

Вспомним из материала предыдущего урока, прямоугольный треугольником называется треугольник, если у него хотя бы один из углов прямой (т. е. равен  $90^\circ$ ).

Рассмотрим **первый признак** равенства треугольников: если два катета одного прямоугольного треугольника соответственно равны двум катетам другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.

Проиллюстрируем данный случай:

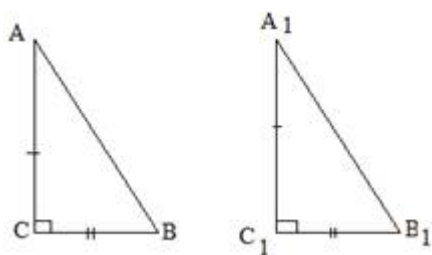


Рис. 1. Равные прямоугольные треугольники

### Доказательство:

Вспомним о первом равенстве произвольных треугольников.

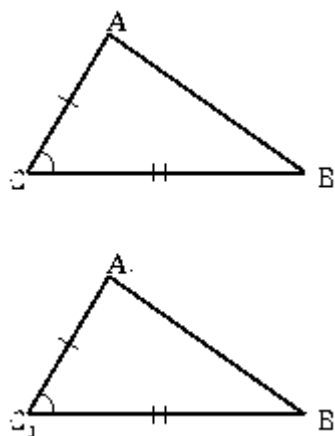


Рис. 2

Если две стороны и угол между ними одного треугольника и соответствующие им две стороны и угол между ними второго треугольника равны, то данные треугольники равны. Об этом гласит первый признак равенства треугольников, то есть:

$$\begin{cases} AC = A_1C_1 \\ BC = B_1C_1 \\ \angle C = \angle C_1 \end{cases} \Leftrightarrow \Delta$$

$$ABC = \Delta A_1B_1C_1.$$

Аналогичное доказательство следует и для прямоугольных треугольников:

$$\begin{cases} AC = A_1C_1 (\text{по условию}) \\ BC = B_1C_1 (\text{по условию}) \\ \angle C = \angle C_1 = 90^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$$

Треугольники равны по первому признаку.

## Введение и доказательство второго признака равенства прямоугольных треугольников

Рассмотрим второй признак равенства прямоугольных треугольников. Если катет и прилежащий к нему острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны катету и прилежащему острому углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.

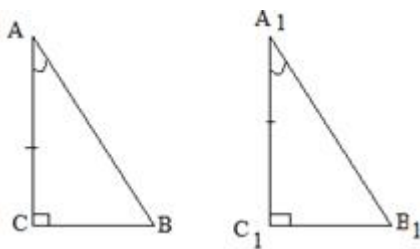


Рис. 3

**Доказательство:**

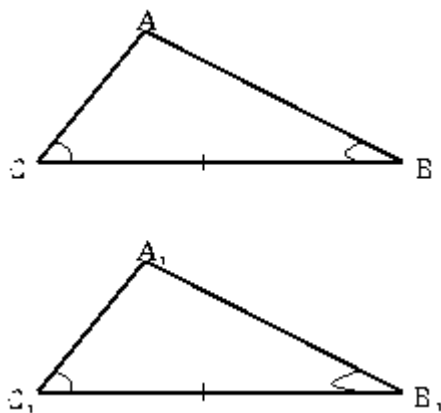


Рис. 4

Воспользуемся вторым признаком равенства треугольников:

$$\begin{cases} \angle C = \angle C_1 \\ BC = B_1C_1 \\ \angle B = \angle B_1 \end{cases} \Leftrightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$$

Аналогичное доказательство и для прямоугольных треугольников:

$$\begin{cases} \angle A = \angle A_1 (\text{по условию}) \\ BC = B_1C_1 (\text{по условию}) \\ \angle C = \angle C_1 = 90^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$$

Треугольники равны по второму признаку.

## Введение и доказательство третьего признака равенства прямоугольных треугольников

Рассмотрим третий признак равенства прямоугольных треугольников: если гипотенуза и прилежащий к ней угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и прилежащему углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

**Доказательство:**

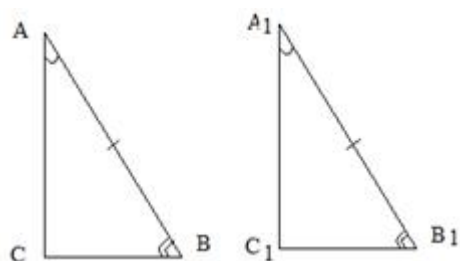


Рис. 5

Вспомним второй признак равенства треугольников:

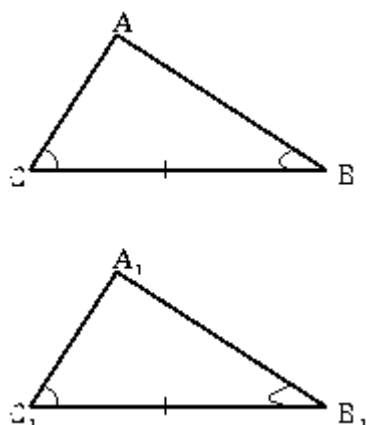


Рис. 6

Данные треугольники равны, если:

$$\begin{cases} \angle C = \angle C_1 \\ BC = B_1C_1 \\ \angle B = \angle B_1 \end{cases} \Leftrightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$$

Поскольку известно, что одна пара острых углов у прямоугольных треугольников равна ( $\angle A = \angle A_1$ ), то равенство другой пары углов ( $\angle B = \angle B_1$ ) доказывается следующим образом:

$$\begin{cases} \angle B = 90^\circ - \angle A \\ \angle B_1 = 90^\circ - \angle A_1 \end{cases} \Leftrightarrow \angle B = \angle B_1.$$

Поскольку  $AB = A_1B_1$  (по условию),  $\angle B = \angle B_1$ ,  $\angle A = \angle A_1$ . Поэтому треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  равны по второму признаку.

## Введение и доказательство четвёртого признака равенства прямоугольных треугольников, введение