

事件触发机制下的二阶多智能体系统的一致性

黄红伟^{1†}, 黄天民², 吴 胜³

(1. 西南交通大学 电气工程学院, 成都 610031; 2. 西南交通大学 数学学院, 成都 610031;
3. 西南交通大学 交通运输与物流学院, 成都 610031)

摘 要: 研究二阶多智能体系统的一致性问题. 为了减少智能体之间的信息通信量, 给出一种改进的事件触发控制方法, 在该方法下, 每个智能体仅在自身事件触发时刻执行控制任务. 利用模型转化、线性矩阵不等式方法和 Lyapunov 稳定性理论给出系统达到一致性的充分条件, 同时, 理论计算结果表明, 系统在所提出的方法下不存在 Zeno 现象. 仿真实例验证了理论分析的有效性.

关键词: 多智能体系统; 一致性; 事件触发控制; Zeno 现象

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Event-triggered consensus control of second-order multi-agent systems

HUANG Hong-wei^{1†}, HUANG Tian-min², WU Sheng³

(1. School of Electronic Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. School of Mathematics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 3. School of Transportation and Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: The consensus problem of second-order multi-agent systems are studied. In order to reduce the information communication between agents, a novel event-triggered control scheme is proposed, in which each agent executes the control update only at its own event triggering moment. By using the model transformation method, linear matrix inequality(LMI) method and Lyapunov stability theory, some sufficient conditions for the consensus of second-order multi-agent systems are given. Similarly, theoretical calculation shows that under the proposed scheme, Zeno behavior does not exist in the systems. Simulation results demonstrate the effectiveness of the theoretical results.

Keywords: multi-agent systems; consensus; event-triggered control; Zeno behavior

0 引 言

作为复杂性科学的重要研究分支,多智能体系统已成为众多研究领域的前沿课题^[1]. 一致性问题是多智能体系统协调控制的基础,近年来,因其被广泛应用于机器人编队、无人飞行器作战、蜂拥、传感器网络等方面,故受到越来越多研究者的关注^[2-4].

所谓一致性,就是设计合理的控制协议,使得系统中所有智能体的状态随着时间的推移最终趋于一个共同值^[5]. 为了实现一致,智能体之间需要通过网络进行局部的信息交换,而在实际应用中,网络带宽和智能体自身的能量都是有限的,因此需要设计有效的控制协议,在保证系统性能的前提下,尽可能地降低资源消耗. 在事件触发机制下,控制任务按需执行,智能体与邻居之间只有当一个特定事件发生(如

状态误差超过规定的阈值)时才进行信息传递,避免了智能体之间大量的冗余信息传输^[6-8]. 基于此,事件触发机制能有效应用到多智能体系统的一致性问题研究中^[9-19]. 文献[9-11]基于事件触发机制研究了一阶多智能体系统的一致性问题,其中文献[9]给出了一种集中式事件触发控制策略,系统中的所有智能体共享一个触发函数,当一个事件发生时,所有智能体同时更新采样状态和控制输入;文献[10-11]提出了一种分散式事件触发控制策略,系统中每个智能体的触发时刻仅由自身的触发函数决定,相比于集中式事件触发控制策略,分散式事件触发控制策略能够更有效地减少智能体之间的信息通信量;随后,文献[12]基于分散式事件触发控制策略研究了带有时滞的一阶多智能体系统的一致性问题;文献[13]分析了一阶

收稿日期: 2016-09-30; 修回日期: 2016-12-28.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71371156); 国家自然科学基金青年基金项目(71401142).

作者简介: 黄红伟(1987—),女,博士生,从事多智能体系统协调控制、最优控制的研究;黄天民(1958—),男,教授,博士生导师,从事智能控制、优化与决策等研究.

[†]通讯作者. E-mail: hhw.8076@163.com

离散多智能体系统的一致性问题. 当把驱动力(加速度)视为控制输入时, 每个智能体建模为一个二阶积分器. 文献[14-17]基于事件触发机制探讨了二阶多智能体系统的一致性问题, 其中文献[14]研究了二阶多智能体系统在固定无向拓扑下的平均一致性问题, 构造了依赖于时间变化的触发函数, 并对系统存在时滞的情形进行了讨论; 文献[15]探讨了二阶多智能体系统在有向拓扑下的一致性问题, 给出了集中式和分散式事件触发两种控制策略; 文献[16-17]针对二阶领导跟随多智能体系统的一致性问题进行了分析和研究. 然而, 在上述文献中给出的事件触发控制方法下, 系统中的每个智能体不仅在自身的事件触发时刻更新控制输入, 在邻居的事件触发时刻也需更新控制输入, 这就增加了系统的控制更新频率, 从而不利于节省系统资源. 基于此, 本文在文献[15]的基础上, 针对二阶多智能体系统给出一种新的事件触发控制方法. 在该方法下, 系统中的每个智能体仅在自身的事件触发时刻更新控制输入, 无需考虑邻居的事件触发时刻, 从而降低系统的控制更新频率. 采用模型转化方法将系统的一致性问题转化为稳定性问题, 并利用线性矩阵不等式方法和Lyapunov稳定性理论给出系统达到一致性的充分条件.

