

# TD Électromagnétisme

## Magnétostatique

### 1 Champ dans un câble coaxial

Un câble coaxial est constitué de deux cylindres de même axe, de rayons  $R_1$  et  $R_2 > R_1$ , conducteurs, sur lesquels circulent des courants  $I$  et  $-I$  respectivement (figure 1). Ces courants circulent de manière uniforme sur les surfaces métalliques des cylindres.

1. Calculez le champ magnétique rayonné dans tout l'espace.
2. Déduisez-en un intérêt pratique de ce type de câble.

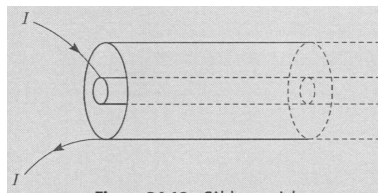


FIG. 1 : Câble coaxial.

### 2 Champ magnétique d'un éclair

La distribution de courants représentée figure 2 modélise le courant d'un éclair tombant verticalement sur le sol.

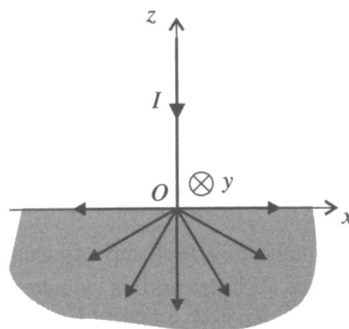


FIG. 2 : Champ magnétique d'un éclair.

Un courant d'intensité  $I$  descend l'axe  $Oz$  et se répand de manière isotrope dans le sol (demi-espace  $z < 0$ ).

1. Déterminez la densité volumique de courant en tout point dans le sol, en notant  $r$  sa distance à  $O$ .
2. Déduisez-en le champ magnétostatique en tout point de l'espace.

Indication : l'aire d'une calotte sphérique de rayon  $r$  et de demi-angle au centre  $\alpha$  est  $2\pi r^2(1 - \cos(\alpha))$ .

### 3 Bobines de Helmholtz

On donne le champ magnétique rayonné par une spire de rayon  $R$ , traversée par un courant  $I$ , en un point  $M$  de son axe  $Ox$  :

$$\vec{B}_e(M) = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin(\alpha)^3 \vec{u}_x \quad (1)$$

où  $\alpha$  est le rayon angulaire de la spire vue du point  $M$  (figure 3a).

1. Soit  $B = \|\vec{B}(M)\|$ . Calculez  $B$  en fonction de  $u = x/R$ , en notant  $B_0$  sa valeur au centre de la spire. Tracez son allure.
2. Le montage des bobines de Helmholtz consiste en deux bobines plates identiques ( $N$  spires chacune, même rayon  $R$ , même courant  $I$ , même axe) placées à la distance  $d = R$  l'une de l'autre. Ce montage est représenté figure 3b.

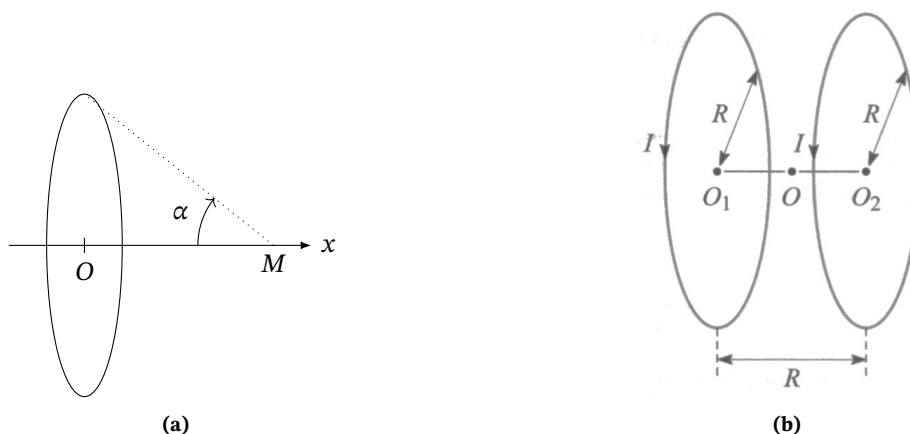


FIG. 3 : a) Angle sous lequel on voit une spire. b) Dispositif de Helmholtz.

- (a) Calculez le champ magnétique en  $O$ , point situé sur l'axe au milieu des deux bobines.
- (b) Argumentez le fait que le champ magnétique peut être considéré comme constant avec un très bon degré d'approximation quand la distance entre les deux bobines est précisément égale à  $R$ .  
Vous pourrez, par exemple, tracer l'allure du champ pour diverses valeurs de cette distance pour voir ce que le cas  $d = R$  a de remarquable, ou bien discuter la nature de l'extremum du champ magnétique en  $x = 0$ .

### 4 Étude d'un champ magnétique

Dans un repère cartésien on donne le champ vectoriel :

$$\vec{B} = B_0 \cos\left(2\pi \frac{x}{a}\right) \vec{u}_y \quad (2)$$

1. Ce champ peut-il être un champ magnétique dans une région vide de charge et de courant ?
2. Pour compenser cette difficulté, on corrige la forme du champ :

$$\vec{B} = B_x(x, y) \vec{u}_x + B_0 f(y) \cos\left(2\pi \frac{x}{a}\right) \vec{u}_y \quad (3)$$

Déterminez l'équation différentielle vérifiée par  $f$  et intégrez-la en faisant l'hypothèse que  $f$  passe par un extremum égal à 1 en  $y = 0$ . Puis déterminez  $B_x$ .