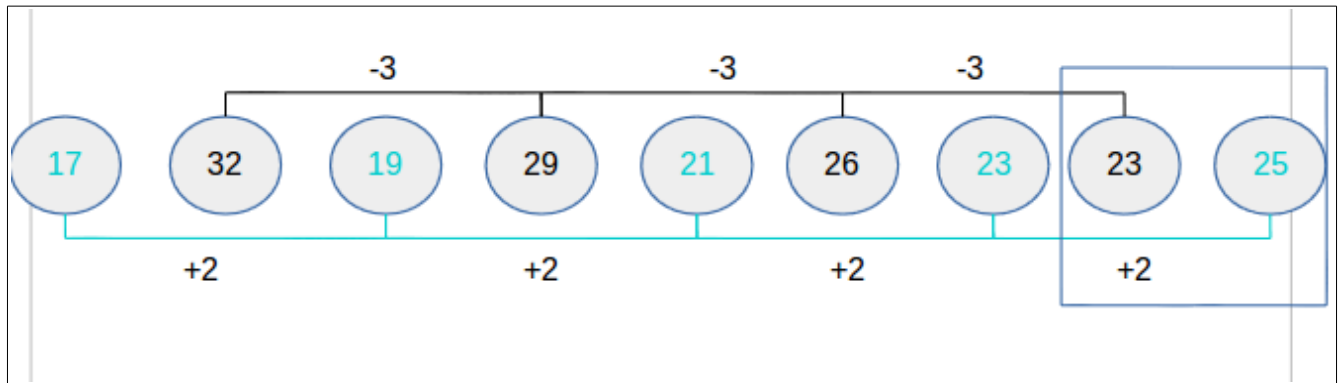


TOP2017

Correction de la tour 1 de l'épreuve de la préselection

Partie #1: question de réflexion et de logique

problème #1: La paire suivante



la réponse est: 23 25

problème #2: une nouvelle langue !

Blyonot => feuille de chêne.

Blycrin => feuille d'érable

Bly => feuille.
Crin => érable.

On procède par élimination:

- **blymuth** (non): il y a le mot feuille.
- **hupponot** (non): il y a le mot chêne.
- **patricrin**(oui): on ne sait pas le sens de patri mais on connaît le mot érable (crin).
- **crinweel**(non): érable est au début, et d'après la grammaire posé par Oussema on dit "**quelque chose** d'érable".

La réponse est: **patricrin**.

Problème #3: Au supermarché

On note:

#mx: le nombre d'employés de l'entreprise de Maxime.

#mo: le nombre d'employés de l'entreprise de Mohamed.

#ma: le nombre d'employés de l'entreprise de Mamadou.

#ss: le nombre d'employés du supermarché.

On a:

$$\left. \begin{array}{l} \#mx \geq \#mo \\ \#mx \geq \#ma \end{array} \right\} \begin{array}{l} \max(\min(\#mx, \#ma, \#ma)). \\ \text{Mais on ne peut pas savoir si } \#ma \geq \#mo \text{ ou non.} \end{array}$$

La réponse: on ne peut pas le savoir.

Problème #4: Monastir ou Djerba!

On sait que: $\overline{x \cap y} = \overline{x} \cap \overline{y}$

La negation de (Je passerai mes vacances d'été à Monastir ou à Djerba) = Je ne passerai pas mes vacances d'été Monastir ni à Djerba.

Problème #5: divisible par 8

Si n est impair, alors n^2-1 est un multiple de 8.

On note par: $a \mid m$, a divise m .

montrez que si: $n \in \mathbb{Z}^+$ et n est impair, alors $8 \mid n^2 - 1$

Démonstration par induction:

- **Cas de base:**

$1 \in \mathbb{Z}$, et 1 est impair $\Rightarrow 8 \mid 1^2 - 1 = 0$ est correcte.

- **Pas(step of induction) d'induction:**

- Hypothèse d'induction:

On suppose que pour tout $n \in \mathbb{Z} (n \geq 1)$, tel que n est impair que $8 \mid n^2 - 1$.

- Montrons que:

$8 \mid (n+2)^2 - 1$, tel que $n+2$ est l'entier impair directement supérieur à n .

$$\text{on a: } 8 \mid n^2 - 1 \Rightarrow n^2 - 1 = 8q$$

$$(n+2)^2 - 1 = n^2 + 4n + 4 - 1 = n^2 - 1 + 4n + 4 = 8q + 4(n+1)$$

$$n \text{ est impair} \Leftrightarrow n+1 \text{ est pair} \Leftrightarrow n+1 = 2k$$

$$\text{donc: } (n+2)^2 - 1 = 8q + 4(n+1) = 8q + 4 \cdot 2k = 8(q+k)$$

$$(n+2)^2 - 1 = 8k' \Leftrightarrow \text{le reste de la division de } (n+2)^2 - 1 \text{ par } 8 = 0$$

Si n est impair, alors n^2-1 est un multiple de 8. Cette proposition est vraie.

