

# Теоретические материалы



## Планиметрия

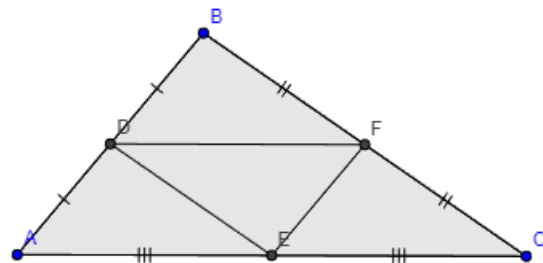
### 4. Параллелограммы и трапеции

#### 4.6. Средняя линия треугольника

##### Определение

Отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника, называется средней линией треугольника ( $DF$ , смотри рисунок).



☒ Средняя линия**Теорема**

Средняя линия треугольника параллельна третьей стороне и равна ее половине.

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $BD = DA$  и  $BF = FC$ ,  $DF$ .

Требуется доказать:  $DF \parallel AC$  и  $DF = \frac{1}{2}AC$  (смотри рисунок).

**Доказательство:**

Допустим, что  $DF$  не параллельна  $AC$ . Тогда из середины  $D$  стороны  $AB$  проведем прямую, параллельную  $AC$ , которая пересечет сторону  $BC$  не в точке  $F$ . Но эта точка по теореме будет также серединой стороны  $BC$ . Получилось, что у  $BC$  две середины, что невозможно, а поэтому допущение неверно. Следовательно,  $DF \parallel AC$ , т.е. средняя линия параллельна третьей стороне.

Возьмем  $AE = EC$ , тогда  $DE$  - средняя линия и  $DE \parallel BC$  (по доказанному).  $DFCE$  — параллелограмм, поэтому  $DF = EC = \frac{1}{2}AC$  (так как  $AE = EC$  по построению).

Теорема доказана.

