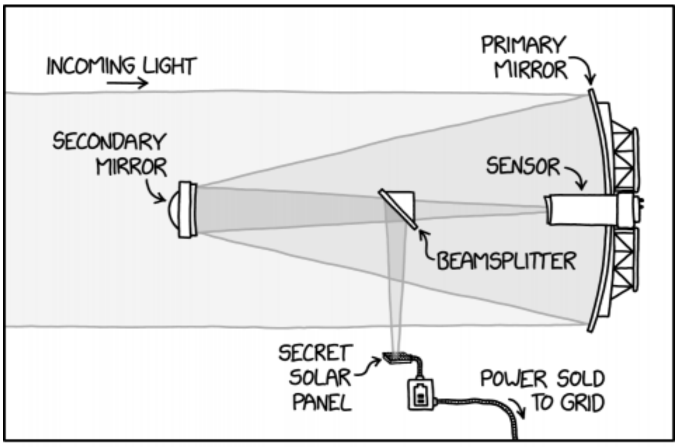
MPI* Physique

TD Optique Ondulatoire

(sans problèmes de cohérence)



ASTRONOMY NEWS: THE INTERNATIONAL ASTRONOMICAL UNION HAS FINALLY BANNED BEAMSPLITTERS, OPTICAL DEVICES USED BY SCIENTISTS TO EMBEZZLE LIGHT FROM THEIR INSTRUMENTS.

Olivier Caffier

1 Déphasage dû à une lame de verre (à connaître !)

Deux rayons suivent des chemins parallèles. L'un d'entre eux frappe sous incidence normale une lame à faces parallèles (épaisseur e, indice n) tandis que l'autre continue dans l'air (assimilé au vide). Calculez le déphasage qui s'est accumulé pendant cette traversée.

Corrigé : On modélise la situation avec le schéma suivant (voir figure 1) :

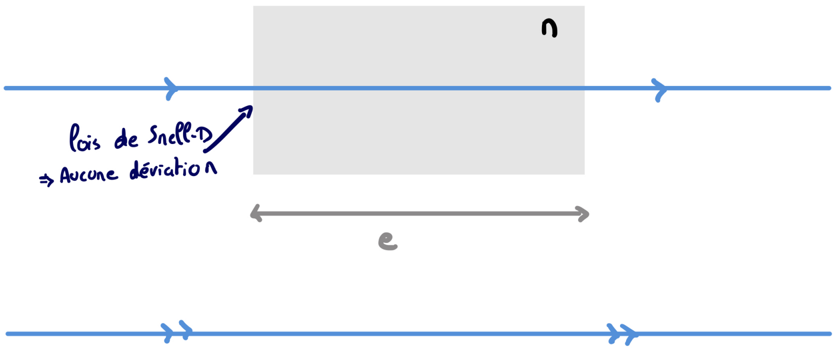


FIGURE 1

On calcule alors la différence de marche du rayon du haut par rapport à celui du bas :

$$\begin{aligned}\delta &= ne - e \\ &= e(n-1)\end{aligned}$$

Donc :

$$\boxed{\delta = e(n-1)}$$

Dès lors, le déphasage est $\Delta\Psi = -\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta$:

$$\boxed{\Delta\psi = -\frac{2\pi}{\lambda_0}e(n-1)}$$

2 Variations sur les fentes d'Young

Réalisons l'expérience des fentes d'Young avec deux fentes fines S_1 et S_2 parallèles, séparées d'une distance $a = 2.0$ mm. Les franges d'interférences sont observées sur un écran placé à $D = 2$ m des fentes. L'interfrange est mesuré via la distance entre les franges brillantes d'ordre 5 situées de part et d'autre de la frange centrale : $b = 5.0$ mm.

1. Calculez l'interfrange et la longueur d'onde de la lumière utilisée.
2. Une fine lame de verre (épaisseur $e = 20.0\mu$m et indice $n = 1.5$) est placée contre S_1. Calculez le déphasage introduit par la lame ainsi que le décalage z de la frange centrale sur l'écran.
3. La fente source primaire S est située à $D' = 0.5$m devant les fentes d'Young, initialement dans leur plan médiateur. De quelle distance z' faut-il la translater, et dans quelle direction, pour que la frange centrale revienne sur sa position de la question 1 ?