1 预备知识及问题描述

1.1 代数图论

在多智能体系统中, 如果将每个智能体视为一个节点, 则智能体之间的通讯拓扑可以用有向图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, A)$ 来描述. 其中: $\mathcal{V} = (1, 2, \dots, N)$ 为节点集合, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 为边集合, $A = (a_{ij})_{N \times N}$ 为加权邻接矩阵. 图中的一条有向边 $e_{ji} \in \mathcal{E}$ 表示一有序节点对 (j, i) , 其中 j 为起始节点, i 为目标节点, 表示节点 i 可以接受到节点 j 的信息, 同时称节点 j 为节点 i 的邻居, 节点 i 的邻居集表示为 $\mathcal{N}_i = \{j \in \mathcal{V} : (j, i) \in \mathcal{E}\}$. 图中的一条有向路径是指从节点 i 到节点 k 的一有序边序列 $(i, i+1), (i+1, i+2), \dots, (k-1, k) \in \mathcal{E}$. 称有向图 \mathcal{G} 是强连通的, 当且仅当图中任意两个不同的节点之间都存在一条有向路径. 邻接矩阵 A 中的元素与边相关, 若 $(j, i) \in \mathcal{E}$, 则 $a_{ij} = 1$, 否则 $a_{ij} = 0$. 本文假设 $(i, i) \notin \mathcal{E}$, 即图中不存在自环, 对所有 $i = 1, 2, \dots, N$, 都有 $a_{ii} = 0$. 图的度矩阵定义为 $D = \text{diag}\{d_{in}(i)\}$, 其中 $d_{in}(i) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}$ 为节点 i 的入度. 相应地, 图的Laplacian矩阵 L 定义为 $L = D - A$.

引理1^[20] 矩阵 L 不可约, 当且仅当有向图 \mathcal{G} 是强连通的.

引理2^[20] 若矩阵 L 不可约, 则 $L\mathbf{1}_N = 0$, 且存

在向量 $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N)^T > 0$ 满足 $\xi^T L = 0$, 这里 $\xi^T \mathbf{1}_N = 1$. 令 $\Xi = \text{diag}\{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N\}$, 则 $\hat{L} = \frac{\Xi L + L^T \Xi}{2}$ 是对称半正定的.

引理3^[16] 对于任意的 $x, y \in R$ 和 $a > 0$, 如下性质成立: 1) $xy \leq \frac{a}{2}x^2 + \frac{1}{2a}y^2$; 2) $x^2 + y^2 \leq (x+y)^2, xy > 0$.

1.2 二阶多智能体系统的一致性

对于二阶多智能体系统, 智能体 i 的动态方程描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t), & i = 1, 2, \dots, N; \\ \dot{v}_i(t) = u_i(t), & i = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_i(t) \in R^m$, $v_i(t) \in R^m$ 和 $u_i(t) \in R^m$ 分别表示智能体 i 在 t 时刻的位置状态、速度状态和控制输入(加速度). 不失一般性, 本文仅讨论 $m = 1$ 的情形, $m > 1$ 的相关结论可用Kronecker积进行推广.

定义1 如果对于任意的初始状态 $x_i(0)$ 和 $v_i(0)$ ($i = 1, 2, \dots, N$), 都存在控制协议 $u_i(t)$, 使得系统的状态满足下式:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N;$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|v_i(t) - v_j(t)\| = 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, N.$$

则称二阶多智能体系统(1)在 $u_i(t)$ 作用下状态逐渐趋于一致.

2 主要结果

2.1 一致性协议

为了达到二阶一致, Ren等^[21]设计了如下的一致性协议:

$$u_i(t) = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} [x_i(t) - x_j(t) + \gamma(v_i(t) - v_j(t))], \quad (2)$$

其中 γ 为耦合系数.

接下来将结合式(2)针对多智能体系统(1)给出一种改进的基于事件触发机制的一致性控制算法.

对于系统中的每个智能体 $i \in \mathcal{V}$, 设计事件触发函数 $f_i(t)$, 并根据 $f_i(t)$ 定义一个单调递增的时间点列 t_k^i ($k = 0, 1, \dots$), 这里, t_k^i 即为智能体 i 的第 k 个事件触发时刻. 令 $x_i(t_k^i)$, $v_i(t_k^i)$ 和 $x_j(t_k^i)$, $v_j(t_k^i)$ 分别表示智能体 i 和 j 在 t_k^i 时刻的采样状态, 代入式(2)可得

$$\begin{aligned} u_i(t) = & - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} [x_i(t_k^i) - x_j(t_k^i) + \gamma(v_i(t_k^i) - v_j(t_k^i))], \\ & t \in [t_k^i, t_{k+1}^i). \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)即为基于事件触发机制的一致性算法. 可以看

出,智能体 i 仅在事件触发时刻才更新控制输入,在两个相邻事件触发时刻之间,控制输入保持不变.此外,智能体 i 的控制输入只受自身事件触发时刻的影响,与邻居的事件触发时刻无关,就这个角度而言,本文给出的事件触发控制算法进一步降低了采样数据传输和控制输入更新频率,从而更多地节省了通讯和计算资源.

