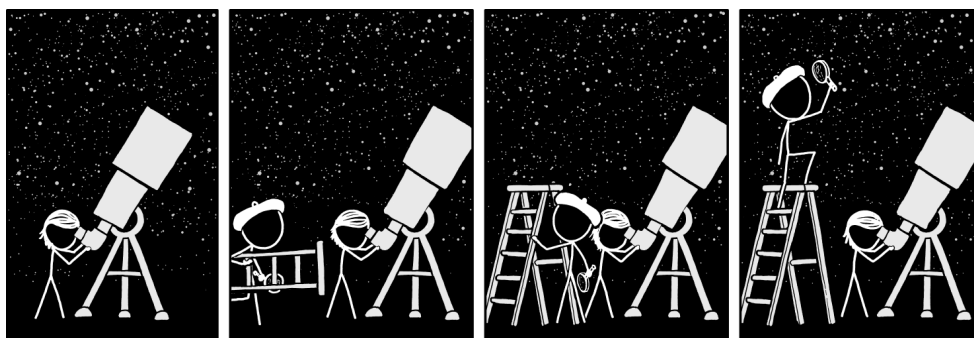


MPI* Physique

Optique Géométrique

Exercices



Olivier Caffier



Table des matières

1 Exercices du polycopié « Rappels MP2I »	2
1.1 Relations fondamentales du prisme et minimum de déviation	2
1.2 Questions simples sur les lentilles minces	2
1.3 Méthode focométrique de Bessel	2
1.4 Système afocal	2
1.5 Étude simplifiée d'un objectif de photocopieur	3
1.6 Lunette de Galilée	4
2 Exercices classiques	4
2.1 Détection de pluie sur un pare-brise	4
2.2 La loupe	4
2.3 Fibre optique à saut d'indice	5
2.4 La lunette astronomique	5
2.5 Optique de l'œil	6

Questions de cours

1. Énoncer les lois de Snell-Descartes.
2. Donner la définition de la réflexion, de la réflexion, d'un dioptre. Notion de milieu plus ou moins réfringents et conséquence sur les rayons par rapport à la normale.
3. Expliquer le phénomène de réflexion totale et la notion d'angle limite.
4. Donner les définitions suivantes : objet, image, point réel/virtuel, foyer image, foyer objet.
5. Énoncer les conditions de Gauss et leurs conséquences.
6. Donner la définition de la vergence. Quelle est son unité? Quel est son signe?
7. Donner la définition du grandissement et du grossissement, interprétation avec leur signe (image renversée, droite...).
8. Schémas d'une lentille convergente/divergente + règles de construction.
9. Schéma d'un miroir plan + construction.
10. Définition d'un système focal/afocal.
11. Énoncer les relations de conjugaison.
12. Énoncer les méthodes d'autocollimation et de Bessel.

1 Exercices du polycopié « Rappels MP2I »

1.1 Relations fondamentales du prisme et minimum de déviation

On considère le prisme suivant :

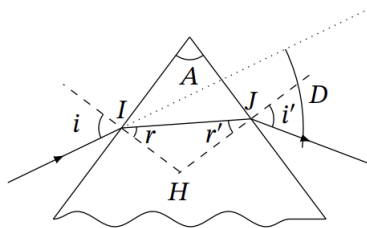


FIGURE 1 – Positionnement d'un prisme par rapport au rayon incident pour une utilisation « normale ».

Retrouvez les relations suivantes, appelées *relations fondamentales du prisme* :

$$\begin{cases} A = r + r' \\ D = i + i' - A \end{cases}$$

1.2 Questions simples sur les lentilles minces

Reportez-vous à la Figure 2. La lentille \mathcal{L} est divergente de focale f' et de centre O .

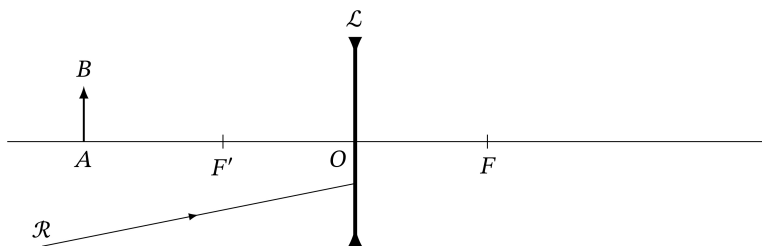


FIGURE 2 – Questions simples sur les lentilles minces.

