Ministère de l'Éducation Nationale	**République du Mali**
Centre National des Examens et Concours de l'Éducation	**Un Peuple-Un But-Une Foi**
EXAMEN : Baccalauréat Général	BAC 2021
Série: Terminale Sciences Exactes (**TSE**) et Sciences et Technologie Industrielle (**STI**)	SESSION : Août 2021
Épreuve: Mathématiques — Durée: 4 heures	Coefficient: 4

Exercice 1…………………………………………………………………………..(6 pts)

Soit la fonction polynôme p de l'ensemble $\mathbb{C}$, des nombres complexes, dans $\mathbb{C}$ définie pour tout nombre complexe z par : $p(z)=z^3-(7+9i)z^2+(-14+39i)z+50$.

1. Démontre que la fonction polynôme p admet une racine imaginaire pure notée z_0.

2. Résous, dans $\mathbb{C}$, l'équation $p(z)=0$. On note z_1 et z_2 les solutions non imaginaires pures avec $\operatorname{Re}(z_1)\prec\operatorname{Re}(z_2)$.

3. Dans le plan complexe muni du repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, on désigne par A, B et C les points d'affixes respectives z_0, z_1 et z_2.

a. Détermine l'affixe z_G du point G barycentre du système $\{(A,1);(B,-1);(C,1)\}$ puis écris z_G sous la forme exponentielle.

b. Détermine puis construis l'ensemble (E) des points M du plan tels que :
$MA^2-MB^2+MC^2=4$.

c. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCG$?

Exercice 2…………………………………………………………………………..(5 pts)

A. On désigne par x un entier naturel supérieur ou égal à 5.

Soient les entiers naturels N et N' qui s'écrivent respectivement $\overline{100x}$ et $\overline{x001}$ dans le système de base $x+1$.

1. Ecris N et N' dans le système de base x.

2. Ecrie $N+N'$ dans le système de base $x+1$.

   Déduis-en que $N+N'$ est un multiple de $x+1$.

3. Donne, dans le système de base x, le quotient q de la division euclidienne de $N+N'$ par $x+1$.

4. Montre qu'il existe deux entiers naturels a et b tels que : $\overline{ab}^{x}\times\overline{aaa}^{x}=q$.

B. Détermine tous les couples (α,β) d'entiers naturels non nuls vérifiant :
$PGCD(\alpha,\beta)+PPCM(\alpha,\beta)=\beta+9$.

Problème…………………………………………………………………………..(9 pts)

Partie A

Soit la fonction g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $g:x\mapsto g(x)=x-1-x\ln x$.

1. Détermine l'ensemble de définition D_g de g puis calcule les limites de g aux bornes de D_g.

2. g' désigne la fonction dérivée de la fonction g.

   a. Détermine g' puis étudie le signe de $g'(x)$ suivant les valeurs de x.

   b. Etudie les variations de g puis dresse son tableau de variations.

   c. Déduis-en le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

Partie B

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;I,J)$ d'unité graphique : $2cm$. (C) désigne la représentation graphique de la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :

$f:x\mapsto f(x)=\left|x^2-1\right|+\ln\left|x-1\right|$, si $x\leq 0$ et $f:x\mapsto f(x)=\dfrac{\ln x}{x-1}$, si $x\succ 0$.

1. D_f désigne l'ensemble de définition de la fonction f.

   a. Détermine D_f.

   b. Calcule les limites de f aux bornes de D_f.

2. Etude de f en -1 :

   a. étudie la continuité et la dérivabilité de f en -1.

   b. donne une interprétation graphique des résultats obtenus.

3. Détermination de la fonction dérivée, notée f', de la fonction f.

   a. Calcule $f'(x)$, pour $x\leq 0$

   b. Montre que : $\forall x\in D_f\cap\mathbb{R}_+^*$, $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x(x-1)^2}$.

   c. Donne le sens de variation de f puis dresse son tableau de variations.

4. Construction de la représentation graphique de f :

a. précise les branches infinies de (C).

b. trace (C).

Partie C

1. Montre que la fonction $H : x \mapsto -x+(x-1)\ln|x-1|$ est une primitive sur $]-\infty,1[$ de la fonction $h : x \mapsto \ln|x-1|$.

2. Calcule l'aire A , en cm^2 , de la partie du plan définie par : $\begin{cases} -1 \leq x \leq 0 \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{cases}$.