Corrigé :

1. On reprend la démo de cours, calculons d'abord la différence de marche :

$$\delta = \frac{az}{D}$$

Ensuite, d'après la formule de Fresnel :

$$I = 2I_0\left(1 + \cos\left(\Delta\psi\right)\right)$$

avec $\Delta\psi = -\frac{2\pi}{\lambda_0} + \varphi$.
Or $\varphi = 0$ ici car les 2 rayons sont issus du même train d'ondes et ne subissent pas de déphasage accidentel.

Finalement,

$$\boxed{I(z) = 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\times\frac{az}{D}\right)\right)}$$

et i étant par définition la période de I en tant que fonction de x, on trouve que :

$$i = \frac{\lambda_0 D}{a} \tag{1}$$

Enfin, pour ce qui est de la longueur d'onde, représentons la situation sur un schéma :

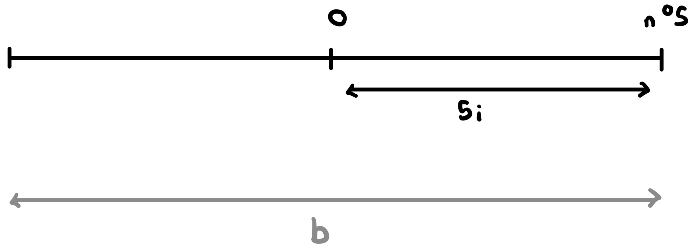


FIGURE 2 – Relation entre i et b.

Dès lors, on devine la relation suivante :

$$10i = b$$

D'où

$$\boxed{i = \frac{b}{10} \simeq 0,5\ \text{mm}}$$

et la relation (1) nous permet de conclure :

$$\boxed{\lambda_0 = \frac{ia}{D} = 500\ \text{nm}}$$

2. Reprenons le calcul de la différence de marche :

$$\begin{aligned}\delta &= \delta_{\text{avant}} + \delta_{\text{après}}\\ &= \delta_{\text{avant}} + \frac{az}{D}\end{aligned}$$

Deux choses à savoir sur δ_{avant} :

- La présence de la lame rallonge la ddm. On revient alors au problème de l'exercice 1.. Après, on admettra que le résultat de cet exercice reste vrai, même sous incidence normale ! On a alors :

$$\delta_{\text{avant}} = \pm(n-1)e$$

- Notre ddm globale est la différence du rayon du bas par rapport à celui du haut, donc $\delta_{\text{avant}} < 0$:

$$\delta_{\text{avant}} = -(n-1)e$$

Finalement,

$$\boxed{\delta = \frac{az}{D} - (n-1)e}$$

et

$$\boxed{\Delta\psi = -\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(\frac{az}{D} - (n-1)e\right)}$$

D'autre part, la frange centrale est définie par $p = \frac{\Delta\psi}{2\pi} = 0 \implies \Delta\psi = 0 \implies \delta = 0$.
Or,

$$\delta = 0 \Leftrightarrow \frac{az_0}{D} - (n-1)e = 0$$

Finalement, on obtient :

$$\boxed{z_0 = \frac{D(n-1)e}{z_0} \simeq 1 \text{ cm}}$$

Que z_0 soit strictement positif était prévisible ! En effet, il faut bien compenser l'allongement du chemin optique par la lame…

3. Comme on vient de prouver le résultat de z_0 qu'importe la position de S sur l'axe, on se doute bien qu'il va falloir translater la source selon l'axe (Oz) ! Voir figure 3.

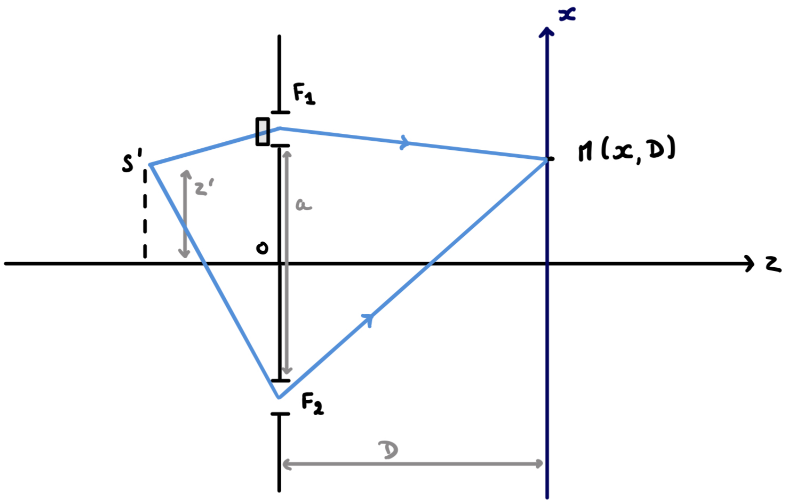


FIGURE 3

Dès lors, δ_{avant} devient, comme dans le cours :