2.2 一致性分析

在上一节中给出了基于事件触发机制的一致性协议,本节将在一致性协议(3)的作用下分析多智能体系统(1)的状态一致性问题.令

$$\begin{aligned}\hat{x}_i(t) &= \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}(x_i(t) - x_j(t)), \\ \hat{v}_i(t) &= \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}(v_i(t) - v_j(t)),\end{aligned}$$

则式(3)可转化为

$$u_i(t) = -(\hat{x}_i(t_k^i) + \gamma \hat{v}_i(t_k^i)), \quad t \in [t_k^i, t_{k+1}^i]. \quad (4)$$

定义采样数据测量误差 $e_{x_i}(t) = \hat{x}_i(t_k^i) - \hat{x}_i(t)$, $e_{v_i}(t) = \hat{v}_i(t_k^i) - \hat{v}_i(t)$, 则式(4)可进一步表示为

$$\begin{aligned}u_i(t) &= -(\hat{x}_i(t) + e_{x_i}(t) + \gamma(\hat{v}_i(t) + e_{v_i}(t))) = \\ &= -\sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}[x_i(t) - x_j(t) + \gamma(v_i(t) - v_j(t))] - \\ &= e_{x_i}(t) - \gamma e_{v_i}(t), \quad t \in [t_k^i, t_{k+1}^i].\end{aligned} \quad (5)$$

将一致性协议(5)代入到系统(1)中,得到闭环多智能体系统为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = v(t), \\ \dot{v}(t) = -(Lx(t) + e_x(t) + \gamma(Lv(t) + e_v(t))). \end{cases} \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned}x(t) &= (x_1^T(t), x_2^T(t), \dots, x_N^T(t))^T, \\ v(t) &= (v_1^T(t), v_2^T(t), \dots, v_N^T(t))^T, \\ e_x(t) &= (e_{x_1}^T(t), e_{x_2}^T(t), \dots, e_{x_N}^T(t))^T, \\ e_v(t) &= (e_{v_1}^T(t), e_{v_2}^T(t), \dots, e_{v_N}^T(t))^T.\end{aligned}$$

令 $\varepsilon(t) = [x^T(t), v^T(t)]^T$, $e(t) = [e_x^T(t), e_v^T(t)]^T$, 则系统(6)可以等价地表示为如下矩阵形式:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \begin{bmatrix} 0_{N \times N} & I_N \\ -L & -\gamma L \end{bmatrix} \varepsilon(t) + \begin{bmatrix} 0_{N \times N} & 0_{N \times N} \\ -I_N & -\gamma I_N \end{bmatrix} e(t). \quad (7)$$

对于智能体 $i \in \mathcal{V}$, 定义事件触发函数

$$f_i(t) = \frac{(\eta + \beta) \|\Sigma\|^2}{2a} (\|e_{x_i}\|^2 + \gamma \|e_{v_i}\|^2) - \sigma_i \left(\eta - \frac{a\eta(1+\gamma)}{2} \right) \|\tilde{x}_i\|^2 -$$

$$\sigma_i \left(\gamma\beta - \kappa - \frac{a\beta(1+\gamma)}{2} \right) \|\tilde{v}_i\|^2.$$

其中: a, β, η 为正实数; $0 < \sigma_i < 1$; $\Sigma = \text{diag}\{\omega_i\}$, $\omega_i = \sqrt{\xi_i}$, $i = 1, 2, \dots, N$; $\tilde{x} = \Sigma Lx$, $\tilde{v} = \Sigma Lv$, \tilde{x}_i, \tilde{v}_i 分别为 \tilde{x}, \tilde{v} 对应的分量.

下面给出本节主要结论.

定理1 考虑多智能体系统(1), 假设有向图 \mathcal{G} 是强连通的, 且对于智能体 $i \in \mathcal{V}$, 限制事件触发条件为 $f_i(t) \leq 0$, 如果以下不等式条件成立, 则系统(1)在一致性协议(3)的作用下状态可以逐渐趋于一致, 即

$$\alpha > \frac{\eta^2}{\beta b(L)} \xi_{\max}, \quad b(L) > 0; \quad (8)$$

$$\kappa L^T \Xi L - \eta \hat{L} \geq 0, \quad \kappa > 0; \quad (9)$$

$$\eta - \frac{a\eta(1+\gamma)}{2} > 0; \quad (10)$$

$$\gamma\beta - \kappa - \frac{a\beta(1+\gamma)}{2} > 0. \quad (11)$$

其中 α 为正实数

证明 构造如下Lyapunov函数:

$$V = \frac{1}{2} \varepsilon^T \begin{bmatrix} \alpha L^T \Xi L & \eta L^T \Xi \\ \eta \Xi L & \beta \hat{L} \end{bmatrix} \varepsilon, \quad (12)$$

可得

$$\begin{aligned}V &= \\ &= \frac{1}{2} (\alpha x^T L^T \Xi L x + \eta x^T L^T \Xi v + \eta v^T \Xi L x + \beta v^T \hat{L} v).\end{aligned}$$

类似于文献[15], 定义

$$b(L) = \min_{Lv \neq 0, v \neq 0} \frac{v^T \hat{L} v}{v^T v}. \quad (13)$$

\hat{L} 是对称半正定的, 故存在可逆阵 P 使 $\hat{L} = PAP^T$. 其中: $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$, $P = [p_1, p_2, \dots, p_N]$, λ_i ($i = 1, 2, \dots, N$) 为矩阵 \hat{L} 的第 i 个特征值, p_i 为 λ_i 对应的特征向量. 不失一般性, 假设 $\lambda_1 = 0$, $p_1 = \mathbf{1}_N$, 令 $y = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T = P^T v$, 可得

$$\begin{aligned}b(L) &= \min_{Lv \neq 0, v^T v = 1} v^T \hat{L} v = \min_{Lv \neq 0, v^T v = 1} v^T P A P^T v = \\ &= \min_{LPy \neq 0, y^T y = 1} y^T \Lambda y = \min_{LPy \neq 0, y^T y = 1} \sum_{i=1}^N \omega_i y_i^2 \geq 0.\end{aligned}$$

假设 $b(L) = 0$, 则有 $LPy \neq 0$, $y^T y = 1$ 且 $y_2 = \dots = y_N = 0$, 得到 $y_1 = 1$, 于是有

$$\begin{aligned}LPy &= L[p_1, p_2, \dots, p_N][1, 0, \dots, 0]^T = Lp_1 = \\ &= L\mathbf{1}_N = 0,\end{aligned}$$

这与 $LPy \neq 0$ 矛盾, 因此 $b(L) > 0$.

