

Disertation

Перелік умовних позначень

G - коефіцієнт Ламе

E - модуль Юнга

μ - коефіцієнт Пуасона

$\mu_0 = \frac{1}{1-2\mu}$

$U_x(x, y) = u(x, y)$ - переміщення по осі x

$U_y(x, y) = v(x, y)$ - переміщення по осі y

1 Напружений стан прямокутної області

1.1 Постановка задачі

Розглядається пружна прямокутна область, яка займає область, що описується у декартовій системі координат співвідношенням $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$.

До прямокутної області на грані $y = b$ додане навантаження

$$V(x, y)|_{y=b} = -p(x), \quad \tau_{xy}(x, y)|_{y=b} = 0 \quad (1.1)$$

де $p(x)$ відома функція. На бічних гранях виконується умова ідеального контакту

$$u(x, y)|_{x=0}, \quad \tau_{xy}(x, y)|_{x=0} = 0 \quad (1.2)$$

$$u(x, y)|_{x=a}, \quad \tau_{xy}(x, y)|_{x=a} = 0 \quad (1.3)$$

На нижній грані виконуються наступні умови

$$v(x, y)|_{y=0}, \quad \tau_{xy}(x, y)|_{y=0} = 0 \quad (1.4)$$

Розглядаються наступні рівняння рівноваги Ламе:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} + \mu_0 \left(\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v(x, y)}{\partial x \partial y} \right) = 0 \\ \frac{\partial^2 v(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v(x, y)}{\partial y^2} + \mu_0 \left(\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v(x, y)}{\partial y^2} \right) = 0 \end{cases} \quad (1.5)$$

1.2 Зведення задачі до одновимірної задачі у просторі трансформант

Для того, щоб звести задачу до одновимірної задачі, використаєм інтегральне перетворення Фур'є по змінній x у до рівнянь (1.5) наступному вигляді:

$$\begin{pmatrix} u_n(y) \\ v_n(y) \end{pmatrix} = \int_0^a \begin{pmatrix} u(x, y) \sin(\alpha_n x) \\ v(x, y) \cos(\alpha_n x) \end{pmatrix} dx, \quad \alpha_n = \frac{\pi n}{a}, n = \overline{0, \infty} \quad (1.6)$$

Для цього помножимо перше та друге рівняння (1.5) на $\sin(\alpha_n x)$ та $\cos(\alpha_n x)$ відповідно та проінтегруємо по змінній x .

2 Додаток А.