

TD Thermodynamique

Conduction thermique

Conducto-convection

1 Canon à neige

(CCP PC 2019) Afin de produire de la neige artificielle pour une température extérieure $T_e = -15^\circ\text{C}$, on pulvérise des gouttes d'eau de rayon $R = 0,2\text{ mm}$ à la température initiale $T_i = 10^\circ\text{C}$. On veut calculer le temps mis par une goutte pour passer à l'état solide.

À l'interface eau-air, le flux thermique $\delta\phi$ à travers une surface dS s'écrit :

$$\delta\phi = h(T(t) - T_e) dS \quad (1)$$

avec T la température de la goutte, supposée uniforme. On donne $\rho = 10^3\text{ kg m}^{-3}$ et $c = 4,18\text{ kJ kg}^{-1}$ pour l'eau liquide, $h = 65\text{ W m}^{-2}\text{ K}^{-1}$ et $L_{\text{fus}} = 333\text{ kJ kg}^{-1}$ à 0°C .

On fera l'hypothèse que le rayon de la goutte ne varie pas durant le changement d'état.

1. Par le premier principe, établissez :

$$c\rho R \frac{\partial T}{\partial t} = -3h(T - T_e) \quad (2)$$

2. Déterminez $T(t)$. En admettant que la goutte refroidit jusqu'à être en surfusion, calculez l'instant t_1 où la goutte atteint $T_s = -5^\circ\text{C}$.
3. Lorsque la goutte atteint T_s , il y a rupture de surfusion. La température remonte à $T_0 = 0^\circ\text{C}$ en se solidifiant partiellement. Soit x la fraction massique de liquide restant.
 - (a) Cette transformation est supposée adiabatique car très rapide. Quelle est la grandeur conservée ?
 - (b) Calculez x puis la durée de la solidification du reste de la goutte.
4. Calculez la durée totale du processus.

2 Fusion d'une bille avec un laser

(Mines MP 2017) Une bille en aluminium ($\rho = 2,7 \cdot 10^3\text{ kg m}^{-3}$, $c_p = 897\text{ J K}^{-1}\text{ kg}^{-1}$, $R = 0,5\text{ mm}$) est maintenue en lévitation par un laser. Sa température est initialement de 300 K et la température de fusion de l'aluminium est de 933 K .

1. (Question de quantique, pour les khûbes) Montrez que la puissance que doit apporter le laser vaut mgc .
2. En fait la bille ne reçoit que $\alpha = 0,05\%$ de la puissance du laser. En tenant compte de la conducto-convection avec l'air ambiant ($h = 150\text{ W m}^{-2}\text{ K}^{-1}$), au bout de combien de temps commence-t-elle à fondre ?

3 Température d'un vin

(CCP MP 2019) Une bouteille de vin est modélisée comme un cylindre de hauteur $H = 23\text{ cm}$, de diamètre extérieur $d = 7,5\text{ cm}$ et d'épaisseur $e = 5\text{ mm}$. On note $T_a = 25^\circ\text{C}$ la température de l'air ambiant, T_s la température de la surface extérieure de la bouteille et $T(t)$ celle du vin, supposée uniforme et lentement variable. On donne une température initiale du vin $T_0 = 12^\circ\text{C}$.

Le vin est assimilé à de l'eau : capacité thermique massique $c = 4185\text{ J K}^{-1}\text{ kg}^{-1}$ et $\lambda = 1,0\text{ W m}^{-1}\text{ K}^{-1}$.

Tout transfert thermique par le fond de la bouteille ou son goulot est négligé. On supposera que le verre est en régime permanent et que sa température ne dépend que de r .

1. Calculez le flux thermique dans le verre. Que pouvez-vous en dire ? Calculez la résistance thermique de conduction.

- On considère un échange conducto-convectif avec l'air ambiant. Exprimez le flux thermique et la résistance thermique associées.
- Quelle est la résistance thermique globale ?
- À l'aide de la figure 1, évaluez le coefficient de conducto-convection h .

