

Exercice 1.....(6 pts)

1. Trois employés ont respectivement 18 ; 12 et 9 années de service. Leurs salaires hebdomadaires respectifs sont 21600 F ; 14400 F et 9600 F. Ils doivent se partager une somme de 14400 F proportionnellement à leur nombre d'années de service et proportionnellement aux inverses de leurs salaires.

Détermine les trois parts.

2. Dans un bus scolaire, 20% des passagers portent un chapeau chacun, 60% des passagers sont des dames et 20% des hommes portent un chapeau chacun.

Calcule le pourcentage de dames qui portent un chapeau chacune.

Exercice 2.....(5 pts)

1. a. Développe $a = (2 + \sqrt{2})^3$ et $b = (2 - \sqrt{2})^3$.

b. Déduis-en la valeur exacte de $c = \sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} - \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}$.

2. Résous, dans \mathbb{R} , l'équation $\sqrt[3]{2x - 9} = 3$.

3. Soit a un réel strictement positif. Simplifie : $d = \frac{\sqrt[3]{a^5} \times (\sqrt[4]{a^7})^2}{(a^2)^2 \times \sqrt[5]{a^5} \times \sqrt[5]{a^3}}$.

4. Résous, dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, les systèmes suivants :
$$\begin{cases} (2^6)^{-x} \times \frac{1}{(16)^y} = 4 \\ (13^{-x}) \times \frac{1}{(169)^y} = 4 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \left(\frac{1}{125}\right)^{-x} = \frac{1}{(5^{-7})^y} \times 25^{-5} \\ \frac{1}{(6^{-2})^x} \times 6^y = 6^5 \end{cases}.$$

Problème.....(9 pts)

Une entreprise produit et vend un modèle de pièce pour automobiles. Pour des raisons techniques et de stockage, sa production mensuelle est comprise entre 100 et 600 pièces. Elle vend tout ce qui est produit.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1; 6]$ par : $f(x) = -x^2 + 10x - 9 - 8 \ln x$; $f(x)$ représente le bénéfice mensuel, exprimé en dizaine de milliers de francs, obtenu pour la

vente de x centaines de pièces. La fonction f est dérivable sur l'intervalle $[1;6]$. On note f' la fonction dérivée de la fonction f .

1. a. Calcule $f'(x)$.

b. Etudie le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1;6]$.

c. Dresse le tableau de variations de f .

d. Quelle est la quantité de pièces à produire pour obtenir un bénéfice mensuel maximale? Calcule ce bénéfice au franc près.

2. On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par $g : x \mapsto g(x) = -x + x \ln x$.

a. Prouve que $g : x \mapsto g(x) = -x + x \ln x$ est une primitive de la fonction $x \mapsto \ln x$ sur $]0;+\infty[$.

b. Déduis-en une primitive F de la fonction f sur $[1;6]$.

c. Calcule la valeur moyenne de la fonction f sur $[1;6]$. On donnera une valeur décimale arrondie au dixième.