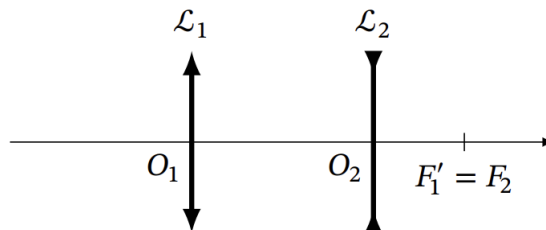
Construisez l'image $A'B'$ de AB et le réfracté de \mathcal{R} . Les deux constructions sont indépendantes. Quelle est la nature de l'image $A'B'$?

1.3 Méthode focométrique de Bessel

Prouvez les relations et affirmations du paragraphe sur la méthode de Bessel.

1.4 Système afocal

Soit le doublet optique de la figure ci-dessous avec $L_1(O_1, f'_1 = 20 \text{ cm})$ et $L_2(O_2, f'_2 = -5 \text{ cm})$, les foyers F'_1 et F_2 étant confondus.



1. Vérifiez rapidement que cet instrument est afocal.
2. Calculez le grandissement γ ; dépend-il de la position de l'objet A ?
3. Un objet est vu, à l'infini, sous un angle α . Déterminez le grossissement.

1.5 Étude simplifiée d'un objectif de photocopieur

Les procédés acutels de reprographie nécessitent la formation de l'image du document sur une surface photosensible par l'intermédiaire d'un objectif de reproduction. Nous désirons reproduire un document de format A4 soit au même format, soit au format A3 (double du A4 en surface), soit au format A5 (moitié du A4 en surface). Les différents tirages sont réalisés à l'aide d'un objectif en modifiant la position relative des lentilles à l'intérieur du système.

La distance entre le document et le récepteur photosensible est de $d_1 = 384$ mm. Une première lentille divergente L_1 , de distance focale $f'_1 = -90$ mm, est placée à $d_2 = 180$ mm du récepteur (figure ci-dessous).

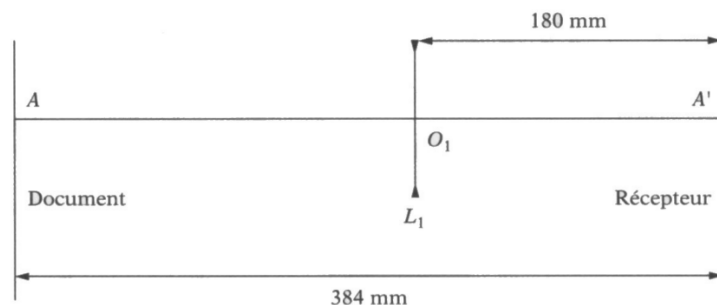


FIGURE 3 – Étude d'un objectif de photocopieur : dispositif rudimentaire

1. La lentille L_1 peut-elle donner une image du document sur le récepteur? Justifiez par la relation de conjugaison.
2. Ajoutons alors une lentille mince L' devant L_1 , à $d_3 = 180$ mm du document (cf. figure ci-dessous) :

