



**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA**  
**DE LA ZONA METROPOLITANA DE GUADALAJARA**

# Tarea 1

MOISES EMANUEL MARTINEZ NOYOLA

**ING. MECATRONICA**  
DINAMICA DE ROBOTS

# **Cálculo de parámetros de posición, velocidad y aceleración de cuerpos rígidos**

## **Cinemática de Cuerpos Rígidos**

La cinemática de cuerpos rígidos estudia las relaciones existentes entre el tiempo, posición, velocidad, y aceleración de las diferentes partículas que forman un cuerpo rígido. Lo más fundamental en cuanto a robots se refiere, es el cálculo de la posición de sus cuerpos, así como de la velocidad en la que se desplazan y la aceleración que van agarrando con el paso del tiempo, porque por ahora eso es lo que se estudiara a partir de sus conceptos principales.

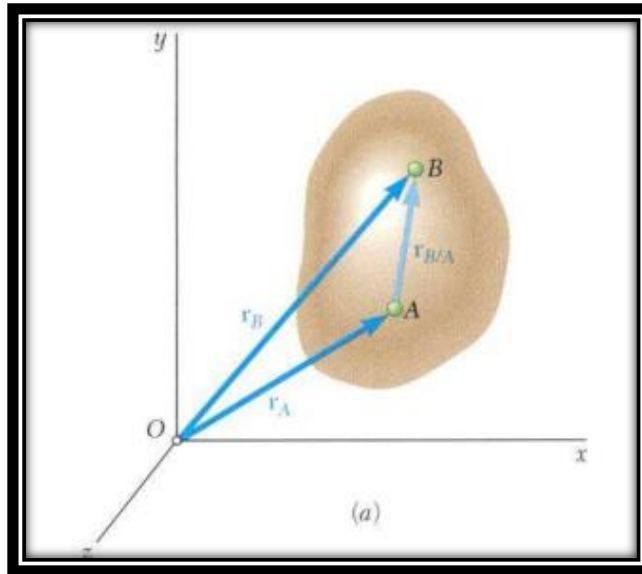
## **Clasificación del movimiento de los sólidos rígidos**

- Movimiento general
- Movimiento alrededor de un punto fijo
- Movimiento plano general
- Rotación alrededor de un eje fijo
- Traslación
  - Traslación curvilínea
  - Traslación rectilínea

## **Traslación**

Considere un sólido rígido en traslación:

- La dirección de cualquier línea recta en el interior del sólido permanece constante.
- Todas las partículas que forman parte del sólido se mueven en líneas paralelas.



Para dos partículas cualesquiera del sólido

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{B/A}$$

Derivando respecto al tiempo

$$\dot{\vec{r}}_B = \dot{\vec{r}}_A + \dot{\vec{r}}_{B/A} = \dot{\vec{r}}_A$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A$$

Todas las partículas tienen igual velocidad.

Derivando respecto al tiempo,

$$\ddot{\vec{r}}_B = \ddot{\vec{r}}_A + \ddot{\vec{r}}_{B/A} = \ddot{\vec{r}}_A$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A$$

Todas las partículas tienen igual aceleración.

**Rotación alrededor de un eje. Velocidad**

Considere la rotación alrededor de un sólido rígido AA'. La velocidad  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$  de la partícula P es tangente a la trayectoria con:

$$v = \frac{ds}{dt}$$

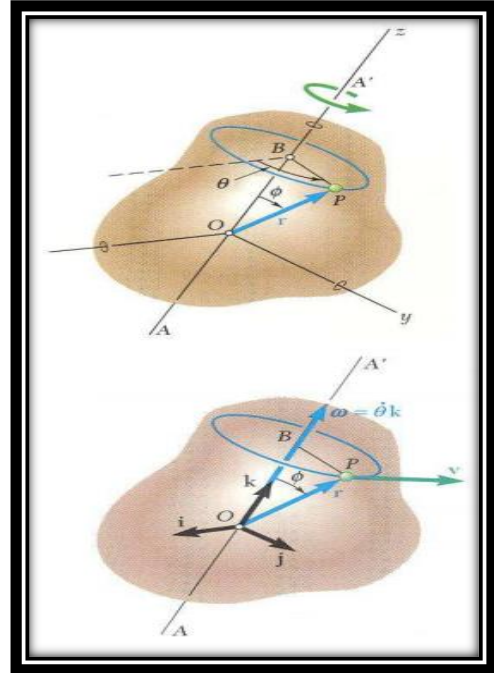
$$\Delta s = (BP)\Delta\theta = (r \sin \phi)\Delta\theta$$

$$v = \frac{ds}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (r \sin \phi)\Delta\theta = r\dot{\theta} \sin \phi$$

El mismo resultado se obtiene con:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{\omega} = \omega \vec{k} = \dot{\theta} \vec{k} = \text{velocidad angular}$$

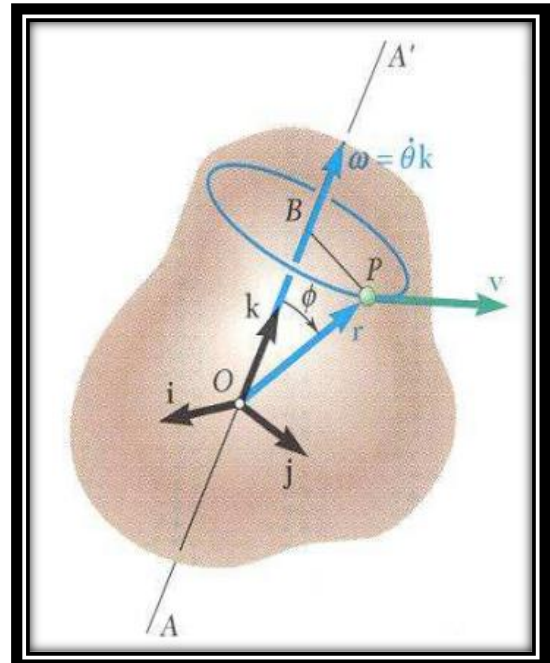


### Rotación alrededor de un eje. Aceleración

La aceleración mide la variación de la velocidad en el tiempo. La aceleración instantánea de un móvil en el instante  $t$ , es la derivada del vector velocidad respecto del tiempo en ese instante.

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r}) \\ &= \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \\ &= \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v} \end{aligned}$$

Donde  $\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{a}$  = aceleración angular.



La aceleración de P es una combinación de 2 vectores:

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r}$$