2.4 Paso 3 (Paso Inductivo):

- Si el subárbol izquierdo está vacío, el beneficio acumulado de `recorrido_izquierda` es 0.
- Si el subárbol derecho está vacío, el beneficio acumulado de `recorrido_derecha` es 0.

Se calcula el beneficio del nodo actual como la suma del valor del nodo y el beneficio acumulado del camino seleccionado (izquierdo o derecho) con mayor beneficio.

La función luego compara los beneficios acumulados de ambos subárboles:

- Si el beneficio del **subárbol derecho es mayor**, se selecciona el camino derecho, se incrementa el beneficio del nodo actual, se añade el nodo actual al comienzo de la lista de `recorrido_derecha` y se retorna esta lista.
- Si el beneficio del **subárbol izquierdo es mayor**, se selecciona el camino izquierdo, se incrementa el beneficio del nodo actual, se añade el nodo actual al comienzo de la lista de `recorrido_izquierda` y se retorna esta lista.
- Si los **beneficios son iguales**, se selecciona el camino más corto; en caso de igualdad de longitud, se elige el camino izquierdo, se incrementa el beneficio del nodo actual, se añade el nodo actual al comienzo de la lista de `recorrido_izquierda` y se retorna esta lista.

Como las llamadas recursivas operan sobre subárboles más pequeños y se combinan correctamente los resultados, por la hipótesis de inducción y el correcto manejo de los beneficios, la función `func_rec` retorna una lista que representa el camino con el máximo beneficio acumulado.



## 2.5 Paso 4 (Terminación):

### Función de Cota para func\_rec:

Una función de cota para `func_rec` viene definida por la profundidad del nodo actual en el árbol y la distancia para llegar al final del árbol, que disminuye con cada llamada recursiva:

- **Profundidad del nodo:**

- Si el nodo no es vacío, la **distancia disminuye en 1** con cada llamada recursiva a `nodo.left()` y `nodo.right()`. De tal manera que llegara un momento donde la **distancia sea 0** (llegamos al final del árbol) y el programa se encuentre con un **nodo vacío**.
- Si el **nodo es vacío**, la **recursión termina** inmediatamente con el caso base retornando una lista vacía.

Por lo tanto, la recursión eventualmente llega al caso base siempre y cuando tengamos un número de ciudades finito, asegurando que la función `func_rec` **siempre termina**.

## 2.6 Implementación de func\_rec:

```
1  list<pair<char,int>> Cuenca::recorrido_con_max_beneficio
2      (const BinTree<pair<int,int>>& nodo){
3      // Caso Base #####
4
5      // Si el nodo es vacio
6      if (nodo.empty()) return list<pair<char,int>>();
7
8      // Paso Inductivo #####
9
10     // Construimos las listas postorden
11     list<pair<char,int>> recorrido_izquierda =
12         recorrido_con_max_beneficio(nodo.left());
13     list<pair<char,int>> recorrido_derecha =
14         recorrido_con_max_beneficio(nodo.right());
15     //-----
16
17     // Inicializamos los beneficios por ruta
18     int beneficio_izquierda = 0, beneficio_derecha = 0;
19
20     // Beneficios por ruta
21     if (!recorrido_izquierda.empty()) beneficio_izquierda =
22         recorrido_izquierda.front().second;
23     if (!recorrido_derecha.empty()) beneficio_derecha =
24         recorrido_derecha.front().second;
25     //-----
```

```

22 // Calculamos el beneficio en nuestra posici n
23 int beneficio_nodo_actual = nodo.value().first + nodo.
    value().second;
24
25 // Distinguimos por diferentes casos:
26
27 // En caso de que el beneficio de la parte izquierda y
    la parte derecha sea 0, entonces finalizamos la
    funci n
28 if (beneficio_izquierda + beneficio_derecha == 0) {
29     // Devolvemos la lista formada nicamente por un
        elemento
30     list<pair<char,int>> lista_unica;
31     // Char u -> Representa una nica ciudad en la
        lista
32     lista_unica.push_front(make_pair('u',
        beneficio_nodo_actual));
33     return lista_unica;
34 }
35
36 // Si el beneficio de la derecha es mayor que el de la
    izquierda
37 if (beneficio_derecha > beneficio_izquierda){
38     // Si beneficio_derecha s mayor que
        beneficio_izquierda quiere decir que es mayor que
        0 en el peor de los casos cosa que quiere decir
        que existe.
39
40     // Incrementamos el beneficio
41     beneficio_nodo_actual += recorrido_derecha.front().
        second;
42     // A adimos el nuevo nodo y la direcci n por la
        que debemos ir
43     recorrido_derecha.push_front(make_pair('d',
        beneficio_nodo_actual));
44     // Devolvemos el recorrido hecho
45     return recorrido_derecha;
46
47 } // Si el beneficio de la izquierda es mayor que el
    de la derecha
48 else if (beneficio_derecha < beneficio_izquierda){
49     // Si beneficio_izquierda s mayor que
        beneficio_izquierda quiere decir que es mayor que
        0 en el peor de los casos cosa que quiere decir
        que existe.
50
51     // Incrementamos el beneficio
52     beneficio_nodo_actual += recorrido_izquierda.front().
        second;

```

```

53     // A adimos el nuevo nodo y la direcci n por la
      que debemos ir
54     recorrido_izquierda.push_front(make_pair('i',
      beneficio_nodo_actual));
55     // Devolvemos el recorrido hecho
56     return recorrido_izquierda;
57 }
58 else { // Si el beneficio de la izquierda es igual que
      el de la derecha
59     // Miramos el recorrido m s corto de los dos, si
      son iguales escogeremos el de la izquierda
60     // Si el recorrido de la derecha es m s peque o
      que el de la izquierda
61     if (recorrido_derecha.size() < recorrido_izquierda.
      size()){
62         // Entonces, como existe el recorrido por la
      derecha: (Explicado arriba)
63         // Incrementamos el beneficio
64         beneficio_nodo_actual += recorrido_derecha.front().
      second; //Incrementamos el beneficio
65         // A adimos el nuevo nodo y la direcci n por la
      que debemos ir
66         recorrido_derecha.push_front(make_pair('d',
      beneficio_nodo_actual));
67         // Devolvemos el recorrido hecho
68         return recorrido_derecha;
69     }
70     else { // Si el recorrido de la izquierda es m s
      peque o o igual que el de la derecha
71         // Entonces, si existe el recorrido por la
      izquierda
72         // Incrementamos el beneficio
73         if (!recorrido_izquierda.empty())
      beneficio_nodo_actual += recorrido_izquierda.
      front().second; //Incrementamos el beneficio
74         // A adimos el nuevo nodo y la direcci n por la
      que debemos ir
75         recorrido_izquierda.push_front(make_pair('i',
      beneficio_nodo_actual));
76         // Devolvemos el recorrido hecho
77         return recorrido_izquierda;
78     }
79 }
80 }

```

Listing 4: recorrido\_con\_max\_beneficio (Cuenca)