$$\begin{aligned}\delta_{\text{avant}} &= \delta_{\text{translat}} + \delta_{\text{lame}} \\ &= \frac{az'}{D'} - (n-1)e\end{aligned}$$

On rappelle que $\delta_{\text{translat}} > 0$ car on a choisi la convention ń bas par rapport à haut ż.
Dès lors,

$$\delta(z, z') = \frac{az}{D} + \frac{az'}{D'} - (n-1)e$$

En fixant z égal à 0, on cherche le z'_0 tel que $\delta(0, z'_0) = 0$.[1]

Ce qui nous donne finalement :

$$\boxed{z'_0 = \frac{D'(n-1)e}{a} = 0{,}25 \text{ cm}}$$

1. bon en vrai, il faut repasser par $\Delta\psi = 0$ mais comme on l'a vu le déphasage est nul, donc ça revient à étudier la nullité de la ddm…

3 Interféromètre de Rayleigh

(Mines Télécom MP 2022) L'interféromètre de Rayleigh est une version modifiée de celui d'Young, comme indiqué figure 4. Entre les deux lentilles sont disposés deux tubes T_1 et T_2 de longueur $L = 10.0$ cm. Lorsque ces tubes sont remplis d'air, on observe une frange brillante au centre O du champ d'interférence sur l'écran. La source est monochromatique, de longueur d'onde $\lambda = 546.0$nm.

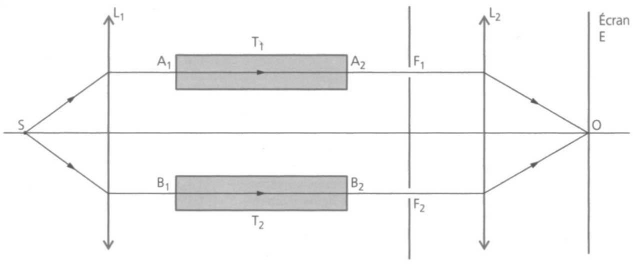


FIGURE 4 – Interféromètre de Rayleigh.

On réalise progressivement le vide dans T_1, et on compte 53 franges brillantes qui défilent lentement en O durant l'opération. À la fin du pompage, une frange sombre se trouve en O.

1. Avant pompage, voit-on d'autres franges sur l'écran que celle en O ?
2. Exprimez la différence de marche avant pompage entre les deux rayons ayant traversé T_1 et T_2.
3. Même question après pompage.
4. Quel est l'ordre d'interférence de la frange observée en O à la fin ? Déduisez-en la valeur de l'indice optique de l'air avec une précision de 10^{-5}.

Corrigé :

1. Oui par diffraction dans toutes les directions par les fentes d'Young.
2. Avant pompage, n = cst partout ! De ce fait, les chemins de S à O pour les 2 rayons étant de même longueur : les chemins optiques sont les mêmes ! Leur différence de marche est alors nulle :
$$\boxed{\delta = 0}$$
3. Le seul endroit où la ddm peut s'accumuler est au niveau des cuves car on a affaire à deux milieux différents (voir figure 5).

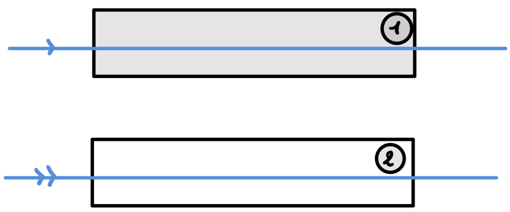


FIGURE 5 – Deux cuves différentes.

