

Теорема синусов. Доказательство теоремы синусов.

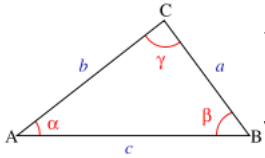
Избран

Теорема синусов. Доказательство теоремы синусов.

Геометрия 6,7,8,9,10,11 класс, ЕГЭ, ГИА

Поделиться

Распечатать



Теорема синусов — теорема, которая устанавливает зависимость: стороны треугольника - противолежащие им углы.

Теорема синусов: Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.

Есть 2 подвиды теоремы: обычная и расширенная теорема синусов.

Обычная теорема синусов:

Стороны треугольника пропорциональны *sin* противоположных углов.

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Расширенная теорема синусов для произвольного треугольника:

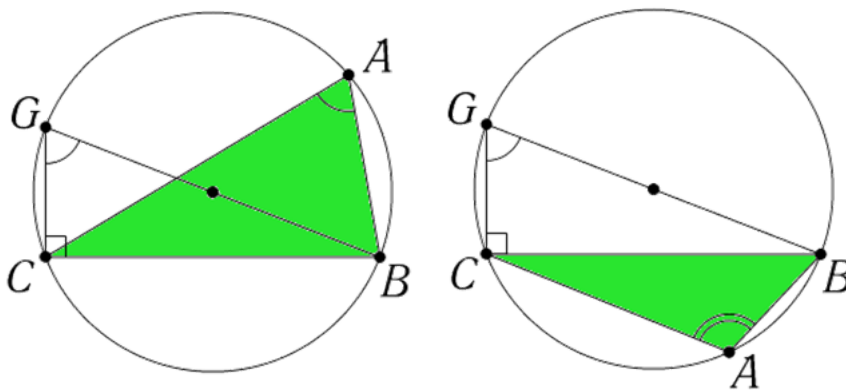
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2 \cdot R,$$

где a, b, c — стороны треугольника, α, β, γ — противолежащие этим сторонам углы, а R — радиус окружности, которая описана вокруг треугольника.

Доказательство теоремы синусов.

Пусть есть треугольник, вписанный в окружность. Обозначим его как ABC .

Что бы доказать всю теорему, так как треугольник имеет произвольные размеры, можно доказать только то, что соотношение 1-ной произвольной стороны к противолежащему углу соответствует $2R$. Допустим, это будет $2R = a / \sin \alpha$, т.е. если смотреть по чертежу $2R = BC / \sin A$.



Проведем диаметр $|BG|$ для описанной окружности. Из свойства углов, которые вписаны в окружность, угол GCB будет прямым, а угол CGB равен либо α , когда точки A и G находятся по одну сторону от прямой BC , или $\pi - \alpha$ в противоположном варианте. Так как $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$, в обоих случаях получаем:

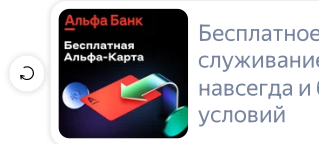
$$a = 2R \sin \alpha$$

Повторяем это же рассуждение для оставшихся сторон треугольника:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R.$$

alfabank.ru РЕКЛАМА

Бесплатная дебетовая Альфа-Карта



Узнать больше

РЕКЛАМА

ТИНЬКОФФ
ПУТЕШЕСТВИЯ

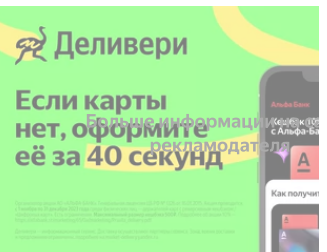
Покупайте в Тинькофф Путешествиях

Подробнее

0+

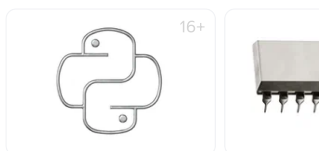
Сроки проведения акции: с 15.11.2016 г. — бесконечно.
Подробнее на tinfoff.ru. АО «Тинькофф Банк», лицензия №2673.

market-delivery.yandex.ru РЕКЛАМА



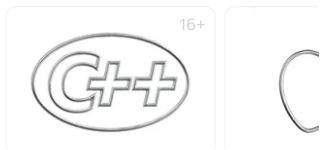
Подробнее

РЕКЛАМА · 16+ practicum.yandex.ru



17 600 ₽
Курс Python-разработчик плюс

45 500 ₽
Курс Python-буткемп



15 000 ₽
Курс Разработчик C++

16 500 ₽
Курс iOS-раз