Problème #6: Bien réfléchir

On considère la proposition : "Les personnes qui parlent trop ne réfléchissent pas souvent".

Q6 - Parmi les propositions suivantes, laquelle est équivalente à la proposition énoncée ?

- ☐ Les personnes qui parlent trop ne réfléchissent pas.
- ☒ Les personnes qui réfléchissent souvent ne parlent pas trop.
- ☐ Les personnes qui réfléchissent souvent parlent trop.
- ☒ Les personnes qui ne parlent pas trop réfléchissent souvent.
- ☐ Aucune des réponses précédentes

Problème #7: Quelle explication

Q7 - Quelle est la ligne où il y a une erreur de raisonnement par rapport à la ligne précédente: On souhaite mettre 0,999999 sous la forme d'un nombre rationnel

- ☐ On pose donc $x = 0,999999$
- ☐ Donc $10x = 9,999999$
- ☐ Donc $10x = 9 + 0,999999$
- ☒ Donc $10x = 9 + x$
- ☐ Donc $9x = 9$
- ☐ Donc $x = 1$ (alors qu'au départ on avait $x = 0,999999$)

Problème #8: le casier d'Ahmed

$code = c_1 c_2 c_3$, tel que c_1, c_2 et c_3 sont les trois chiffres qui composent le code d'Ahmed.

$code + 3 = c_1 c_2 a_3$, avec $c_1 c_2 a_3$ est le nombre après l'ajout de 3 au code.

On suppose ici que uniquement le chiffre d'unité qui aie changé.

$$c_1 + c_2 + c_3 = \frac{c_1 + c_2 + a_3}{3}$$

$$\Leftrightarrow 3c_1 + 3c_2 + 3c_3 = c_1 + c_2 + a_3$$

on peut avoir plusieurs codes.

$$\Leftrightarrow 2c_1 + 2c_2 + 3c_3 - a_3 = 0$$

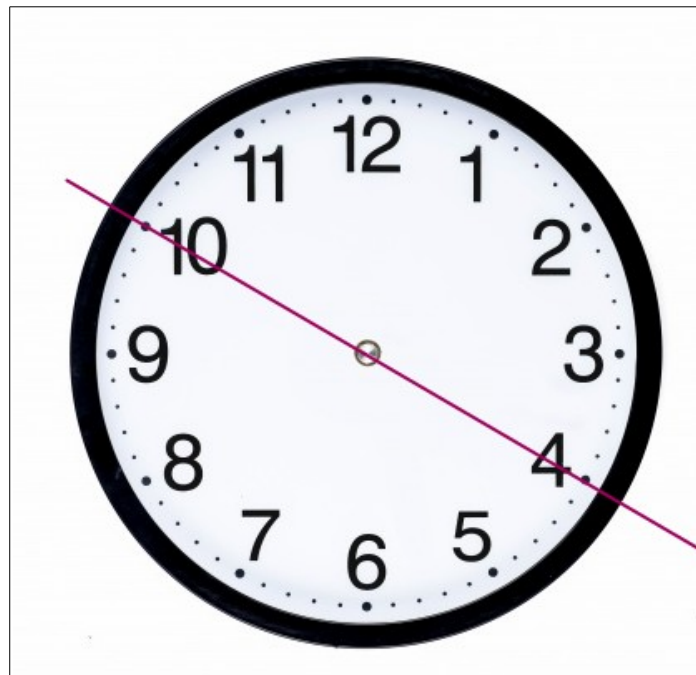
on suppose que : $c_1 = 1, c_2 = 0$ and $c_3 = 0 \Leftrightarrow 2 - a_3 = 0 \Leftrightarrow a_3 = 2$.

Le code après l'ajout de 3 est 102 et le code = 100.

$$1 + 0 + 0 = \frac{1 + 0 + 2}{3}$$

Un code d'Ahmed est 100.

Problème #9: quelle heure est-il ?



Il est 10h 20 min

Problème #10: Le nombre d'Emna

soit n un nombre positif de quatre chiffre $c_1 c_2 c_3 c_4$
 $11|n \Leftrightarrow 11|c_2+c_4-(c_1+c_3)$

$$\text{on a: } \begin{cases} c_2+c_4-(c_1+c_3)=11q \\ c_1+c_2+c_3+c_4=11 \end{cases} \Leftrightarrow 11q+2c_1+2c_3=11$$
$$c_1+c_3=\frac{11-11q}{2}, \quad q < 0 \text{ et } 2|11-11q$$

On peut avoir plusieurs nombre d' Emna en fonction de valeur de q choisi.

$$\text{on prend } q=-1 \Leftrightarrow c_1+c_3=11$$

On prend $c_1=2$ et $c_3=9 \Leftrightarrow c_2+c_4-(2+9)=c_2+c_4-11=11 \Leftrightarrow c_2+c_4=0 \Leftrightarrow c_2=0$ et $c_4=0$.

$$c_1=2, \quad c_2=0, \quad c_3=9, \quad c_4=0$$

Un nombre d'Emna est 2090

$$2090 = 11 * 190$$

$$2+0+9+0 = 11$$