On fait alors la ddm du rayon 2 par rapport au rayon 1 ($\delta_{\text{pomp}} > 0$) :
$$\boxed{\delta_{\text{pomp}} = (n-1)L}$$
4. $p = \frac{\delta}{\lambda}$ ici, avec δ et δ_{pomp} déduites des questions précédentes :

	Avant pompage	Après pompage
$x(0)$	0	0
$\delta(0)$	0	$(n-1)L$
$p(0)$	0	$\frac{(n-1)L}{\lambda}$

Dès lors, comme p est entier sur les franges brillantes et demi-entier sur les franges sombres, on trouve que $p = 53,5$ après pompage. Finalement,
$$\boxed{p = \frac{(n-1)L}{\lambda} = 53,5 \implies n = 1,00029}$$

4 Interférences obtenues avec deux miroirs parallèles

Figure 6 : deux miroirs plans de longueur l, parallèles et espacés de d, servent à réaliser une expérience d'interférence. La source S, ponctuelle et monochromatique, est située sur l'axe optique à égale distance des deux miroirs. Un écran est placé à une distance L après les miroirs.

Un cache C empêche tout éclairage direct.

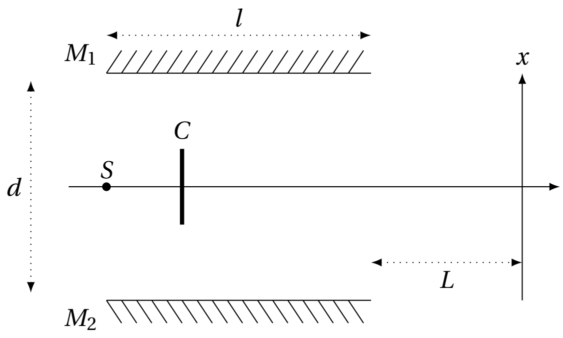


FIGURE 6 – Interférences obtenues avec deux miroirs parallèles avec une source ponctuelle monochromatique.

1. Précisez la position et la taille du cache pour qu'il réalise sa fonction.
2. Que risque-t-il de se passer si les miroirs sont non parfaits ? On les supposera tout de même parfaits dans la suite, en négligeant ce phénomène parasite.
3. Construisez le champ d'interférences et déterminez la largeur D. Précisez l'impact de la taille du cache.
4. Calculez l'éclairement sur l'écran et le nombre de franges observées.

Corrigé :

1. Étant donné que le rôle du cache est de supprimer les rayons directs, on se limitera dans notre analyse à ces rayons (on néglige donc les réflexions multiples). On considère alors les rayons dits ń *limite* ż pour considérer la position du cache, voir figure 7 :

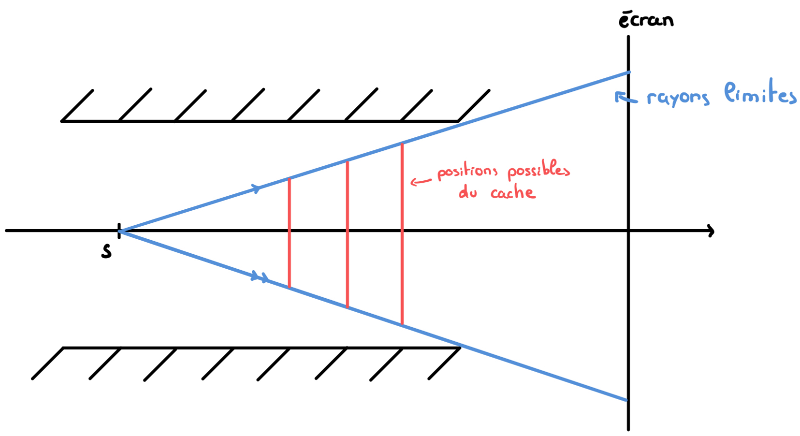
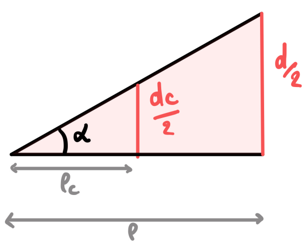


FIGURE 7 – Les positions possibles du cache sont indiquées en rouge.

On se ramène à un petit théorème de géométrie :



Dès lors, le théorème de Thalès nous dit que :

$$\frac{d/2}{l} = \frac{d_c/2}{l_c}$$

D'où la relation :

$$\boxed{\frac{d_c}{l_c} = \frac{d}{l}}$$

2. On a la propriété suivante :

Si les miroirs ne sont pas parfaits, il risque d'y avoir des pertes d'énergie à la réflexion!