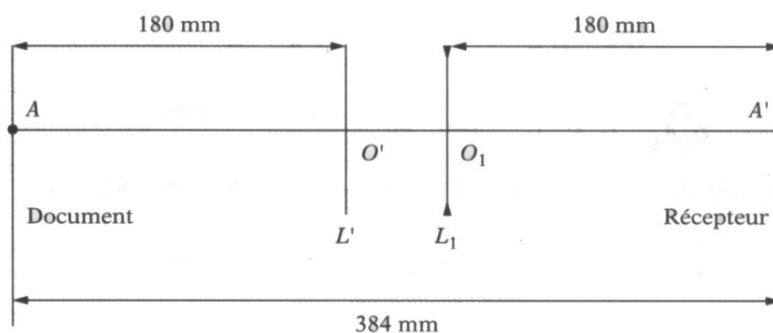


FIGURE 4 – Étude d'un objectif de photocopieur : dispositif corrigé

- (a) La lentille L' peut-elle être divergente? Justifiez par des relations de conjugaison.
 - (b) Calculez la distance focale f' de cette deuxième lentille pour obtenir une image nette du document sur le récepteur. Application numérique.
 - (c) Notons γ le grandissement du système optique constitué des deux lentilles, γ_1 le grandissement de la lentille L_1 et γ' celui de la lentille L' .
 - i. Exprimez γ en fonction de γ_1 et γ' puis calculez-le.
 - ii. Quel type de tirage permettra cet objectif? A4 en A3 ou A4 en A5?
3. En fait, la lentille L' est constituée de deux lentilles L_2 et L_3 accolées, L_2 étant identique à L_1 . Calculez la distance focale f'_3 de L_3 . Quelle est la nature de cette lentille mince?
 4. Déplaçons L_3 jusqu'à la coller à L_1 .
 - (a) Montrez que l'image du document reste sur le récepteur.
 - (b) Calculez le nouveau grandissement γ_2 de ce système optique à trois lentilles. Déduisez-en le type de tirage obtenu.

1.6 Lunette de Galilée

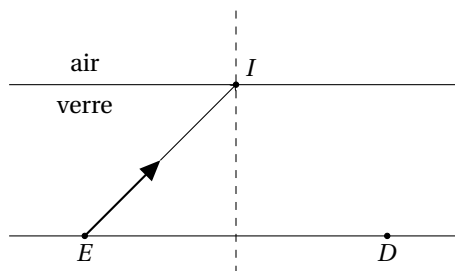
La lunette de Galilée est destinée à observer des objets terrestres. Elle est constituée de deux lentilles, un objectif convergent (lentille L_1 , centre O_1 , focale $f'_1 = 25$ cm) et un oculaire divergent (lentille L_2 , centre O_2 , focale $f'_2 = -5$ cm).

1. Calculez la dimension $e = \overline{O_1 O_2}$ de la lunette pour qu'un observateur puisse voir sans accommoder un objet situé à l'infini. Application numérique. Comment s'appelle un tel système? Que pouvez-vous dire des foyers des deux lentilles?
2. Un objet AB est placé à l'infini, vu depuis l'objectif sous un angle α_1 .
 - (a) Calculez l'angle α_2 sous lequel est vue son image par l'observateur, en fonction de α_1 et des focales. Faites un schéma montrant la marche de ce rayon.
 - (b) Le grossissement G de la lunette est défini comme le rapport entre l'angle sous lequel est vu l'objet à travers la lunette et l'angle sous lequel il est vu sans appareil. Exprimez G en fonction de α_1 et α_2 puis en fonction des focales. Application numérique.
3. L'objet AB est désormais placé à une distance finie, à $D = 50$ cm en amont de l'objectif. Sa longueur est $L = 5$ cm.
 - (a) Faites un schéma de la lunette en construisant l'image $A'B'$ par la lunette de l'objet AB.
 - (b) Calculez numériquement $\overline{O_2 A'}$ pour localiser cette image.
 - (c) Calculez le grandissement associé en fonction des focales. Application numérique. Dépend-il vraiment de la position de l'objet?

2 Exercices classiques

2.1 Détection de pluie sur un pare-brise

On modélise un pare-brise par une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur $e = 5$ mm, d'indice $n_v = 1,5$. Un fin pinceau lumineux issu d'un émetteur situé en E arrive de l'intérieur du verre sur le dioptre verre/air en I avec un angle d'incidence $i = 60^\circ$.



1. Montrer que le flux lumineux revient intégralement sur le détecteur situé en D et déterminer la distance ED .
2. Lorsqu'il pleut, une lame d'eau d'indice $n_e = 1,33$ et d'épaisseur $e' = 1$ mm se dépose sur le pare-brise. Représenter le rayon lumineux dans ce cas. À quelle distance du détecteur arrive-t-il?

2.2 La loupe

Un observateur emmétré, c'est-à-dire ayant un œil normal, peut voir distinctement de l'infini à une distance minimale d_m . On dit que l'observateur *accomode* si l'objet qu'il observe n'est pas à l'infini.

