



учебные материалы



Введите текст...

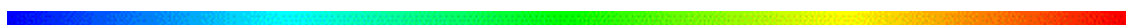
Поиск

[Справочник по математике](#) ➡ [Геометрия \(Стереометрия\)](#) ➡
[Прямые и плоскости в пространстве](#)

Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Признак скрещивающихся прямых. Угол между скрещивающимися прямыми

Содержание

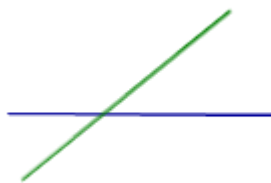
- [Взаимное расположение двух прямых в пространстве](#)
- [Признак скрещивающихся прямых](#)
- [Угол между скрещивающимися прямыми](#)



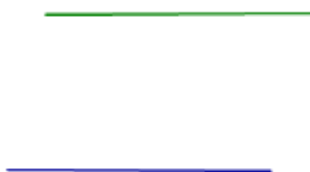
Взаимное расположение двух прямых в пространстве

Все возможные случаи **взаимного** расположения **двух** прямых **в** пространстве представлены в таблице.

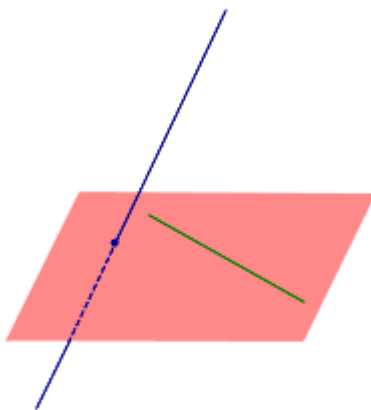
Определение пересекающихся прямых

**Определение**

Две прямые называют **пересекающимися прямыми**, если они имеют **единственную общую точку**

Определение параллельных прямых**Определение**

Две прямые называют **параллельными прямыми**, если они **лежат в одной плоскости и не имеют общих точек**

Определение скрещивающихся прямых**Определение**

Две прямые называют **скрещивающимися прямыми**, если **не существует плоскости, содержащей обе прямые**

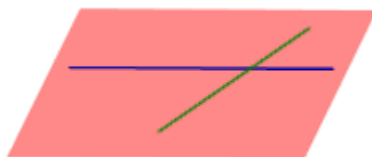
С перечисленными в предыдущей таблице случаями взаимного расположения двух прямых в пространстве близко связаны утверждения, представленные в таблице.

Аксиома о прямой линии, заданной двумя точками**Аксиома**

Через две различные точки проходит одна и только одна прямая линия

Аксиома о параллельных прямых**Аксиома**

Через точку, не лежащую на прямой, проходит одна и только одна прямая, параллельная этой прямой

Теорема о плоскости, определяемой двумя пересекающимися прямыми**Теорема**

Через две пересекающиеся прямые проходит одна и только одна плоскость, содержащая обе эти прямые

Теорема о плоскости, определяемой двумя параллельными прямыми**Теорема**

Через **две параллельные прямые** проходит **одна и только одна плоскость**, содержащая обе эти прямые

Признак скрещивающихся прямых

ПРИЗНАК СКРЕЩИВАЮЩИХСЯ ПРЯМЫХ. Если одна из двух прямых лежит на плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещиваются (рис.1).

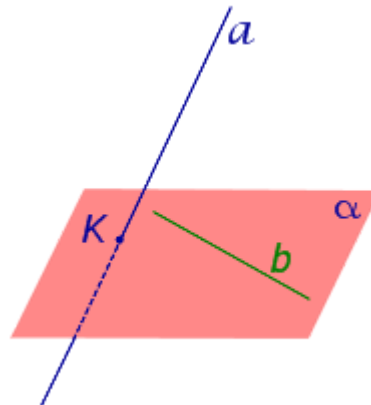


Рис.1

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Напомним, что две прямые называют скрещивающимися, если не существует плоскости, содержащей обе эти прямые, и будем доказывать признак скрещивающихся прямых методом «от противного»

Для этого предположим, что прямая a , пересекающая плоскость в точке K , и прямая b , лежащая в плоскости α (рис. 1), не являются скрещивающимися. Из этого предположения следует, что существует плоскость, содержащая обе эти прямые. Обозначим эту плоскость буквой β и докажем, что плоскость β совпадает с плоскостью α . Действительно, поскольку обе плоскости α и β проходят через прямую b и точку K , не лежащую на этой прямой, то они совпадают. Следовательно, прямая a лежит в плоскости. Мы получили противоречие с тем, что по условию прямая a пересекает плоскость, а не лежит в ней. Доказательство признака скрещивающихся прямых завершено.

Угол между скрещивающимися прямыми

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Углом между скрещивающимися прямыми называют угол между пересекающимися прямыми, соответственно параллельными данным скрещивающимся прямым (рис. 2).