根据式(13)可得 $v^T \hat{L} v \geq b(L) v^T v$, 进而有

$$V \geq \frac{1}{2} \varepsilon^T \begin{bmatrix} \alpha L^T \Xi L & \eta L^T \Xi \\ \eta \Xi L & \beta b(L) \end{bmatrix} \varepsilon.$$

根据Schur补引理^[16],若 $\begin{bmatrix} \alpha L^T \Xi L & \eta L^T \Xi \\ \eta \Xi L & \beta b(L) \end{bmatrix} > 0$, 当且仅当 $\beta b(L) > 0$ 且 $\alpha L^T \Xi L - \eta L^T \Xi (\beta b(L))^{-1} \eta \Xi L = \alpha L^T \Xi L - \frac{\eta^2}{\beta b(L)} L^T \Xi^2 L > 0$, 结合不等式条件(8)可得 $V \geq 0$, 等号成立当且仅当系统状态达到一致.

沿系统(7)的轨线对 V 求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \varepsilon^T \begin{bmatrix} \alpha L^T \Xi L & \eta L^T \Xi \\ \eta \Xi L & \beta L^T \Xi \end{bmatrix} \dot{\varepsilon} = \\ &\varepsilon^T \begin{bmatrix} \alpha L^T \Xi L & \eta L^T \Xi \\ \eta \Xi L & \beta L^T \Xi \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} 0_{N \times N} & I_N \\ -L & -\gamma L \end{bmatrix} \varepsilon + \right. \\ &\quad \left. \begin{bmatrix} 0_{N \times N} & 0_{N \times N} \\ -I_N & -\gamma I_N \end{bmatrix} e \right) = \\ &\varepsilon^T \begin{bmatrix} -\eta L^T \Xi L & (\alpha - \gamma \eta) L^T \Xi L \\ -\beta L^T \Xi L & \eta \Xi L - \gamma \beta L^T \Xi L \end{bmatrix} \varepsilon + \\ &\varepsilon^T \begin{bmatrix} -\eta L^T \Xi & -\gamma \eta L^T \Xi \\ -\beta L^T \Xi & -\gamma \beta L^T \Xi \end{bmatrix} e. \end{aligned} \quad (14)$$

由不等式条件(9)可得, 式(14)的前半部分为

$$\begin{aligned} &\varepsilon^T \begin{bmatrix} -\eta L^T \Xi L & (\alpha - \gamma \eta) L^T \Xi L \\ -\beta L^T \Xi L & \eta \Xi L - \gamma \beta L^T \Xi L \end{bmatrix} \varepsilon = \\ &-\eta x^T L^T \Xi L x + (\alpha - \gamma \eta) x^T L^T \Xi L v - \\ &\beta v^T L^T \Xi L x + \eta v^T \Xi L v - \gamma \beta v^T L^T \Xi L v \leq \\ &-\eta x^T L^T \Xi L x + (\alpha - \gamma \eta) x^T L^T \Xi L v - \\ &\beta v^T L^T \Xi L x + (\kappa - \gamma \beta) v^T L^T \Xi L v = \\ &-\eta \|\tilde{x}\|^2 + (\alpha - \beta - \gamma \eta) \tilde{x}^T \tilde{v} + (\kappa - \gamma \beta) \|\tilde{v}\|^2. \end{aligned}$$

令 $\alpha = \beta + \gamma \eta$, 则有

$$\begin{aligned} &\varepsilon^T \begin{bmatrix} -\eta L^T \Xi L & (\alpha - \gamma \eta) L^T \Xi L \\ -\beta L^T \Xi L & \eta \Xi L - \gamma \beta L^T \Xi L \end{bmatrix} \varepsilon \leq \\ &-\eta \|\tilde{x}\|^2 + (\kappa - \gamma \beta) \|\tilde{v}\|^2. \end{aligned}$$

由引理3可得, 式(14)的后半部分为

$$\begin{aligned} &\varepsilon^T \begin{bmatrix} -\eta L^T \Xi & -\gamma \eta L^T \Xi \\ -\beta L^T \Xi & -\gamma \beta L^T \Xi \end{bmatrix} e = \\ &-\eta x^T L^T \Xi e_x - \gamma \eta x^T L^T \Xi e_v - \\ &\beta v^T L^T \Xi e_x - \gamma \beta v^T L^T \Xi e_v \leq \\ &\eta \|\tilde{x}^T \Sigma e_x\| + \gamma \eta \|\tilde{x}^T \Sigma e_v\| + \\ &\beta \|\tilde{v}^T \Sigma e_x\| + \gamma \beta \|\tilde{v}^T \Sigma e_v\| \leq \\ &\frac{a\eta(1+\gamma)}{2} \|\tilde{x}\|^2 + \frac{a\beta(1+\gamma)}{2} \|\tilde{v}\|^2 + \\ &\frac{(\eta+\beta)\|\Sigma\|^2}{2a} (\|e_x\|^2 + \gamma \|e_v\|^2), \end{aligned}$$

于是有

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\left(\eta - \frac{a\eta(1+\gamma)}{2}\right) \|\tilde{x}\|^2 - \\ &\left(\gamma\beta - \kappa - \frac{a\beta(1+\gamma)}{2}\right) \|\tilde{v}\|^2 + \\ &\frac{(\eta+\beta)\|\Sigma\|^2}{2a} (\|e_x\|^2 + \gamma \|e_v\|^2). \end{aligned}$$

