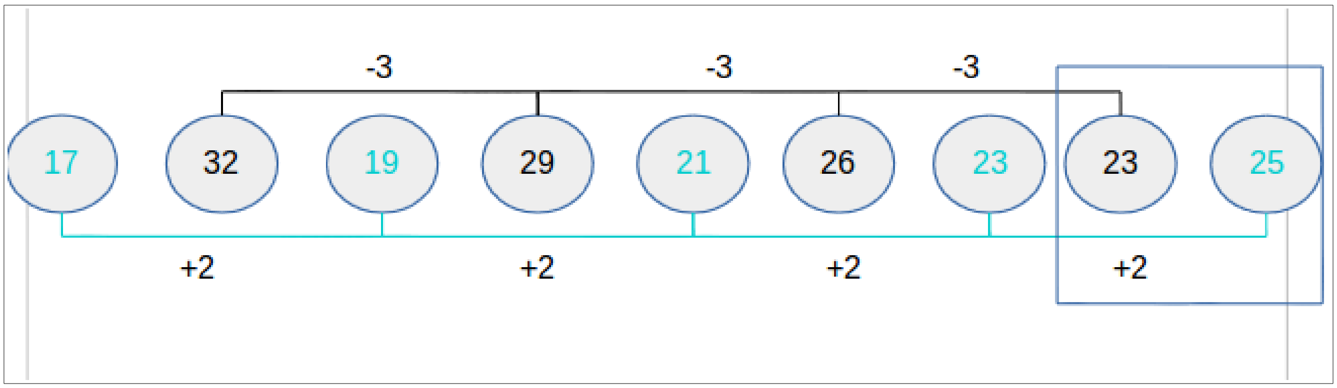
Mourad NOUAILI

TOP2017

Correction de la tour 1 de l’épreuve de la préselection

Partie #1: question de réfexion et de logique

problème #1: La paire suivante



la réponse est: 23 25

probléme #2: une nouvelle langue !

Blyonot => feuille de chêne.

Blycrin => feuille d’érable

Bly => feuille.
Crin => érable.

On procède par élimination:

- **bly**muth (non): il y a le mot feuille.
- hupp**onot** (non): il y a le mot chêne.
- patricrin(oui): on ne sait pas le sens de patri mais on connaît le mot érable (crin).
- crinweel(non): érable est au début, et d’après la grammaire posé par Oussema on dit "**quelque chose** d’érable".

La réponse est: patricrin.

Probléme #3: Au supermarché

On note:

#mx: le nombre d’employés de l’entreprise de Maxime.

#mo: le nombre d’employés de l’entreprise de Mohamed.

#ma: le nombre d’employés de l’entreprise de Mamadou.

#ss: le nombre d’employés du supermarché.

On a:

$$\left.\begin{array}{l} \#mx \geq \#mo \\ \#mx \geq \#ma \end{array}\right\}$$

max(min(#mx, #ma, #ma).
Mais on ne peut pas savoir si #ma ≥#mo ou non.

La réponse: on ne peut pas le savoir.

Problème #4: Monastir ou Djerba!

On sait que: $\overline{x\,ou\,y} = \overline{x}\,et\,\overline{y}$

La negation de (Je passerai mes vacances d’été à Monastir ou à Djerba) = Je ne passerai pas mes vacances d’été Monastir ni à Djerba.

Problème #5: divisble par 8

Si n est impair, alors n^2-1 est un multiple de 8.