3. On fait face à la situation suivante :

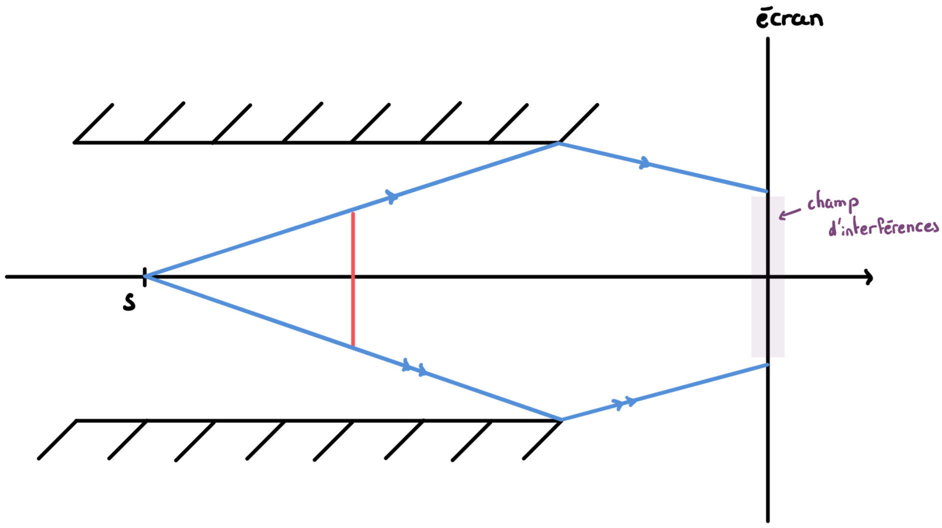


FIGURE 8 – Construction du champ d'interférences.

On revient encore[2] à un bon vieux problème de géométrie! (Voir figure 9)

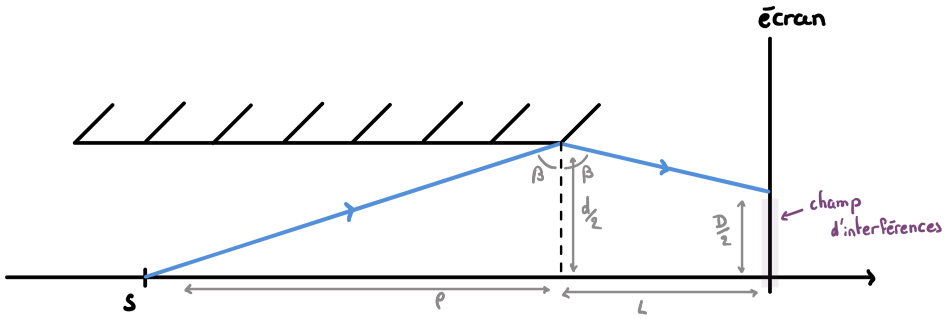


FIGURE 9 – Aide géométrique

Ainsi, d'après le théorème de Thalès (on a prolongé le triangle de droite) :

$$\frac{d/2}{l} = \frac{D/2}{l-L}$$

Finalement, on trouve :

$$\boxed{D = d\left(1 - \frac{L}{l}\right)}$$

2. ça fait beaucoup là non?

4. En faisant un schéma fictif optiquement équivalent aux trous d'Young (cf. cours), on trouve

$$a = 4 \times \frac{d}{2} = 2d \;\text{ et }\; D = L + l$$

On peut alors appliquer la formule du cours pour la ddm δ entre les rayons en M :

$$\delta = \frac{ax}{D} = \frac{2dx}{L+l}$$

Comme $\varphi = \pi - \pi$ (réflexion pour chaque rayon), il vient par formule de Fresnel :

$$\boxed{I(x) = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{4\pi dx}{\lambda(L+l)}\right)\right)}$$

Commentons l'allure des franges, on cherche $\delta = \text{cte}$ donc $x = \text{cte}$: on observe des **franges rectilignes** d'équation $x = \text{cte}$.
Introduisons alors l'interfrange :

$$i = \frac{\lambda(L+l)}{2d}$$

Or les franges sont limitées au champ d'interférences de largeur $D = d(1 - L/l)$ d'après la Q3.
D'où $N = D/i$, i.e :

$$\boxed{N = d\left(1 - \frac{L}{l}\right)\frac{2d}{\lambda(L+l)}}$$