

## E.2 Complete results on real-world and artificial data sets

Table 9: Results for  $K$ -means on real data sets (number of clusters selected by each method).

dataset	$K^*$	Stadion		Stadion		WG	Sil	Lange	DB	RT	CH	Dunn	XB	Gap	Ben-Hur
		max	mean	max (ext)	mean (ext)										
crabs	4	4	4	5	5	4	4	4	4	4	28	30	24	2	5
faithful	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	26	28	2	2
iris	3	2	2	2	2	2	2	2	30	30	2	2	30	6	2
MFDS_UMAP	10	10	10	10	10	10	10	8	10	10	30	8	8	3	5
MNIST_UMAP	10	10	8	8	8	10	7	7	7	7	30	7	7	3	14
USPS_UMAP	10	8	5	8	8	5	5	4	5	5	29	5	5	13	8
wine_UMAP	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	30	3	3	3	4
Number of wins	7	<b>5</b>	4	3	3	<b>5</b>	4	3	4	4	1	1	1	2	1

Table 10: Results for  $K$ -means on real data sets (ARI of the partition selected by each method).

dataset	$K^*$	$ARI_{K^*}$	Stadion		Stadion		WG	Sil	Lange	DB	RT	CH	Dunn	XB	Gap	Ben-Hur
			max	mean	max (ext)	mean (ext)										
crabs	4	0.72	0.72	0.72	0.70	0.70	0.72	0.72	0.72	0.72	0.72	0.19	0.18	0.22	0.40	0.70
faithful	2	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.07	0.07	0.99	0.99
iris	3	0.62	0.57	0.57	0.57	0.57	0.57	0.57	0.57	0.13	0.13	0.57	0.57	0.13	0.35	0.57
MFDS_UMAP	10	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.77	0.94	0.94	0.51	0.77	0.77	0.34	0.54
MNIST_UMAP	10	0.92	0.92	0.77	0.77	0.77	0.92	0.65	0.65	0.65	0.65	0.46	0.65	0.65	0.30	0.81
USPS_UMAP	10	0.69	0.75	0.50	0.75	0.75	0.50	0.50	0.44	0.50	0.50	0.39	0.50	0.50	0.66	0.75
wine_UMAP	3	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.11	0.80	0.80	0.80	0.69
Average ARI		0.81	<b>0.81</b>	0.76	0.79	0.79	0.78	0.74	0.71	0.68	0.68	0.46	0.51	0.45	0.55	0.72
Average rank		4.50	<b>4.93</b>	6.57	6.29	6.29	6.00	7.21	8.64	8.29	8.29	12.21	10.57	11.50	10.57	8.14

Table 11: Results for Ward on real data sets (number of clusters selected by each method).

dataset	$K^*$	Stadion-max	Stadion-mean	WG	Sil	Lange	DB	RT	CH	Dunn	XB	Ben-Hur
crabs	4	4	1	5	4	4	28	5	30	29	30	6
faithful	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
iris	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
MFDS_UMAP	10	10	10	10	10	10	10	10	30	8	8	5
MNIST_UMAP	10	7	8	10	7	7	7	7	11	7	7	2
USPS_UMAP	10	5	5	5	5	5	5	5	30	5	5	8
wine_UMAP	3	3	3	3	3	3	3	3	30	3	3	4
Number of wins	7	<b>4</b>	3	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	3	3	1	2	2	1

Table 12: Results for Ward on real data sets (ARI of partition selected by each method).

dataset	$K^*$	$ARI_{K^*}$	Stadion-max	Stadion-mean	WG	Sil	Lange	DB	RT	CH	Dunn	XB	Ben-Hur
crabs	4	0.66	0.66	0.00	0.64	0.66	0.66	0.18	0.64	0.17	0.17	0.17	0.60
faithful	2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
iris	3	0.63	0.54	0.54	0.54	0.54	0.54	0.54	0.54	0.54	0.54	0.54	0.54
MFDS_UMAP	10	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.52	0.77	0.77	0.54
MNIST_UMAP	10	0.93	0.65	0.77	0.93	0.65	0.65	0.65	0.65	0.89	0.65	0.65	0.19
USPS_UMAP	10	0.69	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.39	0.50	0.50	0.73
wine_UMAP	3	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.11	0.80	0.80	0.69
Average ARI		0.81	0.73	0.65	<b>0.77</b>	0.73	0.73	0.66	0.73	0.52	0.63	0.63	0.61
Average rank		3.36	5.86	7.64	<b>5.36</b>	5.86	5.86	7.29	6.29	8.86	7.79	7.57	7.93

Table 13: Results for GMM on real data sets (number of clusters selected by each method).

dataset	$K^*$	Stadion-max (ext)	Stadion-mean (ext)	BIC	WG	Sil	Lange	DB	RT	CH	Dunn	XB	Ben-Hur
crabs	4	4	9	4	4	4	4	24	4	19	21	21	4
faithful	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
iris	3	2	2	2	2	2	2	30	30	2	2	30	2
MFDS_UMAP	10	10	10	18	10	10	9	10	10	10	8	8	2
MNIST_UMAP	10	10	9	19	9	7	7	7	7	11	7	7	4
USPS_UMAP	10	9	9	19	5	5	5	5	5	17	2	2	2
wine_UMAP	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	4
Number of wins	7	<b>5</b>	3	2	4	4	3	3	4	3	2	2	2

Table 14: Results for GMM on real data sets (ARI of the partion selected by each method).

