Точка пересечения высот треугольника. Ортоцентр треугольника

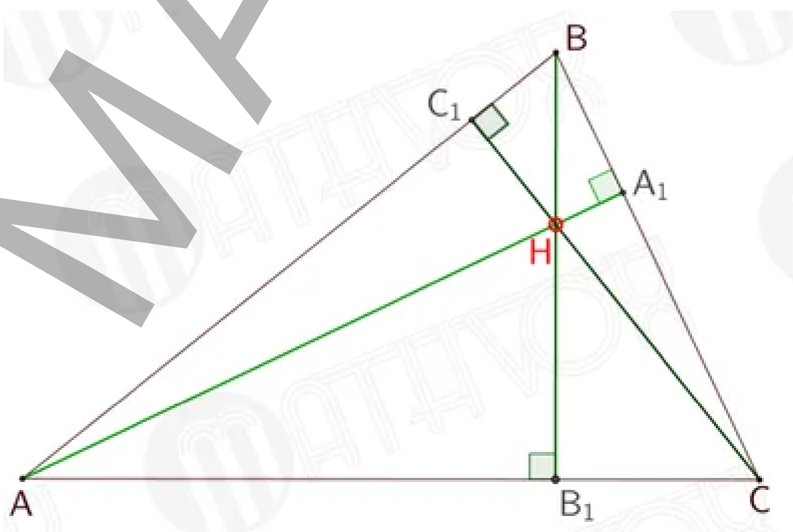
[Точка пересечения](#) [Расположение точки пересечения](#)

Определение ортоцентра треугольника

Ортоцентр треугольника – точка пересечения высот треугольника.

Теорема о точке пересечения высот треугольника

Высоты треугольника (или их продолжения) пересекаются в одной точке.



H – ортоцентр треугольника

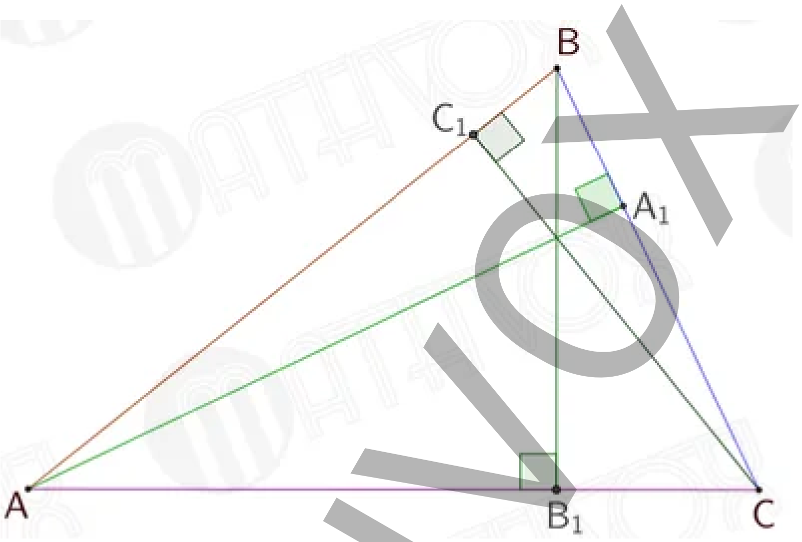
Доказательство

Так как в зависимости от вида треугольника высоты располагаются по-разному, то рассмотрим доказательство для каждого вида треугольников.

Шаг 1

Рассмотрим остроугольный треугольник ABC с высотами AA_1, BB_1 и CC_1.