On note par: a | m, a divise m.

$$montrez\ que\ si: n \in \mathbb{Z}^+\ et\ n\ est\ impair, alors\ 8|n^2-1$$

<u>Démonstration par induction:</u>

- **Cas de base:**

$1 \in \mathbb{Z}, et\ 1\ est\ impair => 8|1^2-1=0\ est\ correcte.$

- **Pas(step of induction) d'induction:**
  - <u>Hypothèse d'induction:</u>

$On\ suppose\ que\ pour\ tout\ n \in Z(n \geq 1), tel\ que\ n\ est\ impair\ que\ 8|n^2-1.$

- <u>Montrons que:</u>

$8|(n+2)^2-1, tel que\ n+2\ est\ l'\ entier\ impair\ directement\ supérieur\ à\ n.$

$$on\ a: 8|n^2-1 => n^2-1=8q$$

$$(n+2)^2-1=n^2+4n+4-1=n^2-1+4n+4=8q+4(n+1)$$
$$n\ est\ impair <=> n+1\ est\ pair <=> n+1=2k$$
$$donc: (n+2)^2-1=8q+4(n+1)=8q+4.2k=8(q+k)$$
$$(n+2)^2-1=8k' <=> \text{le}\ reste\ de\ la\ division\ de\ (n+2)^2-1\ par\ 8=0$$

Si n est impair, alors n^2-1 est un multiple de 8. Cette proposition est vraie.

Probléme #6: Bien réfléchir

1

On considère la proposition : "Les personnes qui parlent trop ne réfléchissent pas souvent".

Q6 - Parmi les propositions suivantes, laquelle est équivalente à la proposition énoncée ?

- ◯ Les personnes qui parlent trop ne réfléchissent pas.
- ◯ Les personnes qui réfléchissent souvent ne parlent pas trop.
- ◯ Les personnes qui réfléchissent souvent parlent trop.
- ◯ Les personnes qui ne parlent pas trop réfléchissent souvent.
- ◯ Aucune des réponses précédentes

Probléme #7: Quelle explication

Q7 - Quelle est la ligne ou il y a une erreur de raisonnement par rapport à la ligne précédente: On souhaite mettre 0,999999 sous la forme d'un nombre rationnel

- ◯ On pose donc x = 0,999999
- ◯ Donc 10 x = 9,99999
- ◯ Donc 10 x = 9 + 0,99999
- ◯ Donc 10 x = 9 + x
- ◯ Donc 9 x = 9
- ◯ Donc x = 1 (alors qu'au départ on avait x = 0,999999)

Probléme #8: le casier d’Ahmed

Soit **code** le code, à trois chiffre (c1 c2 c3), à rechercher.

Supposition #1: l'ajout de 3 modifie le chiffre des dizaines du code

$$\begin{array}{lr} & c1\ c2\ c3 \\ + & 3 \\ \hline = & c1\ c2\ n3 \end{array}$$

=> $c3 \in [0, 6]$ et $n3 \in [3, 9]$

on sait que $c1 + c2 + n3 = (c1 + c2 + c3) / 3$

=> $3\ c1 + 3\ c2 + 3\ n3 = c1 + c2 + c3$

$\boxed{\Rightarrow \mathbf{2\ c1 + 2\ c2 + 3\ n3 = c3}}$

on sait que :

$$\left.\begin{array}{l} c1 \in [1, 9] \\ c2 \in [0, 9] \\ n3 \in [3, 9] \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2\ c1 \geq 2 \\ 2\ c2 \geq 0 \\ \mathbf{3\ n3 \geq 9} \\ c3 \in [3, 9] \end{array}\right\}$$

3n3 ≥ 9 => Impossible d'avoir cette égalité:
Parce que:
2 c1 + 2 c2 + 3 n3 = c3
min(c1) = 1, min(c2) = 0 et
min(n3) = 3, donc
2 + 3 * 3 > c3

La supposition #1 est fausse.