dataset	$K^*$	$ARI_{K^*}$	Stadion-max (ext)	Stadion-mean (ext)	BIC	WG	Sil	Lange	DB	RT	CH	Dunn	XB	Ben-Hur
crabs	4	0.79	0.79	0.55	0.79	0.79	0.79	0.79	0.30	0.79	0.33	0.32	0.32	0.79
faithful	2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
iris	3	0.90	0.57	0.57	0.57	0.57	0.57	0.57	0.15	0.15	0.57	0.57	0.15	0.57
MFDS_UMAP	10	0.94	0.94	0.94	0.78	0.94	0.94	0.85	0.94	0.94	0.94	0.77	0.77	0.14
MNIST_UMAP	10	0.93	0.93	0.84	0.67	0.84	0.65	0.65	0.65	0.65	0.89	0.65	0.65	0.40
USPS_UMAP	10	0.70	0.76	0.76	0.56	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.63	0.19	0.19	0.19
wine_UMAP	3	0.80	0.80	0.80	0.68	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.68
Average ARI		0.87	<b>0.83</b>	0.78	0.72	0.78	0.75	0.74	0.62	0.69	0.74	0.61	0.55	0.54
Average rank		3.93	<b>4.43</b>	5.50	7.29	5.79	6.50	7.14	8.57	7.36	5.79	9.07	9.93	9.71

Table 15: Results for  $K$ -means on artificial data sets (number of clusters selected by each method).

dataset	$K^*$	Stadion		Stadion		WG	Sil	Lange	DB	RT	CH	Dunn	XB	Gap	Ben-Hur
		max	mean	max (ext)	mean (ext)										
2d-10c	9	9	8	9	9	9	9	3	9	9	20	5	5	9	3
2d-3c-no123	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	9	2	2	3	3
2d-4c	4	3	4	4	3	4	3	2	4	4	20	3	3	9	7
2d-4c-no4	4	7	5	14	12	5	5	5	5	7	8	2	2	8	8
2d-4c-no9	4	5	4	6	6	4	2	2	5	3	15	20	20	4	8
3clusters_elephant	3	2	3	3	3	2	2	3	2	2	2	20	20	2	3
4clusters_corner	4	3	3	3	3	2	2	4	2	2	2	2	2	3	4
4clusters_twins	4	6	6	6	6	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3
5clusters_stars	5	5	5	5	5	3	3	3	3	3	5	20	20	3	6
A1	20	20	20	20	20	20	17	2	16	17	20	17	18	2	22
A2	35	37	38	38	36	34	34	7	34	32	36	37	37	14	2
curves1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20	2	2	2	2
D31	31	34	32	31	31	31	31	6	31	31	31	32	32	3	7
diamond9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	3	5
dim032	16	17	17	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	17	14
dim064	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	17	14
dim1024	16	16	16	16	16	16	16	16	20	20	16	16	20	19	2
dim128	16	16	16	16	16	16	16	16	20	20	16	16	20	17	14
dim256	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	19	3
dim512	16	16	16	16	16	16	16	16	20	20	16	16	20	20	2
DS-577	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	5
DS-850	5	5	5	6	6	5	5	4	4	4	16	20	20	5	5
ds4c2sc8	8	7	7	7	7	7	6	7	7	6	16	20	20	2	7
elliptical_10_2	10	10	10	10	10	10	10	10	9	10	10	10	16	2	3
elly-2d10c13s	10	5	15	10	14	5	5	5	10	5	16	20	20	2	7
engytime	2	2	4	2	4	3	3	2	3	3	3	20	20	3	6
exemples1_3g	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	3	7
exemples10_WellS_3g	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	6
exemples2_5g	5	5	5	5	5	5	5	2	5	5	5	2	3	5	5
exemples3_Uvar_4g	4	6	6	9	9	6	5	6	5	9	6	7	7	3	8
exemples4_overlap_3g	3	3	3	3	5	3	3	3	3	3	5	14	14	3	4
exemples5_overlap2_3g	3	2	9	4	12	4	4	2	9	4	9	20	17	2	7
exemples6_quicunx_4g	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	7
exemples7_elbow_3g	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	7
exemples8_Overlap_Uvar_5g	6	5	5	5	5	4	3	3	4	3	5	19	19	3	7
exemples9_YoD_6g	6	5	5	5	5	5	5	2	5	5	6	2	5	5	6
fourty	40	39	39	40	39	39	39	40	34	24	40	23	23	2	4
g2-16	2	2	2	2	2	2	2	2	20	20	2	2	20	2	2
g2-2	2	2	4	2	16	2	2	2	19	9	2	18	18	2	4
g2-64	2	2	2	2	2	20	4	2	20	6	5	18	20	2	2
hepta	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	2	8
long1	2	2	2	2	2	2	4	2	4	4	12	2	2	4	4
long2	2	2	2	2	2	2	4	2	4	4	12	2	2	10	8
long3	2	2	2	2	2	2	2	2	3	4	10	2	2	3	3
longsquare	6	8	6	10	5	2	2	3	5	2	20	2	20	3	3
R15	15	15	15	15	15	15	8	15	15	15	15	8	8	2	8
s-set1	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	3	6
s-set2	15	15	15	15	15	15	15	2	15	15	15	15	15	3	5
s-set3	15	15	15	15	15	15	15	3	15	4	15	9	17	2	10
s-set4	15	15	15	15	15	15	14	2	14	11	15	20	20	3	8
sizes1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
sizes2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	6	6
sizes3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	6	4	4	6	4
sizes4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	6	2	2	2	4
sizes5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	6	3	3	2	6
spherical_4_3	4	4	4	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	2
spherical_5_2	5	5	5	5	6	5	5	2	5	4	5	20	20	2	5
spherical_6_2	6	6	6	6	5	6	4	4	6	4	6	4	4	6	4
square1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
square2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	20	20	4	4
square3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	20	20	4	5
square4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	20	20	4	4
square5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	20	18	3	4
st900	9	9	9	11	9	9	9	9	9	9	9	16	20	2	9
tetra	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
triangle1	4	5	5	7	6	4	4	4	4	4	6	4	4	6	7
triangle2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5
twenty	20	21	21	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	2	2
twodiamonds	2	2	2	2	2	4	4	2	4	4	20	20	20	4	4
wingnut	2	1	1	2	6	2	2	2	20	4	20	20	20	2	8
xclara	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	2	2	3	7
zelnik2	3	8	5	11	9	15	3	2	5	12	20	20	20	3	3
zelnik4	5	8	8	10	9	8	4	4	4	13	20	20	20	8	3
Number of wins	73	50	51	<b>56</b>	48	53	46	45	40	37	41	26	22	26	20

