Nama: Muhamad Kurniawan Fauzi
NIM: 5312422037
Prodi: Teknik Komputer

Filter

Filter adalah sistem yang bisa mengolah sinyal. Contohnya bisa diterapkan pada nada dari suatu lagu. Di sini, filter sendiri memiliki 2 sifat utama yaitu linearitas & invarian waktu

1. Linearitas
   - Penjumlahan sinyal: Jika kita memfilter hasil dari penjumlahan kedua sinyal hasilnya akan sama apabila kita memfilter setiap sinyal tersebut kemudian menjumlahkannya. Sehingga dapat dituliskan menjadi:

     Rumus: $\boxed{F(x_1(n) + x_2(n)) = F(x_1(n)) + F(x_2(n))}$
   - Scaling sinyal: Misalkan kita memiliki 2 audio yang satu asli dan yang satu suaranya diperkeras. Jika kita terapkan filter yang sama, maka jika kita keraskan suara dari audio asli setelah difilter dengan gain yang sama seperti audio yang diperkeras di awal maka hasilnya akan sama. Berikut adalah persamaannya

     Rumus: $\boxed{F(a \cdot x(n)) = a \cdot F(x(n))}$
2. Invarians waktu:

   Invarians waktu memiliki arti kalau filter tidak terpengaruh dari kapan sinyal datang yang berarti apabila kita memiliki audio yang sudah difilter, filternya akan sama pada saat kita memutar audio pada awal ataupun bagian manapun pada audio tersebut sehingga tidak terpengaruh oleh delay yang diberikan sehingga dapat ditulis ulang menjadi:

   Rumus: $\boxed{y(n+n_0) = F(x(n+n_0))}$

Filter FIR (Finite Impulse Response)

Filter FIR memiliki persamaan differensial seperti berikut, dimana $x(n)$ adalah input, $y(n)$ adalah output dan $b(m)$ adalah koefisien atau impulse respon filter.

Rumus: $\boxed{\sum_{m=0}^{L} b(m)\, x(n-m) = y(n)}$

Jika kita terapkan z-transform pada $y(n)$, maka akan memperoleh

Rumus: $\boxed{Y(z) = \sum_{m=0}^{L} b(m)\, z^{-m} \cdot X(z) = X(z) \cdot \sum_{m=0}^{L} b(m) \cdot z^{-m}}$

Dengan ini kita bisa peroleh transfer function dari sistem dengan seperti berikut.

z domain

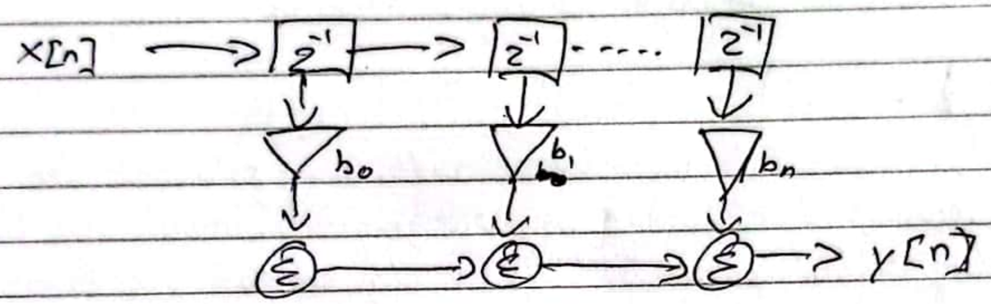
$$\boxed{H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \sum_{m=0}^{L} b(m) \cdot z^{-m}}$$

$\Longleftrightarrow$

Frequency domain

$$\boxed{H(e^{j\Omega}) = \sum_{m=0}^{L} b(m) \cdot e^{-j\Omega m}}$$

Diagram umum yang bisa menggambarkan FIR adalah



Filter IIR (Infinite Impulse response)

Berbeda dengan FIR, IIR memiliki feedback yang mana dengan ini akan ada beberapa parameter lain seperti $a(r)$ sebagai koefisien. Dengan ini rumusnya:

$$\text{Rumus}: \boxed{\sum_{m=0}^{L} b(m) \cdot x(n-m) + \sum_{r=1}^{R} a(r) \cdot y(n-r)} = y(n)$$