Supposition #2: l'ajout de 3 ne modifie les chiffres des dizaines et des centaines du code

$$\begin{array}{lr} & c1\ c2\ c3 \\ + & 3 \\ \hline = & c1\ n2\ n3 \end{array}$$

$$\begin{array}{lr} & 1\ \ \\ & c1\ c2\ 7 \\ + & 3 \\ \hline = & c1\ n2\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{lr} & 1\ \ \\ & c1\ c2\ 8 \\ + & 3 \\ \hline = & c1\ n2\ 1 \end{array} \qquad \begin{array}{lr} & 1\ \ \\ & c1\ c2\ 9 \\ + & 3 \\ \hline = & c1\ n2\ 2 \end{array}$$

=> $c3 \in [7, 9]$, $n3 \in [0, 2]$ et $n2 = c2 + 1$

$c1 + n2 + n3 = (c1 + c2 + c3) / 3$

<=> $\boxed{\mathbf{2\ c1 + 2\ c2 + 3\ n3 = c3 - 3}}$

$$\left.\begin{array}{l} c1 \geq 1 \\ c2 \in [0, 8] \\ c3 \in [7, 9] \\ n3 \in [0, 2] \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} 2\ c1 \geq 1 \\ 2\ c2 \geq 0 \\ 3\ n3 \geq 0 \end{array}\right\}$$

min(c1) = 1, min(c2) = 0 et min(n3) = 0, donc
2 ≤ c3 – 3 avec c3 ∈ [7, 9]

On cherche le max de c1 et c2.

max(c1) = ?
En mettant c2 = 0 et n3 = 0, et en testant chaque valeur de c1 de l'intervalle [1, 9], puis on vérifie si le résultat trouvé est égale à c3 – 3.
Pour c1 = 4: 2 * 4 > c3 – 3
Pour c1 = 3: 2 * 3 = c3 – 3, si c3 = 9
Donc c1 ∈ [1, 3]:

On fait la même chose pour c2 et n3.
Pour: c1 ∈[1, 3], c2 ∈[0, 3] donc on peut avoir avec une certaine combinaison:
2 c1 + 2 c2 + 3 n3 ≤ c3 - 3

On a:

$2\,c1 + 2\,c2 + 3\,n3 = c3 - 3$
$c1 \in [1, 3]$, $c2 \in [0, 3]$, $c3 \in [7, 9]$, $n3 \in [0, 2]$

recherche du code

- **<u>Prenons $c3 = 7 \Rightarrow n3 = 0$</u>**

  $2\,c1 + 2\,c2 = 4$

  - prenons $c2 = 0 \Rightarrow c1 = 2$

    Code = 207
    Vérification:
    $207 + 3 = 210$
    $2+1+0 = (2+0+7) / 3 \iff 3 = 9 / 3$

  - prenons $c2 = 1 \Rightarrow c1 = 1$

    Code = 117
    Vérification:
    $117 + 3 = 120$
    $1+2+0 = (1+1+7) / 3 \iff 3 = 9 / 3$

  - prenons $c2 = 2 \Rightarrow c1 = 0$

    Impossible, parce que $c1 \geq 1$

- **<u>Prenons $c3 = 8 \Rightarrow n3 = 1$</u>**

  $2\,c1 + 2\,c2 + 3 = 5$

  $2\,c1 + 2\,c2 = 2$

  - prenons $c2 = 0 \Rightarrow c1 = 2$

    Code = 108
    Vérification:
    $108 + 3 = 111$
    $1+1+1 = (1+0+8) / 3 \iff 3 = 9 / 3$

  - prenons $c2 = 1 \Rightarrow c1 = 0$

    Impossible, parce que $c1 \geq 1$

- **<u>Prenons c3 = 9=> n3 = 2</u>**

  2 c1 + 2 c2 + 3 * 2 = 9 - 3

  2 c1 + 2 c2 = 0

Impossible d'avoir cette égalité parce que:
2 c1 + 2 c2 ≥ 1, puisque parce que c1 ≥ 1

Probléme #9: quelle heure est-il ?

https://www.ilemaths.net/sujet-probleme-d-heure-245009.html

Soit **pa**: la petite aiguille et **ga** la grande aiguille.

ga se déplace de 360° / h soit 6° / mn.

pa se déplace 12 fois plus vite que **ga** => **pa** se déplace de (6 / 12)°/m = 0.5 / mn.

