Diseration

Перелік умовних позначень

G - коєфіцієент Ламе
E - молуль Юнга
μ - коєфіцієнт Пуасона
$\mu_0 = \frac{1}{1-2\mu}$
$U_x(x,y) = u(x,y)$ - переміщення по осі x
$U_y(x,y) = v(x,y)$ - переміщення по осі y

1 Напруженний стан прямокутної області

1.1 Постановка задачі

Розглядається пружна прямокутна область, яка займає облась, що описується у декартовій системі координат співвідношенням $0 \le x \le a$, $0 \le y \le b$.

До прямокутної області на грані $y = b$ додане навантаження

$$V(x,y)|_{y=b} = -p(x), \quad \tau_{xy}(x,y)|_{y=b} = 0 \tag{1.1}$$

де $p(x)$ відома функція. На бічних гранях виконується умова ідеального контакту

$$u(x,y)|_{x=0}, \quad \tau_{xy}(x,y)|_{x=0} = 0 \tag{1.2}$$

$$u(x,y)|_{x=a}, \quad \tau_{xy}(x,y)|_{x=a} = 0 \tag{1.3}$$

На нижній грані виконуються наступні умови

$$v(x,y)|_{y=0}, \quad \tau_{xy}(x,y)|_{y=0} = 0 \tag{1.4}$$

Розглядаються наступні рівняння рівноваги Ламе:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} + \mu_0(\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v(x,y)}{\partial x \partial y}) = 0 \\ \frac{\partial^2 v(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v(x,y)}{\partial y^2} + \mu_0(\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v(x,y)}{\partial y^2}) = 0 \end{cases} \tag{1.5}$$

1.2 Зведеня задачі до одновимірної задачі у просторі трансформант

Для того, щоб звести задачу до одновимірної задачі, використаєм інтегральне перетворення Фур'є по змінній x у до рівнянь (1.5) наступному вигляді:

$$\begin{pmatrix} u_n(y) \\ v_n(y) \end{pmatrix} = \int_0^a \begin{pmatrix} u(x,y)sin(\alpha_n x) \\ v(x,y)cos(\alpha_n x) \end{pmatrix} dx, \quad \alpha_n = \frac{\pi n}{a}, n = \overline{0,\infty} \tag{1.6}$$

Для цього помножим перше та друге рівняння (1.5) на $sin(\alpha_n x)$ та $cos(\alpha_n x)$ відповідно та проінтегруєм по змінній x.

2 Додаток А.