当 $f_i(t) \leq 0$ 时, 有

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -(1 - \sigma_{\max}) \left(\eta - \frac{a\eta(1+\gamma)}{2}\right) \|\tilde{x}\|^2 - \\ &(1 - \sigma_{\max}) \left(\gamma\beta - \kappa - \frac{a\beta(1+\gamma)}{2}\right) \|\tilde{v}\|^2 \leq 0, \end{aligned}$$

其中等号成立当且仅当系统的状态达到一致. 因此, 根据LaSalle不变原理, 有

$$\begin{cases} \lim_{k \rightarrow \infty} Lx(t) = 0, \\ \lim_{k \rightarrow \infty} Lv(t) = 0. \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} \lim_{k \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, N; \\ \lim_{k \rightarrow \infty} \|v_i(t) - v_j(t)\| = 0; \quad i, j = 1, 2, \dots, N. \end{cases}$$

由此定理得证. \square

从定理1的证明可以看出, 当且仅当 $f_i(t) = 0$ 时智能体 i 触发事件. 由状态误差的定义可知, 在每个事件触发 t_k^i 时刻, 有

$$\begin{cases} e_{x_i}(t_k^i) = \hat{x}_i(t_k^i) - \hat{x}_i(t_k^i) = 0, \\ e_{v_i}(t_k^i) = \hat{v}_i(t_k^i) - \hat{v}_i(t_k^i) = 0. \end{cases}$$

因此, 限制触发条件 $f_i(t) \leq 0$ 是合理的.

为了表明在整个事件触发控制过程中不会产生Zeno现象, 给出如下定理.

定理2 考虑多智能体系统(1), 假设有向图 \mathcal{G} 是强连通的, 且对于智能体 $i \in \mathcal{V}$, 限制事件触发条件为 $f_i(t) \leq 0$, 则在控制协议(3)作用下, 至少存在一个智能体 q , 其任意两个连续事件触发时刻之间的间隔 $t_{k+1}^q - t_k^q$ 不小于 $\tau_q' = \Delta_q[(1 + \sqrt{1 + \gamma^2} \|\Sigma\|)(\sqrt{N} \times \|\Sigma^{-1}\| + \Delta_q)]^{-1}$. 其中 $\Delta_q = \left(\frac{2a\sigma_q\chi_{\min}}{(\eta + \beta)\chi_{\max}\|\Sigma\|^2}\right)^{\frac{1}{2}}$.

证明 根据事件触发控制原理, 智能体 i 的任意两个连续事件触发时刻之间的间隔时间为 $\frac{(\eta + \beta)\|\Sigma\|^2}{2a} (\|e_x\|^2 + \gamma \|e_v\|^2)$ 从0增长到 $\sigma_i \left(\eta - \frac{a\eta(1+\gamma)}{2}\right) \|\tilde{x}_i\|^2 + \sigma_i \left(\gamma\beta - \kappa - \frac{a\beta(1+\gamma)}{2}\right) \|\tilde{v}_i\|^2$ 所需的时间, 记为 τ_i .

令 τ_i' 表示 $\frac{(\eta + \beta)\|\Sigma\|^2}{2a} \chi_{\max} (\|e_x\|^2 + \gamma \|e_v\|^2)$ 从0增长到 $\sigma_i \chi_{\min} (\|\tilde{x}_i\|^2 + \|\tilde{v}_i\|^2)$ 所需的时间, 这里有

$$\chi_{\max} = \max\{1, \gamma\},$$

$$\chi_{\min} = \min\left\{\eta - \frac{a\eta(1+\gamma)}{2}, \gamma\beta - \kappa - \frac{a\beta(1+\gamma)}{2}\right\}.$$

容易看出, $\tau_i \geq \tau_i'$.

令 $q = \arg \max_{i \in \mathcal{V}} (\|\tilde{x}_i\|^2 + \|\tilde{v}_i\|^2)$, 则有

$$\frac{\|e_{x_q}\|^2 + \|e_{v_q}\|^2}{N(\|\tilde{x}_q\|^2 + \|\tilde{v}_q\|^2)} \leq \frac{\|e_x\|^2 + \|e_v\|^2}{\|\tilde{x}\|^2 + \|\tilde{v}\|^2} = \frac{\|e\|^2}{\|\tilde{\varepsilon}\|^2}.$$

对 $\frac{\|e\|}{\|\tilde{\varepsilon}\|}$ 求导, 可得

$$\frac{d}{dt} \frac{\|e\|}{\|\tilde{\varepsilon}\|} = \frac{e^T \dot{e}}{\|e\| \|\tilde{\varepsilon}\|} - \frac{\tilde{\varepsilon}^T \dot{\tilde{\varepsilon}} \|e\|}{\|\tilde{\varepsilon}\|^2 \|\tilde{\varepsilon}\|} \leq \frac{\|\dot{e}\|}{\|\tilde{\varepsilon}\|} + \frac{\|e\| \|\dot{\tilde{\varepsilon}}\|}{\|\tilde{\varepsilon}\|^2}.$$