Cet observateur regarde à l'œil nu un tout petit objet plan que l'on assimilera à un segment AB de longueur l , perpendiculaire à l'axe optique.

1. Déterminer α_m , angle maximal sous lequel l'objet peut être vu.
2. L'observateur regarde AB à travers une lentille mince convergente de distance focale f' et de centre O (loupe). Son œil est situé à une distance a de la loupe ($a < d_m$).

Déterminer les positions de l'objet rendant possible l'observation d'une image nette par l'observateur emmétré. Faire une construction géométrique de l'image. L'image est-elle droite ou renversée?
3. Pour quelle position de l'objet l'observation se fait-elle sans accommodation? Exprimer l'angle α sous lequel l'œil voit l'image.

Application numérique : que vaut le grossissement commercial de la loupe $G = \alpha/\alpha_m$? On donne $d_m = 0,25$ m et $f' = 50$ mm.

2.3 Fibre optique à saut d'indice

Le guidage de la lumière peut être assuré par des fibres optiques.

Une fibre optique est constituée d'un cylindre de verre (ou de plastique) appelé *cœur*, entouré d'une gaine transparente d'indice de réfraction plus faible. La gaine contribue non seulement aux propriétés mécaniques de la fibre mais évite aussi les fuites de lumière vers d'autres fibres en cas de contact. Actuellement, le diamètre du cœur d'une fibre varie de 3 à 200 μm selon ses propriétés, et le diamètre extérieur de la gaine peut atteindre 400 μm .

On considère une fibre optique constituée d'un cœur cylindrique de rayon a et d'indice n_1 entouré d'une gaine d'indice $n_2 < n_1$ et de rayon b . Les faces d'entrée et de sortie sont perpendiculaires à l'axe du cylindre (Oz) formé par la fibre. L'ensemble, en particulier la face d'entrée, est en contact avec un milieu d'indice n_0 qui sera pris égal à l'indice de l'air pour les applications numériques.

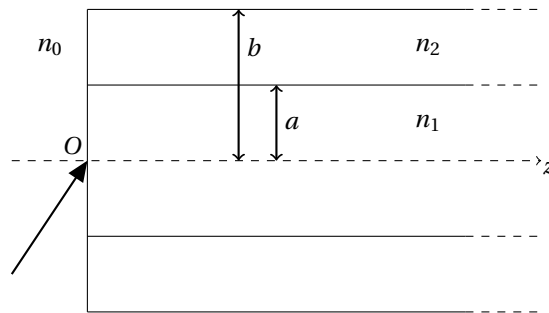


FIGURE 5 – Mise en schéma d'une fibre optique

1. Un rayon lumineux arrive en O . On appelle i l'angle d'incidence sur la surface d'entrée de la fibre. Déterminer, en fonction de n_0 , n_1 et n_2 , la condition que doit satisfaire i pour que le rayon réfracté ait une propagation guidée dans le cœur. On appelle *angle d'acceptance* i_a de la fibre la valeur maximale de i . Donner l'expression de i_a .
2. On appelle *ouverture numérique* de la fibre la quantité $ON = n_0 \sin(i_a)$. Exprimer ON en fonction de n_1 et n_2 .
Application numérique : calculer ON pour $n_1 = 1,456$ (silice) et $n_2 = 1,410$ (silicone).
3. On envoie dans la fibre un faisceau lumineux avec tous les angles d'incidence $i \in [0, i_a]$. Calculez la différence $\delta\tau$ entre la durée maximale et la durée minimale de propagation d'un bout à l'autre de cette fibre. On exprimera le résultat en fonction de la longueur L de la fibre, des indices n_1 et n_2 , et de la vitesse de la lumière dans le vide c .
Application numérique : $L = 1,00$ km, donner la valeur de $\delta\tau$.
4. Le signal transporté par la fibre est constitué d'impulsions lumineuses d'une durée T_1 à un intervalle régulier T . Quelle est la valeur minimale de T faut-il choisir pour que les impulsions soient distinctes à la sortie de la fibre? Proposer une définition de la bande passante en bits (ou nombre d'impulsions) par seconde. Comparer la valeur de la bande passante obtenue ici avec celle d'un téléphone portable (64 bits/sec) et celle de la télévision (100 Mbits/sec).