Durant un durée ***T***, si **ga** parcoure ***k***°, pour avoir une opposition rigoureuse il faut que **pa** parcoure ***k*°+*180*** durant la méme période.

Pour **pa**, *T = k / 0.5*

Pour **ga**, *T= (180+k) / 6*

=> k/0.5 = (180+k) / 6 => k = 16.3636°.

Durant une période si ga parcoure 16.3636°, il faut que pa parcoure 196.3636°, pour obtenir une opposition.

Si **pa** est sur minuit, pour que **ga** soit pafaitement alignée, il faut **ga** qu'elle parcoure 16.3636°, soit 16.3636 / 0.5 = **<u>32 mn et 43.632 s</u>**

la premiére opposition est à 0h 32 mn et 43.632 s.

Aprés 32 mn et 43.632 s, **ga** sera superposé sur **pa**. Pour on peut avoir une nouvelle opposition qu'aprés (32 mn et 43.632 s) * 2 =   64 mn 87.264 s = 65 mn 27.264 s

La deuxième opposition est à: 0 h 32 mn 43.632 s + 65 m 27.264 s = 1 h 37 mn 70.896 s = 1 h 38 mn 10.896 s

1 h 38 mn 10.896 s + 65 mn 27.264 s = 1 h 103 mn 38.16 s = 2h 43 mn 38.16 s

Mourad NOUAILI

Calcul des oppositions des aiguilles
0h 32 mn et 43.632 s.
0 h 32 mn 43.632 s + 65 m 27.264 s = 1 h 37 mn 70.896 s = 1 h 38 mn 10.896 s
1 h 38 mn 10.896 s + 65 mn 27.264 s = 1 h 103 mn 38.16 s = 2h 43 mn 38.16 s
2h 43 mn 38.16 s + 65 mn 27.264 s = 3 h 49 mn 5.424 s
3 h 49 mn 5.424 s + 65 mn 27.264 s = 4 h 54 mn 32.688 s
4 h 54 mn 32.688 s + 65 mn 27.264 s = 5 h 59 mn 59.952 s
5 h 59 mn 59.952 s + 65 mn 27.264 s = 7 h 5 mn 27.216 s
7 h 5 mn 27.216 s + 65 mn 27.264 s = 8 h 10 mn 54.480 s
8 h 10 mn 54.480 s + 65 mn 27.264 s = 9 h 16 mn 21.744 s
9 h 16 mn 21.744 s + 65 mn 27.264 s = 10 h 21 mn 49.008 s
10 h 21 mn 49.008 s + 65 mn 27.264 s = 11 h 27 mn 16.272 s

La réponse est 10 h 21 mn 49 s

Mourad NOUAILI

Probléme #10: Le nombre d'Emna

$$soit\ n\ un\ nombre\ positif\ de\ quatre\ chiffre\ c_1 c_2 c_3 c_4$$
$$11|n <=> 11|c_2+c_4-(c_1+c_3)$$

$$on\ a: \begin{cases} c_2+c_4-(c_1+c_3)=11q \\ c_1+c_2+c_3+c_4=11 \end{cases} <=> 11q+2c_1+2c_3=11$$
$$c_1+c_3=\frac{11-11q}{2} \quad , \quad q<0\ et\ 2|11-11q$$

$$On\ peut\ avoir\ plusieurs\ nombre\ d'\ Emna\ en\ fonction\ de\ valeur\ de\ q\ choisi.$$

$$on\ prend\ q=-1 <=> c_1+c_3=11$$
$$On\ prend\ c_1=2\ et\ c_3=9 <=> c_2+c_4-(2+9)=c_2+c_4-11=11 <=> c_2+c_4=0 <=> c_2=0\ \text{et}\ c_4=0.$$

$$c_1=2,\ \ c_2=0,\ \ c_3=9,\ \ c_4=0$$

Un nombre d'Emna est 2090

2090 = 11 * 190

2+0+9+0 = 11