由于

$$\begin{aligned} \|\dot{e}\| &= \|\dot{\tilde{\varepsilon}}\| = \\ &\left\| \begin{bmatrix} Lv \\ LLx + Le_x + \gamma(LLv + Le_v) \end{bmatrix} \right\| = \\ &\left\| \begin{bmatrix} \Sigma^{-1} \tilde{v} \\ L\Sigma^{-1} \tilde{x} + \gamma L\Sigma^{-1} \tilde{v} + Le_x + \gamma Le_v \end{bmatrix} \right\| \leq \\ &\|\Sigma^{-1}\| (1 + \sqrt{1 + \gamma^2} \|L\|) (\|\tilde{\varepsilon}\| + \|\Sigma\| \|e\|), \\ \|\dot{\tilde{\varepsilon}}\| &= \\ &\left\| \begin{bmatrix} \Sigma & 0_{N \times N} \\ 0_{N \times N} & \Sigma \end{bmatrix} \times \right. \\ &\left. \begin{bmatrix} Lv \\ -LLx - Le_x - \gamma(LLv + Le_v) \end{bmatrix} \right\| \leq \\ &\left\| \begin{bmatrix} 0_{N \times N} & I_N \\ 0_{N \times N} & 0_{N \times N} \end{bmatrix} \tilde{\varepsilon} \right\| + \\ &\left\| \begin{bmatrix} 0_{N \times N} & 0_{N \times N} \\ \Sigma L \Sigma^{-1} & \gamma \Sigma L \Sigma^{-1} \end{bmatrix} (\tilde{\varepsilon} + I_2 \otimes \Sigma e) \right\| \leq \\ &(1 + \sqrt{1 + \gamma^2} \|\Sigma L \Sigma^{-1}\|) \|\tilde{\varepsilon}\| + \\ &\sqrt{1 + \gamma^2} \|\Sigma L \Sigma^{-1}\| \|\Sigma\| \|e\| \leq \\ &(1 + \sqrt{1 + \gamma^2} \|\Sigma L \Sigma^{-1}\|) (\|\tilde{\varepsilon}\| + \|\Sigma\| \|e\|), \end{aligned}$$

进而有

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\|e\|}{\|\tilde{\varepsilon}\|} &\leq \\ &\frac{(1 + \sqrt{1 + \gamma^2} \|L\|) \|\Sigma^{-1}\| (\|\tilde{\varepsilon}\| + \|\Sigma\| \|e\|)}{\|\tilde{\varepsilon}\|} + \\ &(1 + \sqrt{1 + \gamma^2} \|\Sigma L \Sigma^{-1}\|) \|e\| \frac{\|\tilde{\varepsilon}\| + \|\Sigma\| \|e\|}{\|\tilde{\varepsilon}\|^2} = \\ &\frac{\|\tilde{\varepsilon}\| + \|\Sigma\| \|e\|}{\|\tilde{\varepsilon}\|} \left(\|\Sigma^{-1}\| (1 + \sqrt{1 + \gamma^2} \|L\|) + \right. \\ &\left. \frac{(1 + \sqrt{1 + \gamma^2} \|\Sigma L \Sigma^{-1}\|) \|e\|}{\|\tilde{\varepsilon}\|} \right) \leq \\ &\|\Sigma^{-1}\| (1 + \sqrt{1 + \gamma^2} \|L\|) \left(1 + \frac{\|\Sigma\| \|e\|}{\|\tilde{\varepsilon}\|} \right)^2. \end{aligned}$$

因此, 类似文献[15]的证明可得

$$\sqrt{N} \frac{\|\Sigma^{-1}\| (1 + \sqrt{1 + \gamma^2} \|L\|) \tau_q'}{1 - (1 + \sqrt{1 + \gamma^2} \|L\|) \tau_q'} =$$

$$\left(\frac{2a\sigma_q \chi_{\min}}{(\eta + \beta) \chi_{\max} \|\Sigma\|^2} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

解得

$$\tau_q' = \Delta_q [(1 + \sqrt{1 + \gamma^2} \|L\|) (\sqrt{N} \|\Sigma^{-1}\| + \Delta_q)]^{-1},$$

$$\text{其中 } \Delta_q = \left(\frac{2a\sigma_q \chi_{\min}}{(\eta + \beta) \chi_{\max} \|\Sigma\|^2} \right)^{\frac{1}{2}}. \square$$

3 仿真实验

本节用 Matlab 仿真实验验证理论方案的有效性. 考虑一个由6个智能体组成的多智能体系统, 其对应的Laplacian矩阵为

$$L = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

通过计算可得

$$\xi =$$

$$[0.1830 \ 0.1500 \ 0.0500 \ 0.3333 \ 0.1167 \ 0.1667].$$

为了体现本文方法的优越性, 仿真过程中分别采用文献[15]中的控制方法和本文给出的控制方法进行实验. 其中, 在文献[15]的控制方法下, 参数设置为 $\alpha = \beta = 7, \eta = 3.4, k_1 = 0.4, k_2 = 3.5, r = k_1\beta + \alpha\eta = 26.6$; 在本文的控制方法下, 参数设置为 $\gamma = 2, \beta = 3.5, \eta = 0.4, \alpha = \beta + \gamma\eta = 4.3, \kappa = 3, a = 0.5$. 图1 ~ 图6为多智能体系统(1)在两种控制方法下的仿真结果, 其中 $i = 1, 2, \dots, 6$.