2.4 La lunette astronomique

Une lunette astronomique est schématisée par deux lentilles minces convergentes de même axe optique Δ :

- l'une L_1 (objectif) de distance focale image $f'_1 = \overline{O_1F'_1}$;
- l'autre L_2 (oculaire) de distance focale image $f'_2 = \overline{O_2F'_2}$.

On rappelle qu'un œil normal voit un objet sans accommoder si celui-ci est placé à l'infini.

On souhaite observer la planète Mars qui est vue sous un diamètre apparent α .

1. Pour observer la planète avec la lunette, on forme un système afocal. Que signifie l'adjectif afocal? En déduire la position relative des deux lentilles.
2. Faire le schéma de la lunette pour $f'_1 = 5f'_2$. Dessiner sur ce schéma la marche à travers la lunette d'un faisceau lumineux (non parallèle à l'axe) formé de rayons issus de l'astre. On appelle $A'B'$ l'image intermédiaire.
3. On souhaite photographier cette planète. Où faut-il placer le capteur CCD?
4. On note α' l'angle que forment les rayons émergents extrêmes en sortie de la lunette. L'image est-elle droite ou renversée?
5. La lunette est caractérisée par son grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$. Exprimer G en fonction de f'_1 et f'_2 .
6. On veut augmenter le grossissement de cette lunette et redresser l'image. Pour cela, on interpose entre L_1 et L_2 une lentille convergente L_3 de distance focale image $f'_3 = \overline{O_3F'_3}$. L'oculaire L_2 est déplacé pour avoir de la planète une image nette à l'infini à travers le nouvel ensemble optique.
Quel couple de points doit conjuguer L_3 pour qu'il en soit ainsi?

7. On appelle γ_3 le grandissement de la lentille L_3 . En déduire $\overline{O_3 F'_1}$ en fonction de f'_3 et γ_3 .
8. Faire un schéma (on placera O_3 entre F_1 et F_2 et on appellera $\overline{A'B'}$ la première image intermédiaire et $\overline{A''B''}$ la seconde image intermédiaire).
9. En déduire le nouveau grossissement G' en fonction de G et γ_3 . Comparer G' à G en signe et valeur absolue.

2.5 Optique de l'œil

Le cristallin de l'œil est assimilable à une lentille mince de centre optique O . On modélise l'œil par une lentille mince convergente de centre optique O , dont la vergence V est variable. L'image se forme sur la rétine, qui dans la réalité est à la distance $d_{\text{rétel}} = 15$ mm de O mais que l'on considèrera égale à $d = 11$ mm pour compenser le fait qu'on néglige la présence du corps vitreux entre le cristallin et la rétine.

1. Un observateur doté d'une vision « normale » regarde un objet \overline{AB} placé dans un plan de front à 1 m devant lui, et tel que $\overline{AB} = 10$ cm.
Préciser si l'image formée par le cristallin est réelle ou virtuelle, droite ou renversée.
2. On note $\overline{A'B'}$ l'image de \overline{AB} sur la rétine. Calculer le grandissement $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$, et en déduire la taille de l'image $\overline{A'B'}$.
3. Calculer la vergence V du système.
4. L'observateur regarde maintenant un objet placé à 25 cm devant lui. Préciser si l'image est réelle ou virtuelle, droite ou renversée.
5. Calculer la variation de la vergence par rapport à celle de la question 3., ainsi que la taille de l'image.
6. On s'intéresse maintenant à un sujet myope possédant donc un cristallin trop convergent. Lorsqu'il regarde à l'infini, l'image se forme à 0,5 mm en avant de la rétine (située à $d = 11$ mm de O). Pour corriger ce problème, cette personne est dotée de lunettes dont chaque verre est assimilé à une lentille mince de vergence V' constante et de centre optique O' , placé à $l = 2$ cm de O .
Calculer la vergence V' des verres de lunettes.
7. L'individu observe un objet situé à 1 m devant lui. Calculer la position de l'image intermédiaire ainsi que le grandissement de l'ensemble [lunette, cristallin].