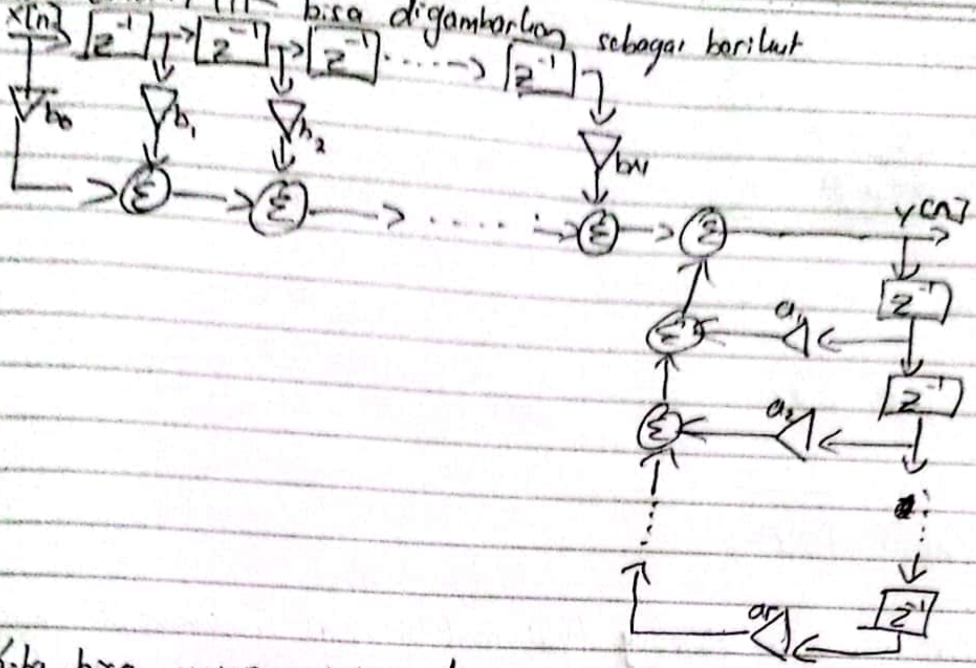
Bisa dilihat dari persamaan differensial diatas memiliki feedback dengan menggunakan y sebagai parameter. Ini menunjukkan bahwa iterasi ~~sebelumnya~~ sekarang akan digunakan pada feedback perhitungan selanjutnya. Z-transform dari $y(n)$ bisa ditulis

$$\text{Rumus}: \boxed{Y(z) = \sum_{m=0}^{L} b(m)\, X(z) \cdot z^{-m} + \sum_{r=01} a(r) \cdot Y(z)\, z^{-r}}$$

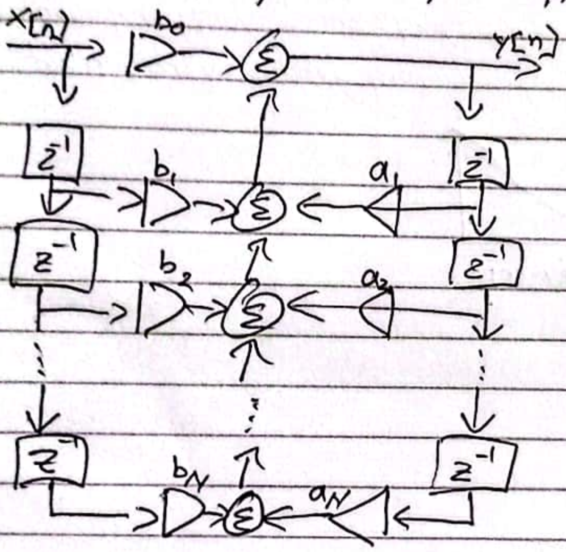
Dengan ini transfer function dari sistem bisa dituliskan sebagai:

$$\text{Rumus}: \boxed{H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{m=0}^{L} b(m)\, z^{-m}}{1 - \sum_{r=1}^{R} a(r)\, z^{-r}}}$$

Secara umum, IIR bisa digambarkan sebagai berikut



Kita bisa mempersingkatnya dengan menggabung penjumlahannya, seperti berikut



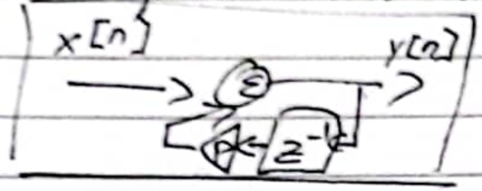
Contoh Filter

Karena delay adalah operasi linear, kita bisa menggesernya setelah penjumlahan, sehingga bisa menggabungkan penundaan untuk bagian IIR dan FIR. Dengan ini, kita hanya perlu sistem dengan pole pada posisi p. Dalam persamaan sebelumnya, kita memperoleh dengan menerapkan $b(0) = 1$ dan $a(1) = p$. Maka kita mendapat bentuk sederhana dari persamaan diferensial.

Rumus: $\boxed{y(n) = 1 \cdot x(n) + p\,y(n-1)}$

Jika $x(n)$ adalah unit pulse, output akan menjadi perpangkatan dari decay $1, p, p^2, p^3$

Ini bisa digambarkan dalam diagram blok sebagai:



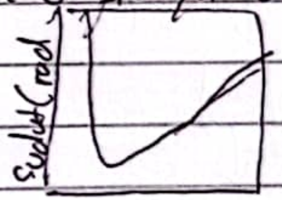
Dalam domain z, ini adalah

$$Y(z) = X(z) + p z^{-1} Y(z)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - p \cdot z^{-1}}$$

Dalam struktur ini, kita sekarang dapat melihat loop feedback. Ini berarti z-transform deret eksponensial sebelumnya. Dengan ini, kita bisa mentransformasikan ini kembali ke domain waktu. Kita mendapat fungsi eksponensial yang merupakan impulse response filter, yaitu $1, p, p^2, p^3$. Grafiknya kurang lebih seperti berikut

Frekuensi



Frekuensi