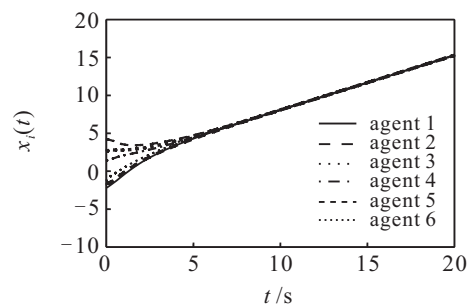


图1 文献[15]算法中智能体*i*的位置状态轨迹

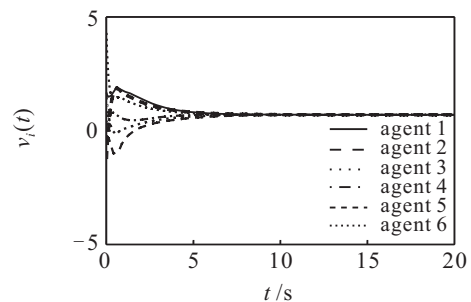
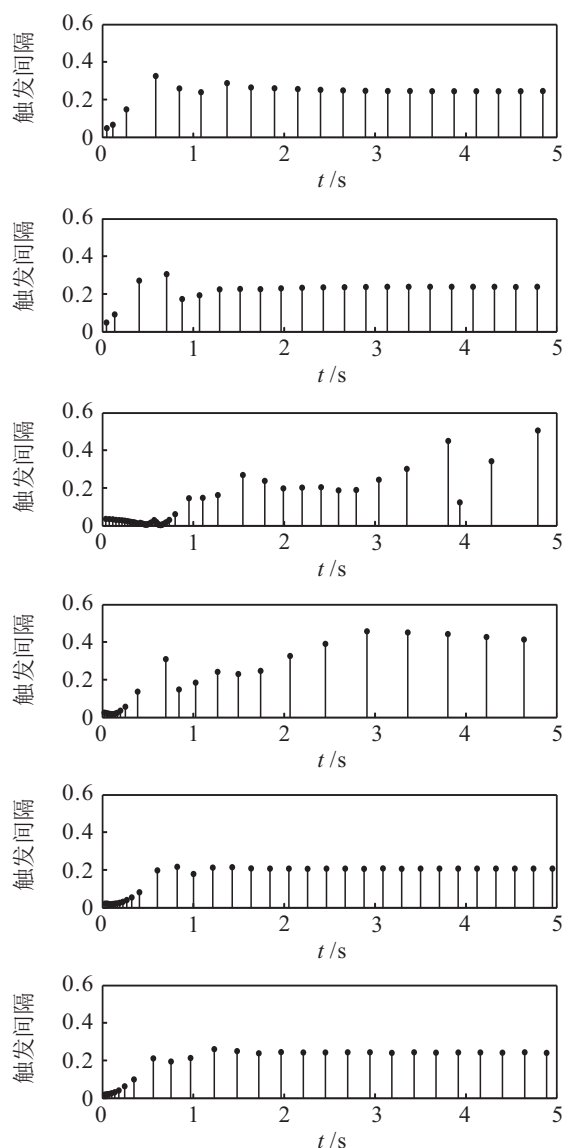
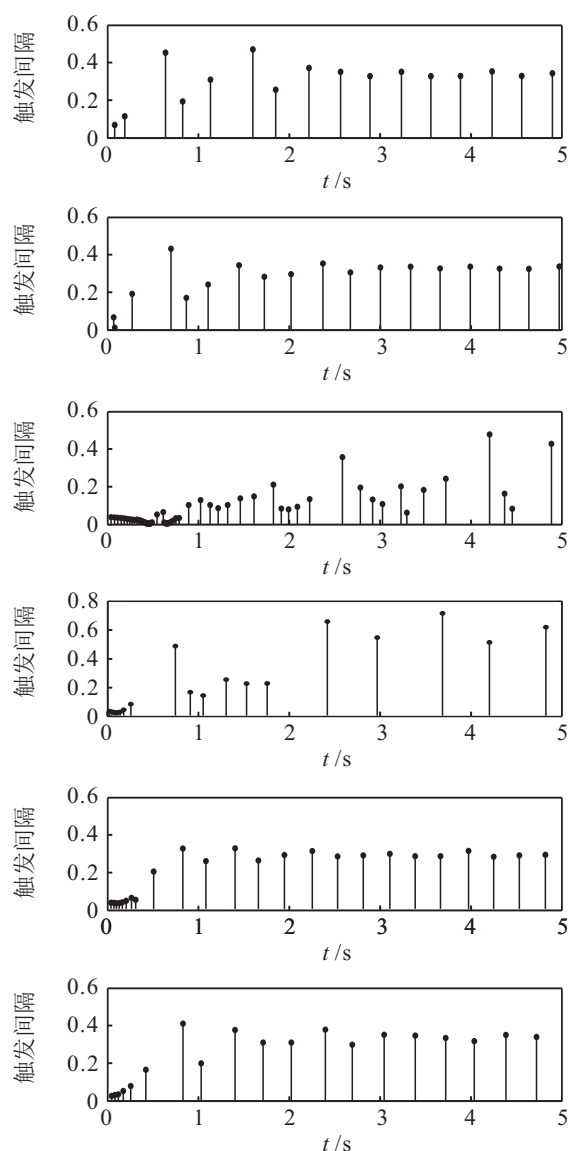
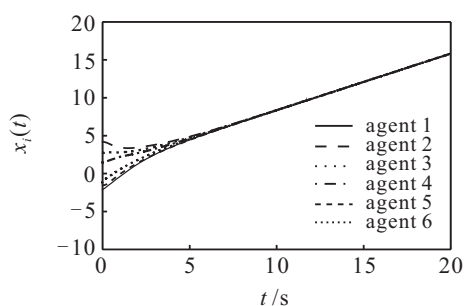
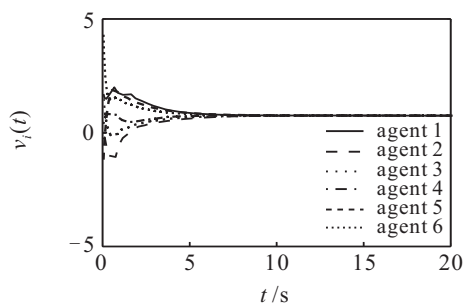