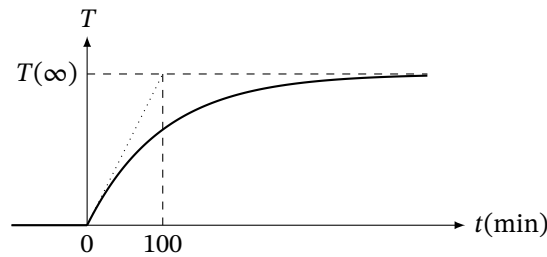


FIG. 1

4 Chauffage d'une dalle

Une dalle en béton (épaisseur H , masse volumique μ , conductivité thermique λ , capacité thermique massique c) forme le sous-sol d'une maison. Elle est chauffée par en dessous par une circulation d'eau chaude dans des tuyaux noyés dans le béton.

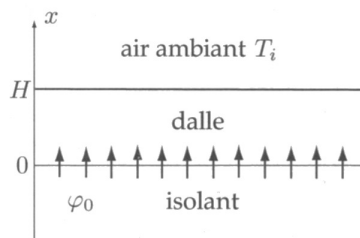


FIG. 2 : Chauffage d'une dalle.

Figure 2 :

- la dalle reçoit de l'air ambiant au-dessus un flux thermique donné par la loi de Newton $\varphi_{\text{air} \rightarrow \text{dalle}} = h(T_i - T(H))$;
- la circulation d'eau fournit un flux $\varphi_0(t) = \varphi_0 \cos(\omega t)$.

Données : $h = 6,7 \text{ SI}$; $\varphi_0 = 20,1 \text{ W m}^{-2}$.

- Déterminez l'unité de h .
- Soit $\vec{j} = j(x, t) \vec{u}_x$ la densité de flux thermique. À quelle équation obéit-elle ? Vous poserez $a = \lambda/\mu c$.
- Cherchez une solution en régime forcé par séparation des variables, en supposant que H est infinie. Interprétation ?

5 Homéothermie

(Mines MP 2018) Un animal homogène sphérique de rayon R baigne dans l'eau. Sa température interne est maintenue à $T_c = 37^\circ\text{C}$ par un mécanisme métabolique de puissance volumique P_0 . À grande distance de l'animal, la température de l'eau est $T_\infty = 5^\circ\text{C}$.

On donne la conductivité de l'eau $\lambda_e = 0,61 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ et le coefficient de conducto-convection à la surface de la peau $h = 100 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-2}$.

- Déterminez la température de l'eau à toute distance de l'animal.
- Soit $T_{ec} = 25^\circ\text{C}$ la température de l'eau à la surface de l'animal. Trouvez une relation entre T_{ec} et λ_e .
- Évaluez R . Expliquez pourquoi ce mécanisme favorise les gros mammifères.
- Évaluez P_0 .

6 Conduction dans un vase Dewar

À l'instant initial, remplissons un vase Dewar avec de l'eau liquide à $T_i = 10^\circ\text{C}$. La surface libre de l'eau est en contact avec l'atmosphère dont la température est $T_0 = 20^\circ\text{C}$. Vous admettez que la température dans le vase n'est fonction que de l'altitude z et du temps t . L'origine des altitudes est prise au fond du vase.

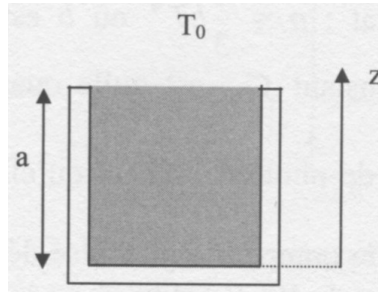


FIG. 3 : Conduction dans un vase Dewar.

La surface libre, d'abscisse a , échange de la chaleur avec l'atmosphère suivant la loi de Newton avec un coefficient convecto-conductif h . Soit ρ la masse volumique de l'eau, λ sa conductivité thermique et c sa capacité thermique massique.

1. Expliquez pourquoi la convection est négligeable dans le vase.
2. Donnez l'équation aux dérivées partielles gouvernant T dans le vase et écrivez les conditions aux limites associées.
3. La résolution de cette équation sera faite avec l'ansatz $T(z, t) = A + f(z)g(t)$.
 - (a) Commentez le choix de cet ansatz.
 - (b) Menez la résolution. En particulier, montrez que $g(t)$ peut être mis sous la forme $e^{-D\alpha^2 t}$ avec D la diffusivité de l'eau et α une constante.
 - (c) Que vaut A ?
 - (d) Trouvez une équation permettant de trouver α que vous ne chercherez pas à résoudre. Discutez les valeurs possibles pour α et concluez sur la forme générale de la température.