Table 16: Results for  $K$ -means on artificial data sets (ARI of the partition selected by each method).

dataset	$K^*$	$ARI_{K^*}$	Stadion		Stadion		WG	Sil	Lange	DB	RT	CH	Dunn	XB	Gap	Ben-Hur
			max	mean	max (ext)	mean (ext)										
2d-10c	9	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	0.48	1.00	1.00	0.65	0.69	0.69	1.00	0.48
2d-3c-no123	3	0.67	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76	0.34	0.76	0.76	0.76	0.67	0.67
2d-4c	4	1.00	0.83	1.00	1.00	0.83	1.00	0.83	0.64	1.00	1.00	0.24	0.83	0.83	0.44	0.55
2d-4c-no4	4	0.74	0.64	0.71	0.48	0.50	0.71	0.71	0.71	0.71	0.64	0.58	0.73	0.73	0.58	0.58
2d-4c-no9	4	0.87	0.82	0.87	0.76	0.76	0.87	0.48	0.48	0.83	0.69	0.34	0.27	0.27	0.87	0.55
3clusters_elephant	3	0.74	0.61	0.74	0.74	0.74	0.61	0.61	0.74	0.61	0.61	0.61	0.17	0.17	0.61	0.74
4clusters_corner	4	0.58	0.92	0.92	0.92	0.92	0.74	0.74	0.44	0.74	0.74	0.74	0.74	0.74	0.28	0.44
4clusters_twins	4	0.66	0.65	0.65	0.65	0.65	0.28	0.28	0.74	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.92	0.92
5clusters_stars	5	0.71	0.71	0.71	0.71	0.71	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.71	0.28	0.28	0.53	0.58
A1	20	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.82	0.09	0.76	0.82	0.94	0.82	0.85	0.09	0.89
A2	35	0.90	0.96	0.95	0.95	0.93	0.91	0.91	0.28	0.91	0.88	0.93	0.92	0.92	0.50	0.06
curves1	2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.10	1.00	1.00	1.00	1.00
D31	31	0.92	0.93	0.95	0.92	0.92	0.92	0.92	0.25	0.92	0.92	0.92	0.90	0.90	0.11	0.31
diamond9	9	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.32	0.53
dim032	16	1.00	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.88
dim064	16	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.88
dim1024	16	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.11
dim128	16	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	1.00	1.00	0.99	1.00	0.88
dim256	16	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.18
dim512	16	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	1.00	1.00	0.99	0.99	0.12
DS-577	3	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.69
DS-850	5	0.88	0.87	0.87	0.83	0.83	0.88	0.88	0.76	0.76	0.76	0.46	0.37	0.37	0.88	0.87
ds4c2sc8	8	0.65	0.71	0.71	0.71	0.71	0.71	0.61	0.71	0.71	0.61	0.57	0.48	0.48	0.15	0.71
elliptical_10_2	10	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.88	0.98	0.98	0.98	0.80	0.19	0.28
elly-2d10c13s	10	0.34	0.34	0.36	0.34	0.36	0.34	0.34	0.34	0.34	0.34	0.34	0.29	0.29	0.10	0.34
engytime	2	0.81	0.81	0.50	0.81	0.50	0.56	0.56	0.81	0.56	0.56	0.56	0.10	0.10	0.56	0.31
examples1_3g	3	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.57	0.57	0.96	0.50
examples10_WellS_3g	3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.58
examples2_5g	5	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.37	1.00	1.00	1.00	0.37	0.48	1.00	1.00
examples3_Uvar_4g	4	0.53	0.78	0.78	0.79	0.79	0.78	0.79	0.78	0.79	0.79	0.78	0.81	0.81	0.49	0.80
examples4_overlap_3g	3	0.59	0.59	0.59	0.59	0.28	0.59	0.59	0.58	0.59	0.59	0.28	0.10	0.10	0.59	0.35
examples5_overlap_2_3g	3	0.25	0.44	0.12	0.35	0.10	0.35	0.35	0.44	0.12	0.35	0.12	0.06	0.07	0.44	0.16
examples6_quicunx_4g	4	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.63
examples7_elbow_3g	3	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.51	0.97	0.97	0.56
examples8_Overlap_Uvar_5g	6	0.76	0.83	0.83	0.83	0.83	0.61	0.56	0.71	0.61	0.56	0.83	0.30	0.30	0.71	0.51
examples9_YoD_6g	6	0.76	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.45	0.83	0.83	0.76	0.45	0.83	0.83	0.76
fourty	40	0.85	0.94	0.94	0.85	0.94	0.94	0.94	1.00	0.82	0.69	0.85	0.67	0.67	0.05	0.13
g2-16	2	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91	0.09	0.09	0.91	0.91	0.09	0.91	0.91
g2-2	2	0.25	0.25	0.11	0.25	0.03	0.25	0.25	0.25	0.03	0.06	0.25	0.03	0.03	0.25	0.11
g2-64	2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.10	0.50	1.00	0.10	0.33	0.42	0.12	0.10	1.00	1.00
hepta	7	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.27	0.96
long1	2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.50	1.00	0.50	0.50	0.20	1.00	1.00	0.50	0.50
long2	2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.49	1.00	0.49	0.49	0.19	1.00	1.00	0.22	0.28
long3	2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.42	0.39	0.14	1.00	1.00	0.42	0.42
longsquare	6	0.80	0.85	0.80	0.84	0.81	0.27	0.27	0.57	0.81	0.27	0.45	0.27	0.45	0.57	0.57
R15	15	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.26	0.99	0.99	0.99	0.99	0.26	0.26	0.12	0.26
s-set1	15	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.23	0.48
s-set2	15	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.13	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.23	0.39
s-set3	15	0.73	0.73	0.73	0.73	0.73	0.73	0.73	0.21	0.73	0.29	0.73	0.53	0.70	0.11	0.55
s-set4	15	0.63	0.63	0.63	0.63	0.63	0.63	0.62	0.11	0.62	0.53	0.63	0.59	0.59	0.20	0.44
sizes1	4	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96
sizes2	4	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.88	0.88	0.48	0.48
sizes3	4	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.39	0.94	0.94	0.39	0.94
sizes4	4	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.33	0.78	0.78	0.78	0.93
sizes5	4	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.29	0.91	0.91	0.83	0.29
spherical_4_3	4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.50	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.50
spherical_5_2	5	0.86	0.86	0.86	0.86	0.87	0.86	0.86	0.32	0.86	0.68	0.86	0.33	0.33	0.32	0.88
spherical_6_2	6	1.00	1.00	1.00	1.00	0.82	1.00	0.68	0.68	1.00	0.68	1.00	0.68	0.68	1.00	0.68
square1	4	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95
square2	4	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.27	0.27	0.92	0.92
square3	4	0.86	0.86	0.86	0.86	0.86	0.86	0.86	0.86	0.86	0.86	0.86	0.25	0.25	0.86	0.74
square4	4	0.79	0.79	0.79	0.79	0.79	0.79	0.79	0.79	0.79	0.79	0.79	0.23	0.23	0.79	0.79
square5	4	0.68	0.68	0.68	0.68	0.68	0.68	0.68	0.68	0.68	0.68	0.68	0.19	0.21	0.48	0.68
st900	9	0.83	0.83	0.83	0.75	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.57	0.51	0.17	0.83
tetra	4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
triangle1	4	0.98	0.91	0.91	0.88	0.89	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.89	0.98	0.98	0.89	0.87
triangle2	4	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.79	0.79	0.79	0.79	0.79
twenty	20	0.93	0.99	0.99	0.93	0.93	0.93	0.93	1.00	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.10	0.10
twodiamonds	2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.50	0.50	1.00	0.50	0.50	0.10	0.10	0.10	0.50	0.50
wingnut	2	0.67	0.00	0.00	0.67	0.34	0.67	0.67	0.67	0.11	0.51	0.11	0.11	0.11	0.67	0.23
xclara	3	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.56	0.99	0.99	0.99	0.56	0.56	0.99	0.49
zelnik2	3	0.47	0.63	0.54	0.66	0.64	0.54	0.47	0.42	0.54	0.66	0.69	0.69	0.69	0.47	0.47
zelnik4	5	0.68	0.74	0.74	0.76	0.76	0.75	0.65	0.65	0.65	0.77	0.67	0.67	0.67	0.74	0.43
Average ARI		0.85	<b>0.86</b>	0.85	<b>0.86</b>	0.84	0.83	0.79	0.75	0.78	0.77	0.70	0.65	0.66	0.63	0.59
Average rank		6.47	<b>6.02</b>	6.12	6.13	6.42	6.62	7.51	7.93	8.11	8.19	8.71	10.11	10.27	10.38	10.99
p-value vs Stadion-max		<b>0.17</b>	-	<b>0.77</b>	<b>0.23</b>	<b>0.16</b>	<b>0.23</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Table 17: Results for Ward on artificial data sets (number of clusters selected by each method).

