TD quantique

Notion de quanton

1 Ordres de grandeur

1. Calculez le nombre de photons émis par seconde par un émetteur radio (105,5 MHz et 100 kW).
2. De quelle couleur est un laser dont le mécanisme d'émission est une transition entre deux niveaux d'énergie distants de 2,28 eV ?
3. (a) Calculez la longueur d'onde de De Broglie d'un homme de 75 kg marchant à 5 km h^{-1} et comparez à la largeur de la porte de sa chambre.
   (b) Calculez les longueurs d'onde de De Broglie d'un électron et d'un proton lorsqu'ils ont tout deux une énergie cinétique de 100 eV.
4. (a) Quelle sont les valeurs de la vitesse d'un adénovirus ($m = 2{,}4.10^{-16}$ g) dont l'extension spatiale est de 10 nm ?
   (b) Un radar flashe une voiture ($m = 1{,}3$ t, $v = 150$ km h^{-1}). Sachant que l'éclair du flash dure 0,01 s, quelle est l'indétermination sur la position de la voiture ? Déduisez-en une minoration de l'indétermination quantique de la vitesse et concluez.

Données : $m_e = 9{,}11.10^{-31}$ kg ; $m_p = 1{,}67.10^{-27}$ kg.

2 Quanton dans un potentiel harmonique

On donne la fonction d'onde d'un quanton de masse m se trouvant sur un axe Ox :

$$\psi(x,t) = Ae^{-\frac{m\omega_0 x^2}{2\hbar} - i\frac{\omega_0 t}{2}} \tag{1}$$

où A et ω_0 sont deux constantes.

1. Donnez les dimensions de A et ω_0.
2. Quelles sont les valeurs possibles pour A ?
3. Quel type d'état représente cette fonction d'onde ? Quelle est l'énergie du quanton ?
4. Dans quel potentiel se trouve le quanton ?
5. Rappelez la probabilité que le quanton se manifeste comme corpuscule dans l'intervalle $[x, x+dx]$ et déduisez-en sa position moyenne $\langle x\rangle$.
6. Calculez sa dispersion en position Δx et commentez la dispersion en quantité de mouvement.

Données pour $\alpha > 0$:

$$\int_{\mathbb{R}} e^{-\alpha u^2} du = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \quad \text{et} \quad \int_{\mathbb{R}} u^2 e^{-\alpha u^2} du = \sqrt{\frac{\pi}{4\alpha^3}} \tag{2}$$

3 Superposition de deux états stationnaires

Un quanton de masse m est confiné dans un espace unidimensionnel de largeur a (puits de potentiel infini). On montre que les états stationnaires ont les propriétés suivantes :

$$\text{Fonction d'onde radiale :} \quad \varphi_n(x) = A_n \sin\left(n\frac{\pi x}{a}\right) \tag{3}$$

$$\text{Énergie :} \quad E_n = n^2\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2} \quad (n \in \mathbb{Z}) \tag{4}$$

On introduit ω définie par $E_1 = \hbar\omega$.

1. Écrivez une fonction d'onde stationnaire $\psi_n(x,t)$ et calculez les A_n en supposant que ce sont des réels positifs.
2. À titre d'exemple, on envisage que ce quanton est dans une superposition des états $n = 1$ et $n = 2$:

   $$\psi = \alpha_1\psi_1 + \alpha_2\psi_2 \tag{5}$$

   Par simplicité, α_1 et α_2 seront prises réelles positives. Calculez la densité de probabilité de présence et interprétez le résultat.
3. Déterminez une relation entre α_1 et α_2, puis vérifiez que :

   $$\alpha_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{et} \quad \alpha_2 = \frac{1}{2} \tag{6}$$

   satisfait cette relation.
4. Utilisez ses valeurs pour représenter la dpp aux instants $t = 0$, $T/4$ et $T/2$ avec $T = 2\pi/\omega$. Commentez.