

TD mécanique

Frottement de glissement

1 Ressort et frottements de glissement

(CCP MP 2015) Une masse m est attachée à un ressort dont l'autre bout est fixe et se déplace horizontalement sur un plan. Il existe des frottements de glissement entre la masse et le plan.

Le ressort est d'abord installé à sa longueur à vide, puis on tire l'objet d'une distance a .

1. Que doit valoir a pour que l'objet bouge ?
2. Établissez l'équation différentielle du mouvement.

2 Monter sur une échelle

Une échelle (longueur l , masse m_e) se trouve dans le plan xOy , reposant contre un mur Oz en faisant un angle θ avec l'horizontale. Le contact avec le mur se fait sans frottement, mais le contact avec le sol est caractérisé par un coefficient de frottement f .

Une personne de masse m monte sur cette échelle. À quelle condition sur θ arrive-t-elle en haut de l'échelle sans risque ? Comment vaut-il mieux placer l'échelle pour cela ?

3 Double frottement

Un cerceau de centre C , de masse m , tourne sans frottement avec une vitesse angulaire ω_0 autour d'un axe horizontal passant par C . À l'instant initial, il est posé sur le sol horizontal (figure 1). Il est alors en contact en A avec le sol et en B avec un mur vertical.

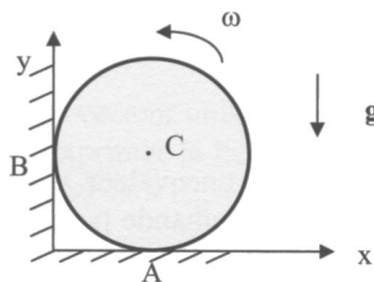


FIG. 1 : Double frottement.

Le coefficient de frottement est f en A comme en B . Le moment d'inertie du cerceau autour de l'axe de rotation est $J = mR^2$.

À quel instant le cerceau arrête-t-il de tourner ?

4 Modélisation d'un archet

La figure 2 montre une modélisation d'un archet frottant une corde de violon : la corde est modélisée comme une masse m attachée à un ressort horizontal (fournissant l'élasticité de la corde) et l'archet comme un fil enroulé autour de deux cylindres. Ce dernier tourne avec une vitesse constante v .

Initialement, le ressort est au repos (longueur à vide) et cette position sert d'origine pour l'abscisse x repérant la masse. Le mouvement se fait initialement sans glissement.

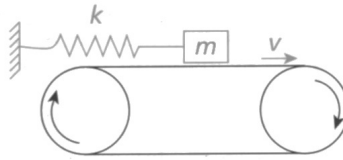


FIG. 2 : Modélisation d'un archet.

Pour que ce modèle décrive la réalité, il faut prendre en compte le fait que le coefficient de frottement a deux valeurs possibles : f_0 dans le cas sans glissement et f dans le cas avec glissement, avec $f \ll f_0$. Dans cet exercice, f sera pris nul. C'est la substance enrobant l'archet, appelée colophane, qui rend cette situation possible.

1. Combien de phases dynamiquement différentes le mouvement comporte-t-il ?
2. Étude de la phase 1 : déterminez l'instant t_1 de fin de la première phase. Interprétez.
3. Étude de la phase 2.
 - (a) Déterminez l'équation différentielle gouvernant $x(t)$ dans cette phase.
 - (b) Résolvez-la sous la forme $x(t) = A \sin(\omega_0(t - t_1) + \varphi)$, où vous exprimerez A , φ en fonction des données du problème.
 - (c) Soit l'instant t_2 de fin de la deuxième phase. Que s'y passe-t-il ? Calculez t_2 .
4. Proposez un court programme en Python pour tracer le graphe de $x(t)$ sur $[0, t_2]$. Constatez que la première période du mouvement n'est pas complète.
Soit t_3 l'instant où la masse retrouve le même état de mouvement qu'à t_1 . Déduisez-en la période complète du mouvement. Expliquez en quoi ceci constitue un moyen de mesurer le coefficient de frottement.

5 Mise en mouvement sans glissement

Une roue est posée au sol. On lui applique un couple moteur. Quelle est la condition sur ce couple pour que la roue avance sans glissement ?

6 Corde entre deux plans inclinés

(XMP 2017) On considère une corde inextensible de masse totale M et de longueur L qui repose à l'équilibre sur un dièdre dont les côtés font un angle θ avec le sol.

Le coefficient de frottement entre la corde et le dièdre est noté μ . Quelle est la fraction maximale f de la longueur de la corde qui est suspendue ?