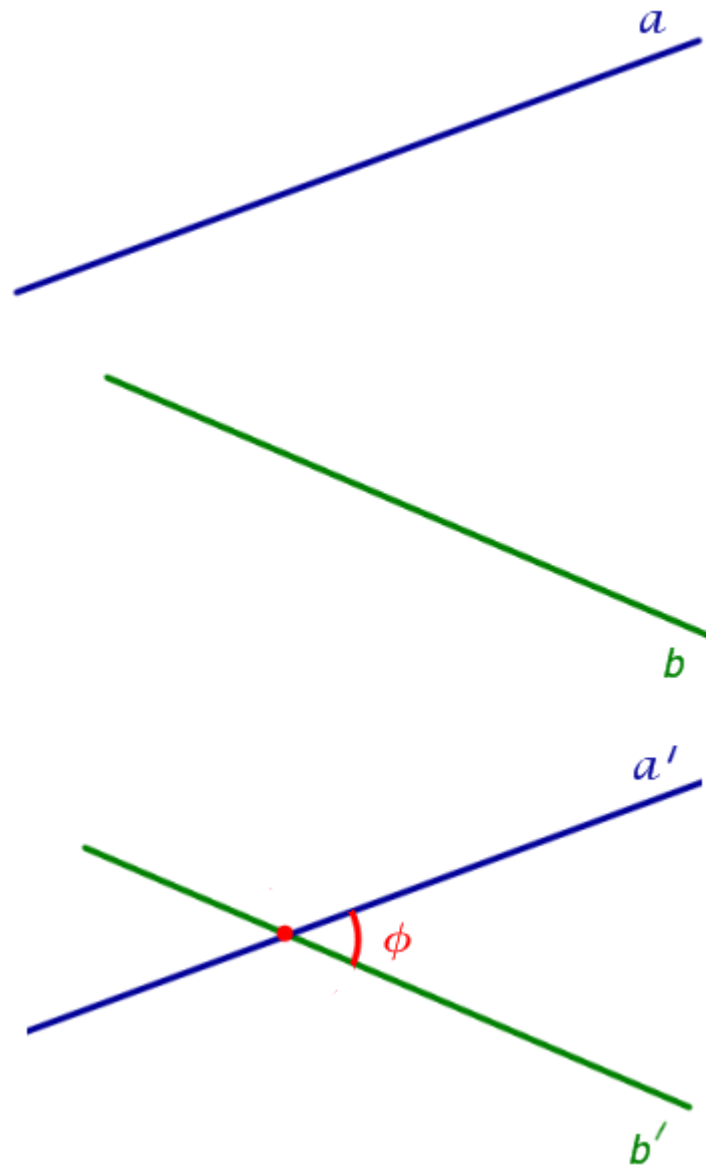


Рис.2

На рисунке 2 изображены скрещивающиеся прямые a и b . Прямая a' параллельна прямой a , прямая b' параллельна прямой b . Прямые a' и b' пересекаются. Угол ϕ и является углом между скрещивающимися прямыми a и b .

ЗАДАЧА. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найти угол между прямыми AB_1 и BC_1 .

РЕШЕНИЕ. Поскольку прямая AB_1 пересекает плоскость $BB_1 C_1$ в точке B_1 , которая не лежит на прямой BC_1 , то по признаку скрещивающихся прямых прямые AB_1 и BC_1 скрещиваются (рис. 3).

