TD Électromagnétisme

Électrostatique 2 : potentiel et tension

1 Nuage d'orage

1. Retrouvez le champ électrostatique rayonné par un condensateur plan.
2. Un nuage électrique suffisamment étendu pour être considéré comme mince est assimilé à un plan $z = h$, de densité surfacique $\sigma < 0$.
   Proposez une expression pour le champ électrostatique régnant entre le sol et le nuage, ainsi que le potentiel associé sachant qu'il est posé nul au sol.
3. Déduisez-en la capacité de ce condensateur, application numérique pour un nuage carré de 10 km avec $h = 2$ km et $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}\,\mathrm{F\,m^{-1}}$.
4. Supposons qu'il s'agit d'un nuage d'orage. Lorsque l'éclair se forme, le champ électrique vaut $25\,\mathrm{kV\,m^{-1}}$. Déduisez-en le potentiel du nuage.

2 Condensateur cylindrique

Suite de l'exercice 3 de la feuille précédente : calculez la capacité du condensateur, ainsi que sa capacité linéique dont vous ferez l'application numérique avec $R_1 = 1$ cm et $R_2 = 5$ cm. Vous calculerez aussi le potentiel électrostatique rayonné dans tout l'espace.

3 Mise en contact d'un conducteur et d'un semi-conducteur

(CCINP MP 2019) Un semi-conducteur est un matériau où le courant électrique est porté par deux types de porteurs, les électrons et les trous (de charge opposée à celle d'un électron). On le modélise ici comme un milieu contenant des charges $+q$ et $-q$, de permittivité ε_0, occupant tout le demi-espace $x > 0$.

- Les charges $+q$ ont une densité volumique $n_+(x) = n_0 e^{\frac{-qV(x)}{kT}}$.
- Les charges $-q$ ont une densité volumique $n_-(x) = n_0 e^{\frac{+qV(x)}{kT}}$.

avec k la constante de Boltzmann et T la température.

On accole à ce milieu un conducteur parfait de potentiel V_0 occupant le demi-espace $x \leqslant 0$.

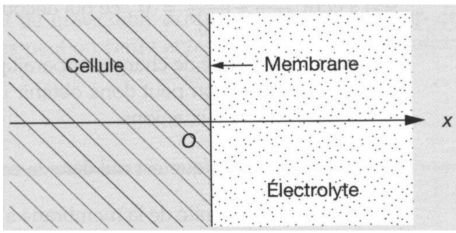
1. Trouvez l'équation différentielle régissant V.
2. On suppose maintenant que $\frac{qV(x)}{kT} \ll 1$. Donnez l'expression de $V(x)$ dans tout l'espace.
3. Trouvez σ, la densité surfacique de charge du conducteur.

4 Étude d'une membrane cellulaire

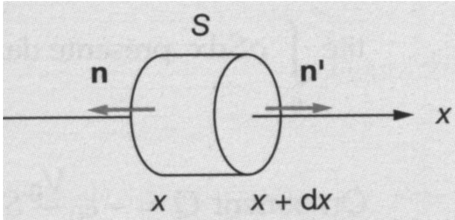
Une membrane cellulaire est assimilée au plan yOz, l'axe Ox étant orienté vers l'extérieur de la cellule, (figure 1a). Toutes les grandeurs physiques sont supposées n'avoir de dépendance spatiale qu'en x.

Une micro-électrode relevant l'évolution du potentiel à la traversée de la membrane (de l'extérieur vers l'intérieur de la cellule) indique une variation de potentiel en général négative. Le potentiel est alors modélisé comme suit :

$$V(x) = \begin{cases} -V_0 & \text{pour } x \leqslant 0 \\ -V_0 e^{-\frac{x}{a}} & \text{pour } x > 0 \end{cases} \quad \text{avec} \quad V_0 > 0 \tag{1}$$



(a)



(b)

FIG. 1 : Étude d'une membrane cellulaire : a) système étudié, b) cylindre infini.

1. Calculez le champ électrique puis la densité volumique de charge en tout point. Quel est le signe de ρ ? Comment une densité de charge peut-elle exister dans un liquide ?
2. Y a-t-il d'autres distributions de charge dans le système ?
3. Calculez la charge totale contenue dans un cylindre d'axe Ox et de section S (figure 1b) s'étendant de $x = -\infty$ à $x = +\infty$. Commentez.

5 Potentiel de Yukawa de l'atome d'hydrogène

Une modélisation parfois utilisée du potentiel rayonné par un atome d'hydrogène est le potentiel de Yukawa. En coordonnées sphériques, il s'exprime par :

$$V(r) = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r}\, e^{-\frac{r}{a_0}}$$

où $a_0 = 53$ pm est une constante caractéristique de l'hydrogène. Nous voulons déterminer la distribution de charge qui rayonne un tel potentiel. L'atome est donc supposé à symétrie sphérique et centré sur un point O.

Le potentiel de Yukawa a aussi joué un rôle historiquement plus proche (dès les années 1930), dans l'étude des forces qui s'exercent à l'intérieur du noyau des atomes.

1. Calculez le champ électrique rayonné dans tout l'espace.
2. Calculez la charge $q(r)$ contenue dans une sphère de centre O et de rayon r.
3. Déduisez-en $q(r \to +\infty)$ et $q(r \to 0)$. Interprétez.
4. Calculez la charge électrique $dq(r)$ contenue dans une coquille sphérique de rayon r et d'épaisseur dr, définie comme le volume situé entre une sphère de rayon r et une de rayon $r + dr$.
   Indication : le volume dV d'une telle coquille doit être écrit au premier ordre en dr.
5. Déduisez-en qu'il existe, en plus de la charge concentrée en O, une distribution volumique $\rho(r)$ non uniforme que vous calculerez.
6. Définissez une densité linéaire de charge $\lambda(r)$ le long d'un rayon. Commentez son allure.

6 Transfert de charge entre deux électrodes cylindriques

(Mines PSI 2013) Soit deux électrodes cylindriques. Les cylindres sont coaxiaux, de rayons respectifs a et b ($a < b$). La cathode, de rayon a, est reliée à la masse. On impose une tension V_0 à l'anode. L'espace entre les deux électrodes est considéré comme vide.

1. Établissez une équation différentielle vérifiée par le potentiel et résolvez-la.
2. Des électrons sont émis de la cathode avec une vitesse initiale nulle. Trouver une relation entre r et $\dot{r}$.
3. Exprimez le temps de vol d'un électron sous la forme d'une intégrale que vous ne chercherez pas à calculer.