dataset	$K^*$	Stadion-max	Stadion-mean	WG	Sil	Lange	DB	RT	CH	Dunn	XB	Ben-Hur
2d-10c	9	9	5	9	9	2	9	9	17	5	5	11
2d-3c-no123	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20	2
2d-4c	4	4	3	4	3	2	4	4	20	3	3	5
2d-4c-no4	4	4	4	4	4	4	5	7	8	3	4	4
2d-4c-no9	4	4	4	6	2	2	6	2	16	2	2	6
3clusters_elephant	3	3	3	2	2	2	2	2	2	20	20	3
4clusters_corner	4	3	3	2	2	4	2	2	2	2	3	2
4clusters_twins	4	3	3	2	2	3	2	2	2	2	3	3
5clusters_stars	5	1	1	4	3	5	4	3	5	4	5	3
A1	20	20	20	20	11	2	19	10	21	2	2	2
A2	35	35	35	35	32	35	35	32	35	35	40	8
curves1	2	2	2	2	2	2	2	2	20	2	2	2
D31	31	31	31	30	28	31	28	31	31	31	31	35
diamond9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	2
dim032	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	5
dim064	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	2
dim1024	16	16	16	16	16	16	20	20	16	16	20	2
dim128	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	13
dim256	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	2
dim512	16	16	16	16	16	16	20	20	16	16	20	2
DS-577	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
DS-850	5	5	5	5	5	2	4	4	8	4	5	7
ds4c2sc8	8	1	1	6	6	7	6	5	17	20	20	3
elliptical_10_2	10	10	10	10	9	10	10	10	10	2	5	11
elly-2d10c13s	10	8	15	6	4	7	15	13	19	20	20	3
engtime	2	1	1	3	3	2	4	3	3	15	20	2
examples1_3g	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	3
examples10_WellS_3g	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
examples2_5g	5	5	5	5	5	2	5	5	5	2	3	6
examples3_Uvar_4g	4	4	4	6	5	2	5	9	6	9	4	4
examples4_overlap_3g	3	2	7	3	3	3	3	3	8	18	20	3
examples5_overlap2_3g	3	2	2	2	2	2	2	7	8	2	2	2
examples6_quicunx_4g	4	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4
examples7_elbow_3g	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	5
examples8_Overlap_Uvar_5g	6	5	5	4	4	4	4	3	4	3	4	4
examples9_YoD_6g	6	5	6	5	4	2	4	5	5	3	4	6
fourty	40	42	42	40	40	40	40	40	40	40	40	4
g2-16	2	2	2	2	2	2	20	20	2	18	20	2
g2-2	2	1	1	2	2	2	16	7	2	18	20	2
g2-64	2	2	2	3	2	2	20	20	3	20	20	2
hepta	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	8
long1	2	2	2	2	3	2	4	6	11	2	2	2
long2	2	2	2	2	2	2	4	4	20	2	2	2
long3	2	2	2	2	2	2	3	4	10	2	2	2
longsquare	6	5	5	2	2	2	5	2	6	2	2	3
R15	15	15	15	15	8	15	15	15	15	8	8	8
s-set1	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	12
s-set2	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	17
s-set3	15	15	15	15	11	15	11	4	15	20	20	2
s-set4	15	20	11	15	11	15	13	5	15	20	20	2
sizes1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
sizes2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
sizes3	4	4	4	4	4	4	4	4	5	4	4	4
sizes4	4	4	3	4	4	4	4	4	6	4	4	4
sizes5	4	2	3	4	4	4	4	4	6	4	4	4
spherical_4_3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
spherical_5_2	5	6	5	5	4	5	5	5	20	20	20	5
spherical_6_2	6	6	6	6	4	4	6	4	6	4	4	4
square1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
square2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	4
square3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	20	20	4
square4	4	4	5	4	4	4	4	4	4	20	20	3
square5	4	5	5	4	4	4	4	4	4	20	20	2
st900	9	9	13	10	9	9	9	9	10	9	9	3
tetra	4	4	4	4	4	4	4	4	4	20	20	4
triangle1	4	4	4	4	4	4	4	4	6	3	4	8
triangle2	4	4	4	4	4	2	4	4	5	4	4	4
twenty	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	27
twodiamonds	2	2	7	2	4	4	4	4	20	20	20	2
wingnut	2	2	10	2	2	2	20	4	20	2	2	2
xclara	3	3	3	3	3	2	3	3	3	2	2	3
zelnik2	3	11	5	20	5	3	6	20	20	20	20	5
zelnik4	5	5	5	19	4	4	4	19	20	19	19	4
Number of wins	73	<b>54</b>	49	<b>54</b>	45	51	41	40	39	33	34	31

