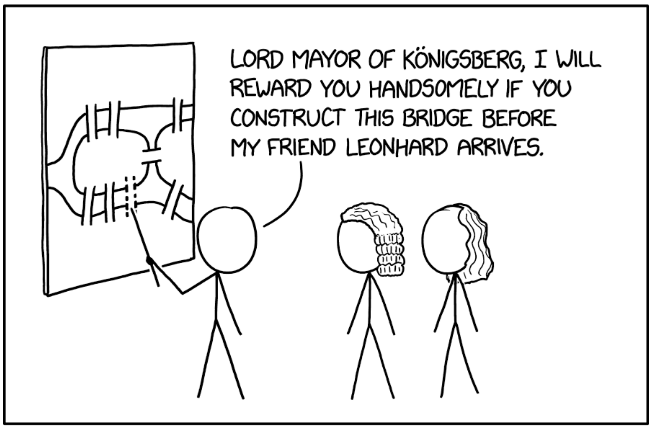
Chapitre 4

Complément d'algo des graphes

(Programme de khôlles)



I TRIED TO USE A TIME MACHINE TO CHEAT ON MY ALGORITHMS FINAL BY PREVENTING GRAPH THEORY FROM BEING INVENTED.

Olivier Caffier

Groupes A, B & C (CCINP et Mines-Telecom)

1. Définition d'un couplage
2. Définition d'un couplage maximal, maximum (savoir faire la différence entre les deux), parfait et apparié.
3. Théorème : Un couplage maximum est toujours maximal. (démo)
4. Définition d'un chemin alternant, augmentant (savoir faire un exemple).
5. Théorème : C est maximum dans $G = (S, A) \Leftrightarrow$ il n'existe pas de chemin augmentant. (énoncé)
6. Algorithme pour trouver un couplage maximum.
7. Définition d'un graphe biparti, du graphe orienté associé.
8. L'algorithme permettant de trouver un couplage maximum dans un graphe biparti est en $\mathcal{O}(|S||A|)$. (démo)
9. Implémentation en OCaml d'un algorithme calculant les composantes fortement connexes dans un graphe non-orienté.
10. Définition d'une composante fortement connexe puit, source.
11. Algorithme : Kosaraju (présentation et pseudo-code).
12. Application à la logique propositionnelle, savoir donner les enjeux et les quelques résultats connus.
13. Algorithme : Dijkstra (2 versions, complexité de chacune, démo des complexités).
14. Algorithme : A* (concept et illustration graphique rapide), pseudo-code, différences avec Dijkstra, complexité.
15. Définition d'une heuristique admissible, traduction en français (« l'estimation ne doit jamais surestimer le coût ! »).
16. Définition d'une heuristique monotone.

Groupes B & C (Mines, Centrale, X)

17. Théorème : C est maximum dans $G = (S, A) \Leftrightarrow$ il n'existe pas de chemin augmentant. (démo)
18. Proposition : CNS sur G_c pour que G admette un chemin augmentant pour C. (démo)
19. Théorème : Si on fait un parcours en profondeur de $G = (S, A)$ alors le sommet ayant la plus grande valeur de fin de traitement sera dans une C.F.C source. (démo)
20. Définition du graphe de C.F.C associé.
21. Définition du graphe d'implication.
22. Théorème : S'il existe un chemin de x à y dans G_φ alors $\varphi \models x \to y$, i.e tout modèle de φ est modèle de $x \to y$. (démo)
23. Théorème : Si h est admissible et que t est accessible depuis s dans G alors A* renvoie $d(s, t)$.
24. Théorème : h monotone et $h(t) = 0 \implies h$ admissible. (démo)

Groupe C (ENS)

25. Théorème : φ est satisfiable $\Leftrightarrow G_\varphi$ ne possède aucune C.F.C comportant à la fois une variable et sa négation. (démo, c'est tombé à l'ENS l'an dernier)
26. Si h est monotone alors chaque sommet sera défilé une seule fois dans l'exécution de A*.