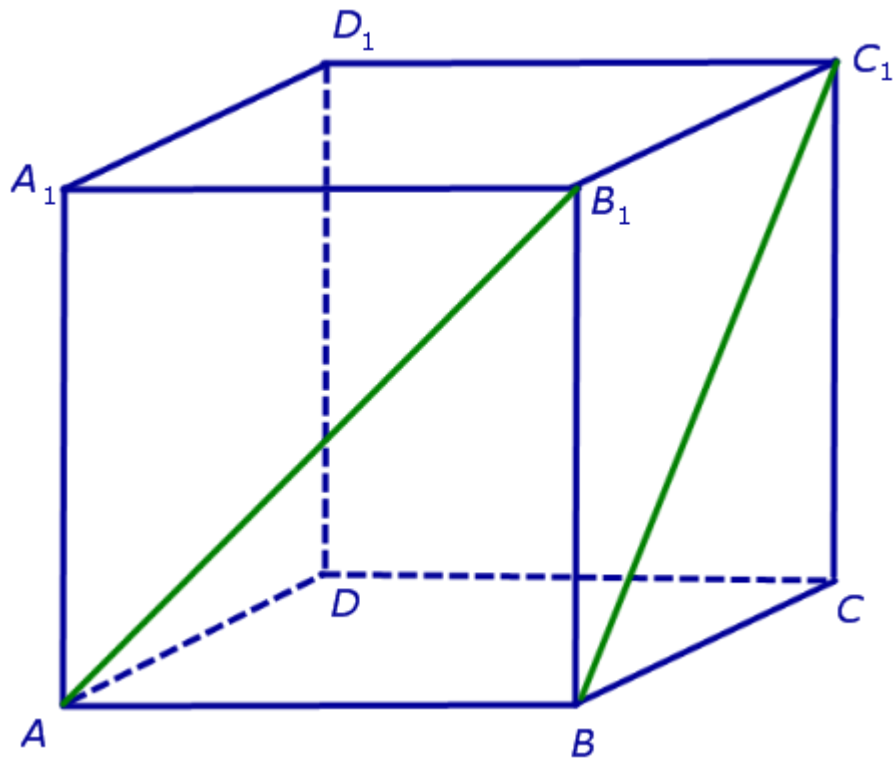


Рис.3

Для того, чтобы найти угол между прямыми AB_1 и BC_1 , проведем в кубе диагональ боковой грани AD_1 и диагональ верхнего основания D_1B_1 (рис. 4).

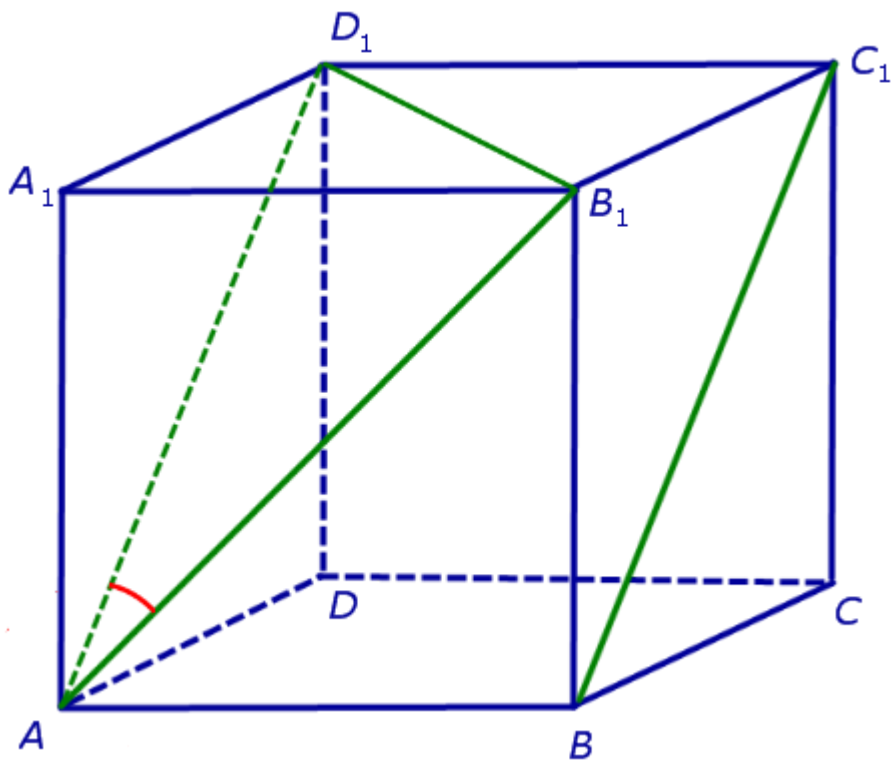


Рис.4

По определению [угла между скрещивающимися прямыми](#) угол D_1AB_1 и является углом между прямыми AB_1 и BC_1 . Поскольку треугольник AD_1B_1 [равносторонний](#), угол D_1AB_1 равен 60° .

ОТВЕТ. 60° .

ЗАМЕЧАНИЕ. Для более глубокого усвоения понятия «Скрещивающиеся прямые» рекомендуем ознакомиться с разделами нашего сайта [«Общий перпендикуляр к двум скрещивающимся прямым. Расстояние между скрещивающимися прямыми»](#).

[< Назад](#)[Вперед >](#)

Справочник по математике для школьников

[Арифметика](#)[Алгебра](#)[Тригонометрия](#)[Геометрия \(планиметрия\)](#)[Геометрия \(стереометрия\)](#)[Элементы математического анализа](#)[Вероятность и статистика](#)

Геометрия (стереометрия)

[Прямые и плоскости в пространстве](#)[Способы задания плоскости в пространстве](#)[Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости](#)[Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Признак скрещивающихся прямых. Угол между скрещивающимися прямыми](#)[Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Признаки параллельности плоскостей](#)[Взаимное расположение трех плоскостей в пространстве](#)[Двугранные углы. Углы между плоскостями. Перпендикулярность плоскостей](#)[Прямая перпендикулярная к плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Расстояние от точки до плоскости](#)[Ортогональная проекция прямой на плоскость. Угол между прямой и плоскостью. Теорема о трех перпендикулярах](#)