Table 18: Results for Ward on artificial data sets (ARI of partition selected by each method).

dataset	$K^*$	$ARI_{K^*}$	Stadion-max	Stadion-mean	WG	Sil	Lange	DB	RT	CH	Dunn	XB	Ben-Hur
2d-10c	9	1.00	1.00	0.69	1.00	1.00	0.25	1.00	1.00	0.68	0.69	0.69	0.89
2d-3c-no123	3	0.74	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76	0.15	0.76
2d-4c	4	1.00	1.00	0.83	1.00	0.83	0.64	1.00	1.00	0.22	0.83	0.83	0.84
2d-4c-no4	4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.73	0.59	0.59	0.85	1.00	1.00
2d-4c-no9	4	0.96	0.96	0.96	0.79	0.50	0.50	0.79	0.50	0.31	0.50	0.50	0.81
3clusters_elephant	3	0.75	0.75	0.75	0.62	0.62	0.61	0.62	0.62	0.62	0.14	0.14	0.76
4clusters_corner	4	0.99	0.94	0.94	0.75	0.75	0.44	0.75	0.75	0.75	0.75	0.94	0.17
4clusters_twins	4	0.64	0.64	0.64	0.34	0.34	0.92	0.34	0.34	0.34	0.34	0.64	0.92
5clusters_stars	5	0.69	0.00	0.00	0.62	0.56	0.65	0.62	0.56	0.69	0.62	0.69	0.49
A1	20	0.96	0.96	0.96	0.96	0.61	0.09	0.92	0.56	0.95	0.09	0.09	0.09
A2	35	0.95	0.95	0.95	0.95	0.88	0.93	0.95	0.88	0.95	0.95	0.92	0.32
curves1	2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.10	1.00	1.00	1.00
D31	31	0.93	0.93	0.93	0.90	0.86	0.92	0.86	0.93	0.93	0.93	0.93	0.90
diamond9	9	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.18
dim032	16	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.34
dim064	16	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.08
dim1024	16	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.95	0.95	1.00	1.00	0.95	0.12
dim128	16	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.83
dim256	16	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.12
dim512	16	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.97	0.97	1.00	1.00	0.97	0.12
DS-577	3	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.99	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.99
DS-850	5	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.40	0.81	0.81	0.76	0.81	0.99	0.82
ds4c2sc8	8	0.69	0.00	0.00	0.58	0.58	0.71	0.58	0.53	0.58	0.50	0.50	0.27
elliptical_10_2	10	1.00	1.00	1.00	1.00	0.90	0.97	1.00	1.00	1.00	0.18	0.56	0.94
elly-2d10c13s	10	0.34	0.39	0.35	0.42	0.27	0.43	0.35	0.36	0.31	0.29	0.29	0.30
engytme	2	0.82	0.00	0.00	0.67	0.67	0.81	0.57	0.67	0.67	0.12	0.10	0.81
examples1_3g	3	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.57	0.57	0.94
examples10_WellS_3g	3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
examples2_5g	5	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.37	1.00	1.00	1.00	0.37	0.48	0.94
examples3_Uvar_4g	4	0.92	0.92	0.92	0.82	0.87	0.46	0.87	0.65	0.82	0.65	0.92	0.56
examples4_overlap_3g	3	0.75	0.59	0.22	0.75	0.75	0.41	0.75	0.75	0.17	0.07	0.07	0.41
examples5_overlap2_3g	3	0.39	0.79	0.79	0.79	0.79	0.79	0.79	0.16	0.13	0.79	0.79	0.79
examples6_quicunx_4g	4	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.29	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.91
examples7_elbow_3g	3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.80
examples8_Overlap_Uvar_5g	6	0.90	0.84	0.84	0.70	0.70	0.80	0.70	0.59	0.70	0.59	0.70	0.80
examples9_YoD_6g	6	0.90	0.84	0.90	0.84	0.70	0.45	0.70	0.84	0.84	0.59	0.70	0.90
fourty	40	1.00	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.13
g2-16	2	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.82	0.09	0.09	0.85	0.10	0.09	0.82
g2-2	2	0.18	0.00	0.00	0.18	0.18	0.21	0.04	0.06	0.18	0.03	0.03	0.21
g2-64	2	1.00	1.00	1.00	0.80	1.00	1.00	0.12	0.12	0.80	0.12	0.12	1.00
hepta	7	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.96
long1	2	1.00	1.00	1.00	1.00	0.75	1.00	0.55	0.37	0.22	1.00	1.00	1.00
long2	2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.56	0.56	0.11	1.00	1.00	1.00
long3	2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.47	0.31	0.12	1.00	1.00	1.00
longsquare	6	0.79	0.81	0.81	0.27	0.27	0.27	0.81	0.27	0.79	0.27	0.27	0.56
R15	15	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.26	0.98	0.98	0.98	0.26	0.26	0.26
s-set1	15	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.81
s-set2	15	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91	0.92	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91	0.90
s-set3	15	0.68	0.68	0.68	0.68	0.68	0.60	0.60	0.30	0.68	0.65	0.65	0.11
s-set4	15	0.58	0.58	0.58	0.50	0.58	0.50	0.54	0.29	0.58	0.58	0.58	0.09
sizes1	4	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95
sizes2	4	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97
sizes3	4	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.93	0.96	0.96	0.52	0.96	0.96	0.93
sizes4	4	0.97	0.97	0.93	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.34	0.97	0.97	0.97
sizes5	4	0.96	0.89	0.93	0.96	0.96	0.97	0.96	0.96	0.33	0.96	0.96	0.97
spherical_4_3	4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.91
spherical_5_2	5	0.88	0.82	0.88	0.88	0.71	0.88	0.88	0.88	0.33	0.33	0.33	0.88
spherical_6_2	6	1.00	1.00	1.00	1.00	0.68	0.68	1.00	0.68	1.00	0.68	0.68	0.68
square1	4	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91	0.93	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91	0.93
square2	4	0.86	0.86	0.86	0.86	0.86	0.88	0.86	0.86	0.86	0.86	0.80	0.88
square3	4	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.83	0.84	0.84	0.84	0.25	0.25	0.83
square4	4	0.73	0.73	0.66	0.73	0.73	0.70	0.73	0.73	0.73	0.24	0.24	0.55
square5	4	0.61	0.62	0.62	0.61	0.61	0.62	0.61	0.61	0.61	0.19	0.19	0.35
st900	9	0.74	0.74	0.64	0.75	0.74	0.73	0.74	0.74	0.75	0.74	0.74	0.32
tetra	4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.97	1.00	1.00	1.00	0.28	0.28	0.97
triangle1	4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.89	0.71	1.00	0.87
triangle2	4	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.45	0.98	0.98	0.79	0.98	0.98	0.97
twenty	20	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.90
twodiamonds	2	0.99	0.99	0.30	0.99	0.55	0.54	0.55	0.55	0.11	0.11	0.11	1.00
wingnut	2	1.00	1.00	0.23	1.00	1.00	1.00	0.11	0.53	0.11	1.00	1.00	1.00
xclara	3	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.56	0.99	0.99	0.99	0.56	0.56	0.99
zelnik2	3	0.58	0.71	0.63	0.55	0.63	0.49	0.74	0.55	0.55	0.55	0.55	0.51
zelnik4	5	0.69	0.69	0.69	0.66	0.65	0.65	0.65	0.66	0.66	0.66	0.66	0.65
Average ARI		0.89	<b>0.86</b>	0.82	<b>0.86</b>	0.82	0.78	0.80	0.76	0.71	0.68	0.70	0.70
Average rank		4.77	<b>5.25</b>	5.80	5.40	6.47	6.53	6.45	6.97	7.14	7.77	7.61	7.86
p-value vs Stadion-max		<b>0.20</b>	-	<b>0.03</b>	<b>0.56</b>	<b>0.004</b>	<b>0.01</b>	<b>0.006</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Table 19: Results for GMM on artificial data sets (number of clusters selected by each method).