图2 文献[15]算法中智能体*i*的速度状态轨迹

图3 文献[15]算法中智能体 i 的触发时刻图6 本文算法中智能体 i 的触发时刻图4 本文算法中智能体 i 的位置状态轨迹图5 本文算法中智能体 i 的速度状态轨迹

从图1、图2、图4、图5中可以看出,在这两种控制方法下,随着时间的推移,系统的状态最终均可逐渐趋于一致。

图3和图6分别给出了多智能体系统在两种控制方法下各智能体的事件触发时刻图.从图3和图6中可以看出,采用本文给出的控制方法所得的仿真结果中,智能体 $i(i=1,2,\dots,6)$ 的触发次数较少,表明采用本文给出的事件触发控制方法可以更有效地减少智能体之间的通讯次数,从而更多地节省系统的资源。

4 结 论

本文研究了在事件触发机制下的二阶多智能体系统的一致性问题,给出了一种新的事件触发控制协议.理论分析表明,系统在该协议作用下可以达到状态渐近一致.仿真结果验证了理论分析的正确性.接下来,将进一步研究异质多智能体系统在事件触发机制下的一致性问题。

参考文献(References)

- [1] Ren W, Beard R W. Information consensus in multi-vehicle cooperative control[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2007, 27(2): 71-82.
- [2] Zhang H, Yang R H, Yan H C, et al. Distributed event-triggered control for consensus of multi-agent systems[J]. J of the Franklin Institute, 2014, 1(1): 40-45.
- [3] 宋莉, 伍清河. 具有多时变时滞的多智能体系统在切换拓扑下的平均一致性[J]. 控制与决策, 2013, 28(12): 1811-1816.
(Song L, Wu Q H. Average consensus of multi-agent systems with multiple time-varying delays and switching topologies[J]. Control and Decision, 2013, 28(12): 1811-1816.)
- [4] Luo X Y, Han N N, Guan X P. Leader-following consensus protocols for formation control of multi-agent network[J]. J of Systems Engineering and Electronics, 2011, 22(6): 991-997.
- [5] Han Y J, Lu W L, Chen T P. Consensus analysis of networks with time-varying topology and event-triggered diffusions[J]. Neural Networks the Official J of the Int Neural Network Society, 2015, 71(C): 196-203.
- [6] Tabuada P. Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(9): 1680-1685.
- [7] Wang B, Meng X, Chen T. Event based pulse-modulated control of linear stochastic systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2014, 59(59): 2144-2150.
- [8] 尹秀霞. 复杂网络化系统的事件触发控制研究[D]. 武汉: 华中科技大学自动化学院, 2014.
(Yin X X. Study on event-triggered control of complex networked systems[D]. Wuhan: Department of Automation, Huazhong University of Science and Technology, 2014.)
- [9] Dimarogonas D V, Johansson K H. Event-triggered control for multi-agent systems[C]. Proc of Joint 48th IEEE Conf Decision and Control and 28th Chinese Control Conference. Piscataway: IEEE, 2009: 7131-7136.
- [10] Liu Z, Chen Z. Event-triggered average-consensus for multi-agent systems[C]. Proc of the 29th Chinese Control Conf. Beijing: IEEE, 2010: 4506-4511.
- [11] Dimarogonas D V, Frazzoli E. Distributed event-triggered control strategies for multi-agent systems[C]. Proc of the 47th Allerton Conf on Communications. New York: IEEE, 2009: 906-910.
- [12] Wang Z L, Fei M R, Du D J, et al. Event-triggered average consensus for multiagent systems with time-varying delay[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 2014(5): 281-297.
- [13] Chen X, Hao F. Event-triggered average consensus control for discrete-time multi-agent systems[J]. IET Control Theory and Applications, 2012, 6(16): 2493-2498.
- [14] Seyboth G S, Dimarogonas D V, Johansson K H. Event-based broadcasting for multi-agent average consensus[J]. Automatica, 2013, 49(1): 245-252.
- [15] Xie D, Xu S, Li Z, et al. Event-triggered consensus control for second-order multi-agent systems[J]. IET Control Theory and Applications, 2015, 9(5): 667-680.
- [16] Xie D S, Yuan D M, Lu J W, et al. Consensus control of second-order leader-follower multi-agent systems with event-triggered strategy[J]. Trans of the Institute of Measurement and Control, 2013, 35(4): 426-436.
- [17] Li H, Liao X, Huang T, et al. Event-triggering sampling based leader-following consensus in second-order multi-agent systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2015, 60(7): 1998-2003.
- [18] Wang X F, Lemmon M D. Event-triggering in distributed networked control systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(3): 586-601.
- [19] Mazo M J, Tabuada P. Decentralized event-triggered control over wireless sensor/actuator networks[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(10): 2456-2461.
- [20] Yu W, Chen G, Cao M, et al. Second-order consensus for multi-agent systems with directed topologies and non-linear dynamics[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part B, Cybernetics, 2010, 40(3): 881-891.
- [21] Ren W. Consensus strategies for cooperative control of vehicle formations[J]. IET Control Theory and Applications, 2007, 1(2): 505-512.

(责任编辑: 闫妍)