

TD Électromagnétisme

Conduction électrique

1 Vitesse des électrons libres dans un métal

On se donne un fil de cuivre, supposé cylindrique et rectiligne :

- section $S = 1 \text{ mm}^2$
- intensité du courant $I = 1 \text{ A}$
- conductivité du cuivre $\gamma = 5,96 \cdot 10^7 \text{ S m}^{-1}$
- densité $d = 8,95$
- masse molaire $M = 63,5 \text{ g mol}^{-1}$

Après avoir déterminé la densité volumique d'électrons libres, calculez la vitesse d'un électron libre participant à ce courant électrique.

2 Courant engendré par une rotation

Un cylindre de rayon R et de grande longueur est mis en rotation autour de son axe de révolution à la vitesse angulaire ω . Il est uniformément chargé en volume avec une densité volumique de charges ρ .
Calculez la densité volumique de courant engendrée par cette rotation.

3 Action d'un éclair

(CCP PC 2019) La foudre frappe un piquet paratonnerre (figure 1). Elle est modélisée comme un flux d'électrons descendant, correspondant à un courant électrique I , et on suppose que l'intégralité de ces électrons pénètre dans le sol.

Le sol est assimilé à un milieu conducteur de conductivité électrique $\gamma = 1 \cdot 10^{-2} \text{ S m}^{-2}$.

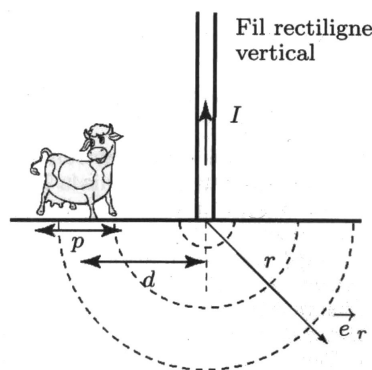


FIG. 1 : Action d'un éclair.

L'étude est menée sur une durée assez courte pour traiter les grandeurs électriques comme constantes.

1. Déterminez la relation entre I et $j(r)$ où $\vec{j} = j(r)\vec{e}_r$.
2. Déduisez-en l'expression du champ électrostatique \vec{E} régnant dans le sol et vérifiez que le potentiel s'écrit sous la forme :

$$V(r) = -\frac{I}{\gamma 2\pi r} \quad (1)$$

3. Une vache se trouve à proximité du point d'impact.

- Déterminez la tension U_p entre les pattes avant et arrière de la vache, distantes de p .
- Sachant que la vache peut être assimilée à une résistance $R = 2,5 \text{ k}\Omega$ et qu'elle supporte au maximum une intensité $I = 25 \text{ mA}$, déterminez la distance minimale d du point d'impact à laquelle elle doit se situer pour survivre.

4 Gravure ionique

La gravure ionique est un procédé couramment utilisé dans l'industrie micro-électronique. Elle permet de graver la surface d'un substrat en la bombardant d'un faisceau d'ions de densité importante, mais de vitesse modérée, ce qui permet à des réactions chimiques d'avoir lieu uniquement à la surface du matériau. Il est donc nécessaire d'accélérer les ions en nombre important, puis, une fois le courant d'ions créé, de les ralentir afin de contrôler leur action sur le substrat.

Pour contrôler séparément l'intensité du courant ionique et l'énergie cinétique des ions, on utilise un système constitué de trois grilles métalliques, numérotées 0, 1 et 2 (voir figure 2).

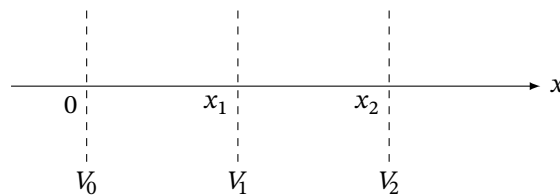


FIG. 2 : Gravure ionique.

Les trois grilles sont portées à des potentiels différents, contrôlables indépendamment les uns des autres, tels que $V_1 < V_2 < V_0 = 0$. Le potentiel est partout négatif.

Le dispositif est traversé par un flux continu de cations identiques, tous de masse m et charge e , se propageant dans la direction x . On note $n(x)$ la densité volumique de cations. Les cations sont lâchés au niveau de la grille 0 avec une vitesse initiale négligeable.

- Déterminez la vitesse $v(x)$ d'un cation en fonction du potentiel $V(x)$ et montrez qu'il subit une phase d'accélération et une phase de décélération au sein du dispositif.
- Montrez que le vecteur densité de courant s'écrit $\vec{j} = j_0 \vec{u}_x$, avec j_0 une constante que vous ne chercherez pas à déterminer pour l'instant.
- Montrez que le potentiel est gouverné par l'équation différentielle sur $[0, x_1]$:

$$V''(x) + \frac{j_0}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m}{-2eV(x)}} = 0 \quad (2)$$

En admettant que sa solution est :

$$V(x) = - \left(\frac{81 j_0^2 m}{32 \varepsilon_0^2 e} \right)^{\frac{1}{3}} x^{\frac{4}{3}} \quad (3)$$

montrez que $j_0 = k |V_1|^{\frac{3}{2}}$ en précisant la valeur de k .

- (Question facultative) : justifiez la forme de la solution admise ci-dessus.
- On place un substrat de section S immédiatement après la grille 2 dans l'axe du faisceau pendant une durée Δt . Le faisceau est supposé uniforme à l'échelle du substrat. Déterminez le nombre N de cations atteignant le substrat, ainsi que leur vitesse. Concluez sur le bon fonctionnement du dispositif, c'est-à-dire la possibilité de contrôler séparément les deux paramètres.