dataset	$K^*$	Stadion-max (ext)	Stadion-mean (ext)	BIC	WG	Sil	Lange	DB	RT	CH	Dunn	XB	Ben-Hur
2d-10c	9	8	8	10	9	9	2	9	9	9	8	9	10
2d-3c-no123	3	3	9	3	3	3	2	5	3	10	3	3	3
2d-4c	4	10	10	4	4	3	2	4	4	4	3	3	4
2d-4c-no4	4	4	4	4	4	4	4	4	6	6	4	4	4
2d-4c-no9	4	3	3	4	2	2	2	4	2	15	3	3	4
3clusters_elephant	3	2	3	4	2	2	2	10	2	2	16	16	4
4clusters_corner	4	3	3	5	2	3	2	3	2	2	2	2	4
4clusters_twins	4	16	19	7	5	3	3	3	3	20	2	17	4
5clusters_stars	5	15	15	7	3	3	3	3	3	3	17	18	7
A1	20	20	18	20	21	18	2	23	18	21	25	18	4
A2	35	35	33	35	36	29	35	36	17	40	36	36	6
curves1	2	2	2	9	2	2	2	2	2	10	2	2	4
D31	31	33	24	31	32	27	31	27	32	32	32	32	36
diamond9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	4
dim032	16	16	16	9	16	16	16	16	16	16	16	16	13
dim064	16	16	16	4	16	16	16	20	20	16	16	20	14
dim1024	16	16	15	2	16	16	16	20	20	16	16	20	2
dim128	16	16	16	2	16	16	16	20	20	16	16	20	13
dim256	16	16	15	2	16	16	16	20	20	16	16	20	7
dim512	16	16	15	2	16	16	16	20	20	16	16	20	2
DS-577	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4
DS-850	5	5	9	5	5	5	5	4	3	16	2	5	5
ds4c2sc8	8	12	12	4	7	2	3	7	13	14	18	18	3
elliptical_10_2	10	10	12	10	10	9	10	10	10	10	5	5	5
elly-2d10c13s	10	10	10	7	2	2	5	2	2	17	11	11	3
engytime	2	2	2	2	2	4	2	4	4	5	19	2	5
exemples1_3g	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	2	2	6
exemples10_Wells_3g	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4
exemples2_5g	5	5	6	5	5	5	2	5	6	6	2	3	5
exemples3_Uvar_4g	4	8	8	4	5	4	3	7	5	5	5	5	7
exemples4_overlap_3g	3	3	3	3	3	3	3	3	3	6	3	3	4
exemples5_overlap2_3g	3	2	18	4	2	2	2	2	18	10	14	14	5
exemples6_quicunx_4g	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4
exemples7_elbow_3g	3	3	3	5	3	3	2	3	3	3	2	3	6
exemples8_Overlap_Uvar_5g	6	6	6	6	5	4	4	4	5	5	6	6	6
exemples9_YoD_6g	6	6	6	6	5	4	5	4	5	5	6	6	8
fourty	40	42	26	40	25	25	40	25	20	34	2	2	4
g2-16	2	2	2	2	2	2	2	20	20	2	2	20	2
g2-2	2	2	9	2	2	2	2	19	6	2	16	16	2
g2-64	2	2	2	1	2	2	2	20	20	2	2	20	2
hepta	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	8
long1	2	2	2	2	2	8	2	8	8	20	2	2	2
long2	2	2	2	2	2	8	2	8	8	12	2	2	4
long3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	17	2	2	3
longsquare	6	7	5	7	2	2	2	5	2	6	2	2	5
R15	15	15	15	15	15	8	15	15	15	15	8	8	8
s-set1	15	15	15	17	15	15	15	20	20	15	15	20	5
s-set2	15	15	15	19	16	10	15	12	12	16	12	15	2
s-set3	15	15	15	15	13	18	2	11	8	13	15	13	2
s-set4	15	15	15	19	15	2	3	2	7	15	12	12	4
sizes1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	4
sizes2	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4
sizes3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	6	4	4	4
sizes4	4	3	3	4	3	3	4	6	3	5	3	3	4
sizes5	4	4	4	4	4	4	4	4	6	7	3	3	5
spherical_4_3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
spherical_5_2	5	5	7	4	5	5	4	5	5	5	9	17	5
spherical_6_2	6	6	6	6	6	4	4	6	4	6	4	4	7
square1	4	4	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
square2	4	4	4	4	4	4	4	5	4	4	4	6	4
square3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	19	19	4
square4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	20	20	4
square5	4	4	5	4	4	4	4	4	4	4	13	13	4
st900	9	9	9	6	9	9	9	9	9	9	12	12	2
tetra	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
triangle1	4	9	9	4	4	4	4	4	4	9	4	4	2
triangle2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	4	4	5
twenty	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	2
twodiamonds	2	2	2	7	2	2	2	11	2	17	10	10	2
wingnut	2	2	7	6	2	2	2	18	16	16	16	16	2
xclara	3	3	3	3	3	3	3	6	3	3	2	2	5
zelnik2	3	20	20	3	18	11	3	18	13	19	18	18	3
zelnik4	5	17	18	5	17	4	5	20	20	20	16	17	3
Number of wins	73	<b>56</b>	43	48	52	45	48	34	33	37	34	28	28

