

Записывайтесь на [курсы обучения математике](#) для школьников с 1 по 11 классы!



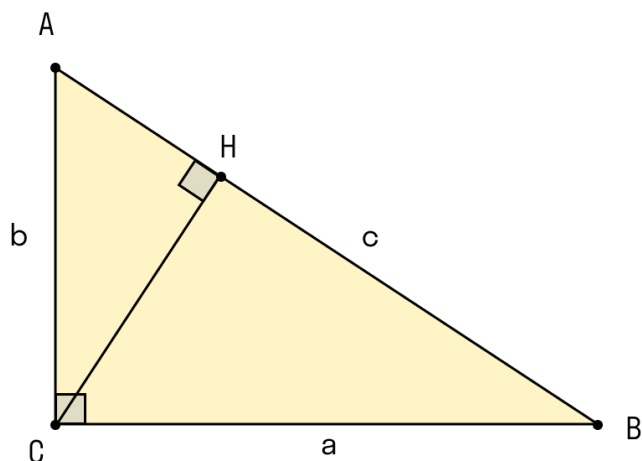
Домашний лицей для 5–11 классов

Занятия где и когда удобно, 10+ кружков на выбор, никакого стресса с домашками и нудных родительских собраний

[Подробнее!](#)

Теорема Пифагора: доказательство

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.



Дано: $\triangle ABC$, в котором $\angle C = 90^\circ$.

Доказать: $a^2 + b^2 = c^2$.

Пошаговое доказательство:

- ◇ Проведём высоту из вершины C на гипотенузу AB, основание обозначим буквой H.
- ◇ Прямоугольная фигура $\triangle ACH$ подобна $\triangle ABC$ по двум углам:

$$\angle ACB = \angle CHA = 90^\circ,$$

$\angle A$ — общий.

◊ Также прямоугольная фигура ΔCBH подобна ΔABC :

$$\angle ACB = \angle CHB = 90^\circ,$$

$\angle B$ — общий.

◊ Введем новые обозначения: $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$.

◊ Из подобия треугольников получим: $a : c = HB : a$, $b : c = AH : b$.

◊ Значит $a^2 = c \cdot HB$, $b^2 = c \cdot AH$.

◊ Сложим полученные равенства:

$$a^2 + b^2 = c \cdot HB + c \cdot AH$$

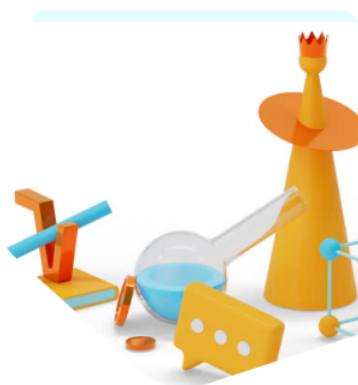
$$a^2 + b^2 = c \cdot (HB + AH)$$

$$a^2 + b^2 = c \cdot AB$$

$$a^2 + b^2 = c \cdot c$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Теорема доказана.



Выберите идеального
репетитора по математике

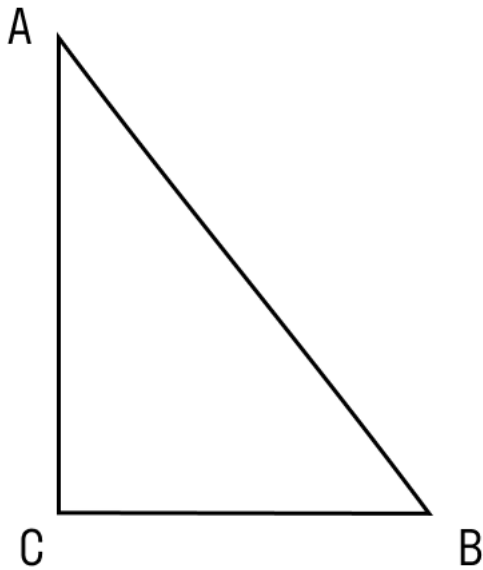
15 000+ проверенных преподавателей
со средним рейтингом 4,8. Учтём ваш график
и цель обучения

Выбрать!

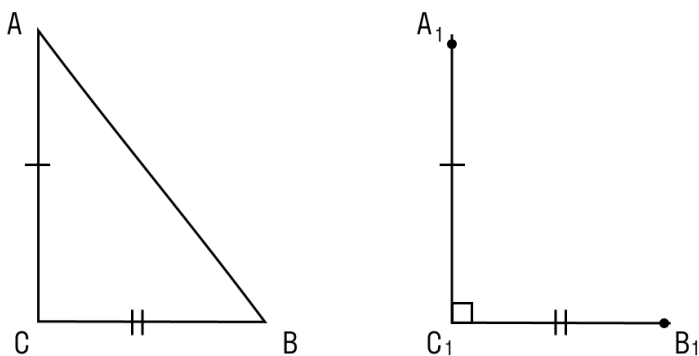
Обратная теорема Пифагора: доказательство

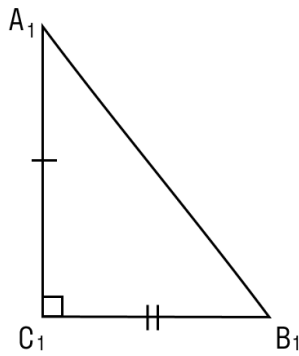
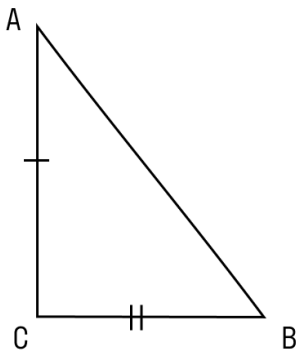
Если сумма квадратов двух сторон треугольника равна квадрату третьей стороны, то такой треугольник является прямоугольным.

0:00

Дано: $\triangle ABC$ **Доказать:** $\angle C = 90^\circ$ **Пошаговое доказательство:**

- ◇ Построим прямой угол с вершиной в точке C_1 .
- ◇ Отложим на его сторонах отрезки $C_1A_1 = CA$ и $C_1B_1 = CB$.





◊ В этой фигуре $\Delta A_1B_1C_1$ применим теорему Пифагора: $A_1B_1^2 = A_1C_1^2 + B_1C_1^2$.

◊ Таким образом получится:

$$\left. \begin{aligned} A_1B_1^2 &= A_1C_1^2 + B_1C_1^2 \\ AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\ A_1C_1 &= AC \\ B_1C_1 &= BC \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_1B_1 = AB$$

◊ Значит, в фигурах треугольниках ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$:

1. $C_1A_1 = CA$ и $C_1B_1 = CB$ по результату построения,
2. $A_1B_1 = AB$ по доказанному результату.

◊ Поэтому, $\Delta A_1B_1C_1 = \Delta ABC$ по трем сторонам.

◊ Из равенства фигур следует равенство их углов: $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$.

Обратная теорема доказана.

Решение задач

Задание 1. Дан прямоугольный треугольник ABC . Его катеты равны 6 см и 8 см. Какое значение у гипотенузы?

Как решаем:

- ◊ Пусть катеты $a = 6$ и $b = 8$.
- ◊ По теореме Пифагора $c^2 = a^2 + b^2$.
- ◊ Подставим значения a и b в формулу:
 $c^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$
 $c = \sqrt{100} = 10$.

Ответ: 10.