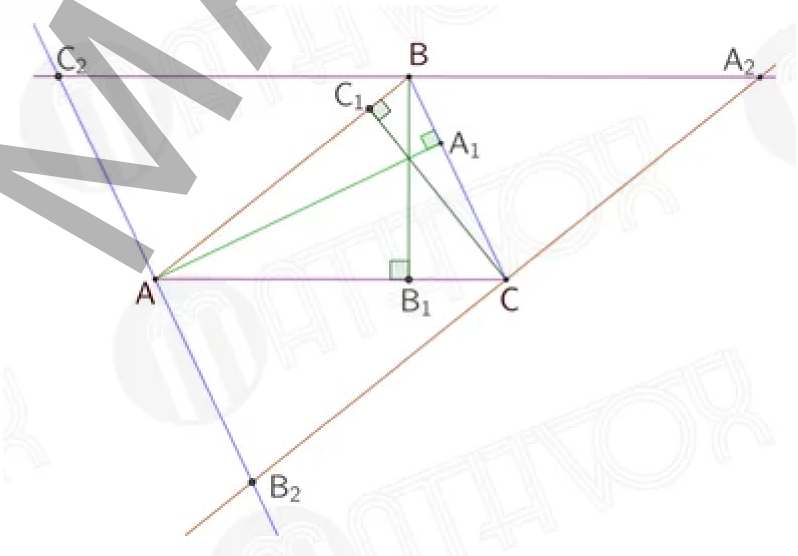
Докажем, что высоты пересекаются в одной точке.



Теорема о точке пересечения высот треугольника. Доказательство. Шаг 1

Шаг 2

Проведем через вершины треугольника прямые, которые будут параллельны противоположным сторонам. Точки пересечения этих прямых обозначим A_2, B_2 и C_2.



Теорема о точке пересечения высот треугольника. Доказательство. Шаг 2

Шаг 3

Рассмотрим четырехугольник AC_2BC.

По построению:

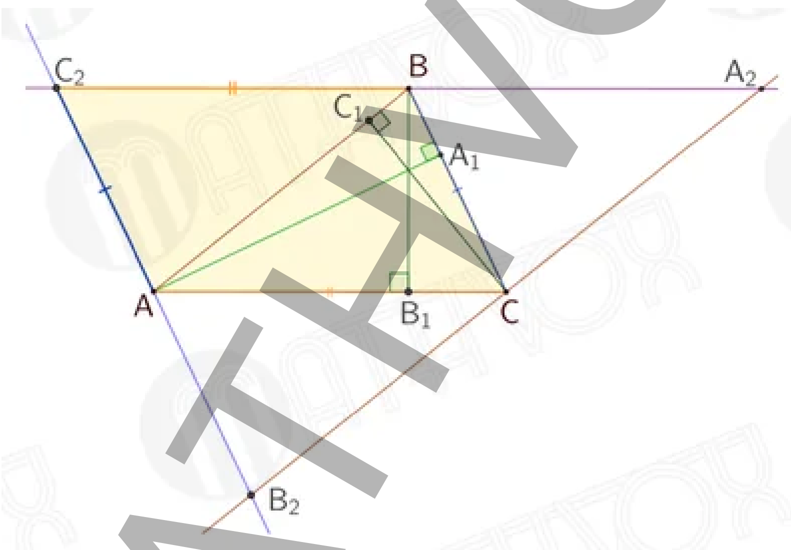
$AC || C_2B$

$AC_2 || CB$

Следовательно, AC_2BC – параллелограмм из чего следует:

$AC = C_2B$

$AC_2 = CB$



Теорема о точке пересечения высот треугольника. Доказательство. Шаг 3

Шаг 4

Рассмотрим четырехугольник ABA_2C.

По построению:

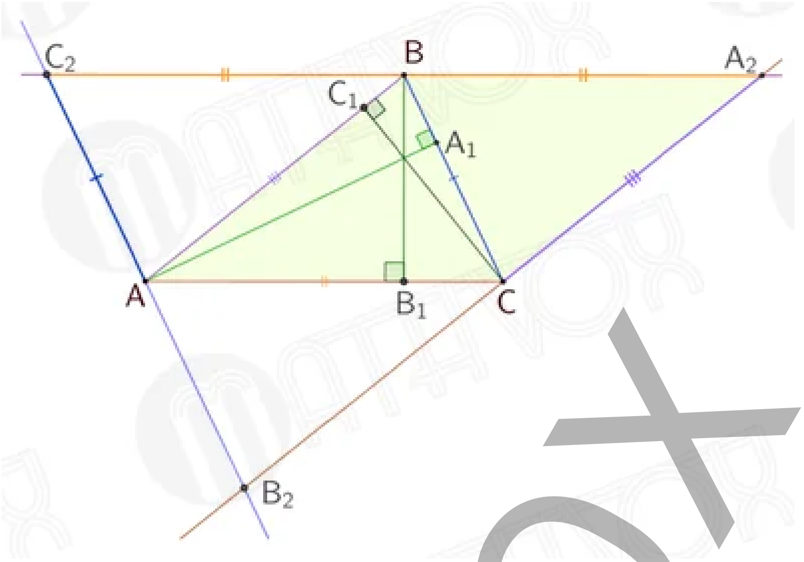
$A_2B || AC$

$AB || CA_2$

Следовательно, ABA_2C – параллелограмм из чего следует:

$A_2B=AC$

$AB=CA_2$



Теорема о точке пересечения высот треугольника. Доказательство. Шаг 4

Шаг 5

Рассмотрим четырехугольник $ABCB_2$.

По построению:

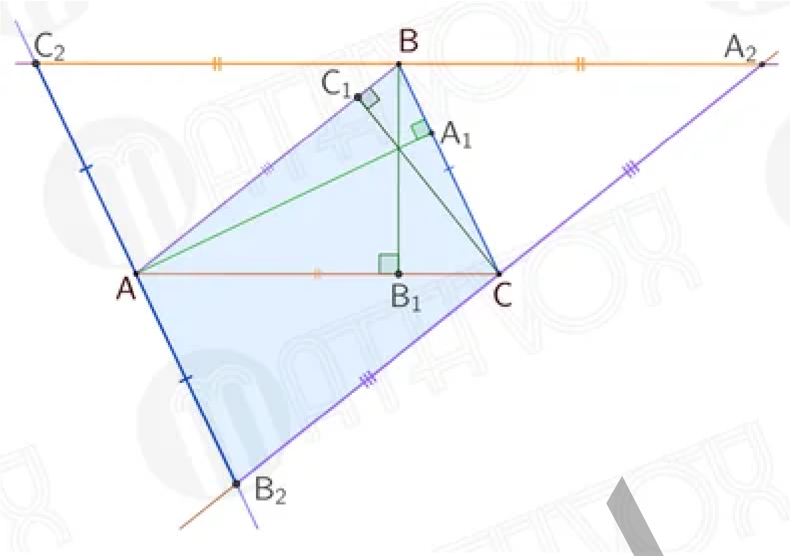
$AB || B_2C$

$AB_2 || BC$

Следовательно, $ABCB_2$ – параллелограмм из чего следует:

$AB=B_2C$

$AB_2=BC$



Теорема о точке пересечения высот треугольника. Доказательство. Шаг 5

Шаг 6

Так как по построению $AC || A_2C_2$ и по условию $BB_1 \perp AC$, то $BB_1 \perp A_2C_2$.

Аналогично:

- по построению $BC || B_2C_2$ и по условию $AA_1 \perp BC$, то $AA_1 \perp B_2C_2$.
- по построению $AB || A_2B_2$ и по условию $CC_1 \perp AB$, то $CC_1 \perp A_2B_2$.

Итак в результате имеем:

- A_1A перпендикулярен стороне треугольника B_2C_2 и делит ее пополам;
- B_1B перпендикулярен стороне треугольника A_2C_2 и делит ее пополам;
- C_1C перпендикулярен стороне треугольника A_2B_2 и делит ее пополам.

По определению серединного перпендикуляра A_1A, B_1B, C_1C – серединные перпендикуляры.

По свойству серединных перпендикуляров, они пересекаются в одной точке.

Следовательно, A_1A, B_1B, C_1C пересекаются в одной точке.

Свойство доказано.