Table 20: Results for GMM on artificial data sets (ARI of the partition selected by each method).

dataset	$K^*$	$ARI_{K^*}$	Stadion-max (ext)	Stadion-mean (ext)	BIC	WG	Sil	Lange	DB	RT	CH	Dunn	XB	Ben-Hur
2d-10c	9	1.00	0.99	0.99	0.95	1.00	1.00	0.25	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	0.95
2d-3c-no123	3	0.98	0.98	0.44	0.98	0.98	0.98	0.76	0.63	0.98	0.33	0.98	0.98	0.98
2d-4c	4	1.00	0.74	0.74	1.00	1.00	0.83	0.64	1.00	1.00	1.00	0.83	0.83	1.00
2d-4c-no4	4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.71	0.71	1.00	1.00	1.00
2d-4c-no9	4	1.00	0.85	0.85	1.00	0.49	0.49	0.50	1.00	0.49	0.49	0.85	0.85	1.00
3clusters_elephant	3	0.69	0.62	0.69	0.60	0.62	0.62	0.61	0.64	0.62	0.62	0.57	0.57	0.60
4clusters_corner	4	0.62	0.75	0.75	0.43	0.66	0.75	0.26	0.75	0.66	0.66	0.66	0.66	0.44
4clusters_twins	4	0.61	0.47	0.48	0.56	0.60	0.60	0.93	0.60	0.60	0.47	0.28	0.47	0.99
5clusters_stars	5	0.69	0.60	0.60	0.60	0.55	0.55	0.54	0.55	0.55	0.55	0.53	0.53	0.60
A1	20	0.94	0.94	0.78	0.94	0.99	0.86	0.30	1.00	0.86	0.99	0.99	0.86	0.20
A2	35	0.93	0.93	0.87	0.93	0.92	0.76	0.93	0.92	0.55	0.96	0.92	0.92	0.35
curves1	2	1.00	1.00	1.00	0.22	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.21	1.00	1.00	0.50
D31	31	0.86	0.89	0.73	0.91	0.89	0.81	0.86	0.81	0.89	0.89	0.89	0.89	0.91
diamond9	9	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.45
dim032	16	1.00	1.00	1.00	0.60	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.83
dim064	16	1.00	1.00	1.00	0.32	1.00	1.00	1.00	0.94	0.94	1.00	1.00	0.94	0.88
dim1024	16	1.00	1.00	0.94	0.12	1.00	1.00	1.00	0.97	0.97	1.00	1.00	0.97	0.12
dim128	16	1.00	1.00	1.00	0.12	1.00	1.00	1.00	0.94	0.94	1.00	1.00	0.94	0.83
dim256	16	1.00	1.00	0.94	0.12	1.00	1.00	1.00	0.94	0.94	1.00	1.00	0.94	0.48
dim512	16	1.00	1.00	0.94	0.12	1.00	1.00	1.00	0.97	0.97	1.00	1.00	0.97	0.12
DS-577	3	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.86
DS-850	5	0.98	0.98	0.76	0.98	0.98	0.98	0.98	0.68	0.54	0.50	0.19	0.98	0.98
ds4c2sc8	8	0.80	0.79	0.79	0.44	0.69	0.08	0.37	0.69	0.63	0.65	0.55	0.55	0.37
elliptical_10_2	10	0.98	0.98	0.93	0.99	0.98	0.90	0.99	0.98	0.98	0.98	0.56	0.56	0.56
elly-2d10c13s	10	0.47	0.47	0.47	0.45	0.08	0.08	0.33	0.08	0.08	0.40	0.47	0.47	0.16
engytime	2	0.86	0.86	0.86	0.87	0.86	0.62	0.87	0.62	0.62	0.41	0.18	0.86	0.39
exemples1_3g	3	0.96	0.96	0.96	0.97	0.96	0.96	0.57	0.96	0.96	0.96	0.57	0.57	0.57
exemples10_WellS_3g	3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.88
exemples2_5g	5	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.37	1.00	1.00	1.00	0.37	0.48	1.00
exemples3_Uvar_4g	4	0.96	0.85	0.85	0.95	0.88	0.96	0.66	0.90	0.88	0.88	0.88	0.88	0.85
exemples4_overlap_3g	3	0.82	0.82	0.82	0.83	0.82	0.82	0.83	0.82	0.82	0.26	0.82	0.82	0.42
exemples5_overlap2_3g	3	0.36	0.79	0.14	0.51	0.79	0.79	0.79	0.79	0.14	0.11	0.17	0.17	0.92
exemples6_quicunx_4g	4	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.64	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.67
exemples7_elbow_3g	3	1.00	1.00	1.00	0.76	1.00	1.00	0.53	1.00	1.00	1.00	0.53	1.00	0.62
exemples8_Overlap_Uvar_5g	6	0.93	0.93	0.93	0.62	0.85	0.61	0.86	0.61	0.85	0.85	0.93	0.93	0.85
exemples9_YoD_6g	6	0.93	0.93	0.93	0.93	0.85	0.61	0.85	0.61	0.85	0.85	0.93	0.93	0.13
fourty	40	0.68	0.68	0.68	1.00	0.67	0.67	1.00	0.67	0.61	0.68	0.04	0.04	0.91
