

# TD Ondes électromagnétiques

Énergie, polarisation...

## 1 Superposition de deux OPPM

Une OPPM de pulsation  $\omega$  se propage dans le vide avec un vecteur d'onde :

$$\vec{k}_1 = k(\cos(\alpha) \vec{u}_x + \sin(\alpha) \vec{u}_z) \quad (1)$$

Elle est polarisée rectilignement suivant Oy :

$$\vec{E}_1 = E_0 \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) \vec{u}_y \quad (2)$$

1. Que vaut  $k_1 = \|\vec{k}_1\|$  ? Quel est le champ magnétique  $\vec{B}_1$  transporté par cette onde ?
2. Une deuxième onde de mêmes fréquence, amplitude et pulsation et de vecteur d'onde :

$$\vec{k}_2 = k(\cos(\alpha) \vec{u}_x - \sin(\alpha) \vec{u}_z) \quad (3)$$

est superposée à la première. Ces deux ondes sont en phase à l'origine du système de coordonnées.

- (a) Exprimez les champs électrique et magnétique de l'onde globale.
- (b) Quelle est la direction de propagation de l'onde globale ? Est-elle plane ou stationnaire ? Quelle est sa vitesse de phase et qu'a-t-elle de particulier ?
- (c) Calculez la moyenne temporelle  $\langle \vec{\Pi} \rangle$  du vecteur de Poynting de l'onde globale ? A-t-on additivité des vecteurs de Poynting instantanés ? additivité des moyennes temporelles des vecteurs de Poynting ? Commentez.
- (d) Calculez l'intensité lumineuse venant frapper à un écran situé à une abscisse  $x$  quelconque et commentez.

## 2 Champ rayonné par une plaque de courants

(Centrale MP 2017) Dans le plan  $z = 0$  circulent des courants surfaciques :

$$\vec{j}_s = j_s^0 e^{i(\omega t - \alpha x)} \vec{u}_y \quad (4)$$

avec  $\alpha < \omega/c$ . Ces courants engendrent un champ électromagnétique dans tout l'espace. Par ailleurs, l'espace est vide.

1. Rappelez l'équation de conservation de la charge électrique. Adaptez-la au cas surfacique, puis trouvez la densité surfacique de charges  $\sigma$  portée par le plan  $z = 0$ .
2. Expliquez pourquoi le champ électrique sera cherché sous la forme  $\vec{E} = f(z) e^{i(\omega t - \alpha x)} \vec{u}_y$ . Justifiez en particulier les variables et la direction.
3. Trouvez une équation satisfaite par  $f$  et résolvez-la, en posant  $\beta = \sqrt{\omega^2/c^2 - \alpha^2}$ .
4. Quelle est la forme du champ électrique pour  $z < 0$  et  $z > 0$  ? Vous l'écrirez sous la forme d'une superposition de deux OPPM. Pourquoi l'une de ces deux ondes est-elle nulle ici ?
5. Concluez à l'aide des relations de passage pour les deux champs.
6. Commentez, sur les expressions de  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$ , le fait que  $z = 0$  est plan de symétrie des sources du champ électromagnétique.
7. Quelle est la relation entre nombre d'onde et pulsation ? Est-ce surprenant ?

### 3 Effet Doppler-Fizeau

(D'après E3A) L'effet Doppler est un décalage en fréquence d'un signal lorsque son émetteur et son récepteur sont en mouvement l'un par rapport à l'autre. Il peut se produire pour tous les types d'ondes et, dans le cas des ondes électromagnétiques, s'appelle l'effet Doppler-Fizeau.

1. L'effet est-il symétrique par interversion du récepteur et de l'émetteur? Discutez quelques exemples.
2. On supposera le récepteur fixe dans le référentiel choisi. L'émetteur se rapproche de lui à la vitesse  $v$ . L'onde émise est de fréquence  $f$  et se propage à la célérité  $c$ .
  - (a) À l'instant  $t_0$ , l'onde émise est d'amplitude maximale au niveau de l'émetteur, qui se trouve une distance  $L$  du récepteur. Calculez l'instant  $t'_0$  de réception.
  - (b) Exprimez l'instant  $t_1$  d'émission du maximum suivant, la distance  $L'$  à ce moment et l'instant  $t'_1$  de réception.
  - (c) Déduisez-en la période  $f'$  du signal reçu en fonction de  $f$ ,  $v$  et  $c$  au premier ordre en  $v/c$ .
3. Dans l'observation du mouvement relatif des galaxies, on observe un phénomène appelé *redshift*. Dans ce contexte, de quoi pensez-vous qu'il s'agit?

### 4 Phénomène de battements

On étudie un paquet constitué de deux ondes se propageant dans le même sens et différant seulement par leurs fréquences, supposées proches mais pas égales.

1. Proposez une écriture pour les champs électriques de ces deux ondes, en prenant  $x$  comme direction de propagation et  $z$  comme direction de polarisation. Les deux pulsations seront notées  $\omega_1$  et  $\omega_2$  avec  $\omega_1 > \omega_2$ . On les supposera numériquement proches.
2. Calculez le champ électrique du paquet d'ondes. Vous ferez un changement de variables en introduisant la pulsation moyenne  $\omega_0$ , le nombre d'onde moyen  $k_0$ , l'écart spectral en pulsation  $\Delta\omega$  et l'écart spectral en nombre d'onde  $\Delta k$ .
3. Donnez l'expression de ce champ électrique en réel. Mettez-le sous une forme permettant de distinguer une enveloppe lentement variable dans laquelle oscille une onde rapidement variable et tracez son allure à  $t$  donné. Cette allure s'appelle des *battements*.
4. Supposant que ce paquet se propage dans le vide, calculez les vitesses de propagation des deux termes. Interprétez.
5. Que pouvez-vous dire le milieu est maintenant un milieu transparent dispersif d'indice optique  $n > 1$ ?

### 5 Loi de Malus

Une onde lumineuse non polarisée traverse un ensemble polariseur-analyseur, les directions des deux appareils faisant un angle  $\theta$  entre elles.

1. Que signifie qu'une onde est « non polarisée »? Donnez un exemple de réalisation de cette situation.
2. Rappelez la loi de Malus.
3. Initialement, on avait  $\theta = 15^\circ$ . Quelle est la variation relative d'intensité lumineuse quand  $\theta$  passe à  $5^\circ$ ?
4. Même question quand  $\theta$  passe de  $75^\circ$  à  $85^\circ$ ? Commentez.