g2-16	2	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.13	0.13	0.90	0.90	0.13	0.90
g2-2	2	0.22	0.22	0.06	0.22	0.22	0.22	0.22	0.03	0.08	0.22	0.04	0.04	0.22
g2-64	2	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00
hepta	7	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.96
long1	2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.35	1.00	0.35	0.35	0.14	1.00	1.00	1.00
long2	2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.35	1.00	0.35	0.35	0.25	1.00	1.00	0.50
long3	2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.10	1.00	1.00	0.42
longsquare	6	0.80	0.99	0.82	0.99	0.27	0.27	0.27	0.82	0.27	0.80	0.27	0.27	0.82
R15	15	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.26	0.99	0.99	0.99	0.99	0.26	0.26	0.26
s-set1	15	0.99	0.99	0.99	0.97	0.99	0.99	0.99	0.93	0.93	0.99	0.99	0.93	0.40
s-set2	15	0.85	0.85	0.85	0.88	0.91	0.56	0.85	0.77	0.77	0.91	0.77	0.85	0.13
s-set3	15	0.61	0.61	0.61	0.73	0.64	0.55	0.11	0.55	0.48	0.64	0.61	0.64	0.11
s-set4	15	0.55	0.55	0.55	0.62	0.55	0.01	0.19	0.01	0.31	0.55	0.48	0.48	0.22
sizes1	4	0.96	0.96	0.96	0.95	0.96	0.96	0.95	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.95
sizes2	4	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.89	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97
sizes3	4	0.98	0.98	0.98	0.97	0.98	0.98	0.97	0.98	0.98	0.42	0.98	0.98	0.97
sizes4	4	0.47	0.95	0.95	0.98	0.95	0.95	0.98	0.75	0.95	0.55	0.95	0.95	0.98
sizes5	4	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.97	0.43	0.95	0.95	0.45
spherical_4_3	4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.92
spherical_5_2	5	0.89	0.89	0.80	0.69	0.89	0.89	0.69	0.89	0.89	0.89	0.62	0.39	0.93
spherical_6_2	6	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.68	0.68	1.00	0.68	1.00	0.68	0.68	0.95
square1	4	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95
square2	4	0.93	0.93	0.93	0.92	0.93	0.93	0.92	0.93	0.93	0.93	0.93	0.92	0.92
square3	4	0.85	0.85	0.85	0.86	0.85	0.85	0.86	0.85	0.85	0.85	0.36	0.36	0.86
square4	4	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78	0.79	0.78	0.78	0.78	0.31	0.31	0.79
square5	4	0.68	0.68	0.61	0.67	0.68	0.68	0.67	0.68	0.68	0.68	0.30	0.30	0.67
st900	9	0.84	0.84	0.84	0.55	0.84	0.84	0.80	0.84	0.84	0.84	0.74	0.74	0.15
tetra	4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
triangle1	4	1.00	0.87	0.87	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.87	1.00	1.00	0.33
triangle2	4	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.86	0.99	0.99	0.79
twenty	20	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.10
twodiamonds	2	1.00	1.00	1.00	0.29	1.00	1.00	1.00	0.20	1.00	0.12	0.22	0.22	1.00
wingnut	2	0.86	0.86	0.25	0.28	0.86	0.86	0.86	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.86
xclara	3	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.56	0.56	0.71
zelnik2	3	1.00	0.72	0.72	1.00	0.72	0.75	1.00	0.72	0.73	0.72	0.72	0.72	1.00
zelnik4	5	0.99	0.84	0.84	0.99	0.84	0.78	0.99	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.51
Average ARI		0.89	<b>0.89</b>	0.85	0.78	0.86	0.79	0.80	0.79	0.77	0.73	0.73	0.74	0.67
Average rank		5.05	<b>5.59</b>	6.79	8.85	6.99	6.45	7.43	7.92	7.01	5.77	7.29	7.68	8.19
p-value vs Stadion-max (ext)		<b>0.11</b>	-	0.00	<b>0.14</b>	<b>0.58</b>	<b>0.001</b>	<b>0.002</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00