

实验1 信号及系统基本特性分析

1.1 实验目的

- 1、学习 Matlab 编程的基本方法；掌握常用函数用法。
- 2、了解不同信号的频域特性，理解时域特性与频域特性之间的关联性。
- 3、掌握典型信号序列的时域和频域基本特性。
- 4、熟悉理想采样的性质，了解信号采样前后的频谱变化，加深对采样定理的理解。
- 5、了解离散系统的时域/频域特性及其对输出信号的影响，掌握系统分析方法。

1.2 实验原理

1.2.1 连续时间信号的采样

采样是从连续时间信号到离散时间信号的过渡桥梁，对采样过程的研究不仅可以了采样前后信号时域和频域特性发生的变化以及信号内容不丢失的条件，而且有助于加深对拉氏变换、傅氏变换、z 变换和序列傅氏变换之间关系的理解。

对一个连续时间信号进行理想采样的过程可以表示为该信号的一个周期冲激脉冲的乘积，即

$$\hat{x}_a(t) = x_a(t)M(t) \quad (1-1)$$

其中 $\hat{x}_a(t)$ 是连续信号 $x_a(t)$ 的理想采样， $M(t)$ 是周期冲激脉冲

$$M(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT) \quad (1-2)$$

它也可以用傅立叶级数表示为：

$$M(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{jm\Omega_s t} \quad (1-3)$$

其中 T 为采样周期， $\Omega_s = 2\pi/T$ 是采样角频率。设 $X_a(s)$ 是连续时间信号 $x_a(t)$ 的双边拉氏变换，即有：

$$X_a(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_a(t)e^{-st} dt \quad (1-4)$$

此时理想采样信号 $\hat{x}_a(t)$ 的拉氏变换为

$$\begin{aligned}
\hat{X}_a(s) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{x}_a(t) e^{-st} dt \quad (1-5) \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} x_a(t) \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{jm\Omega_s t} e^{-st} dt \\
&= \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_a(t) e^{-(s-jm\Omega_s)t} dt \\
&= \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} X_a(s-jm\Omega_s)
\end{aligned}$$

作为拉氏变换的一种特例，信号理想采样的傅立叶变换

$$\hat{X}_a(j\Omega) = \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} X_a[j(\Omega - m\Omega_s)] \quad (1-6)$$

由式(1-5)和式(1-6)可知，信号理想采样后的频谱是原信号频谱的周期延拓，其延拓周期等于采样频率。根据 Shannon 取样定理，如果原信号是带限信号，且采样频率高于原信号最高频率分量的 2 倍，则采样以后不会发生频谱混淆现象。

在计算机处理时，不采用式(1-6)计算信号的频谱，而是利用序列的傅立叶变换计算信号的频谱，定义序列 $x(n) = x_a(nT) = \hat{x}_a(t) = x_a(t)M(t)$ ，根据 Z 变换的定义，可以得到序列 $x(n)$ 的 Z 变换为：

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) z^{-n} \quad (1-7)$$

以 $e^{j\omega}$ 代替上式中的 z ，就可以得到序列 $x(n)$ 的傅立叶变换

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) e^{-j\omega n} \quad (1-8)$$

式 (1-6) 和式 (1-8) 具有如下关系：

$$\hat{X}_a(j\Omega) = X(e^{j\omega})|_{\omega=\Omega T} \quad (1-9)$$

由式 (1-9) 可知，在分析一个连续时间信号的频谱时，可以通过取样将有关的计算转化为序列傅立叶变换的计算。

1.2.2 有限长序列分析

一般来说，在计算机上不可能，也不必要处理连续的曲线 $X(e^{j\omega})$ ，通常，我们只要观察、分析 $X(e^{j\omega})$ 在某些频率点上的值。对于长度为 N 的有限长序列

$$x(n) = \begin{cases} f(n), 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, \text{其他}n \end{cases} \quad (1-10)$$

一般只需要在 $0-2\pi$ 之间均匀地取 M 个频率点，计算这些点上的序列傅立叶变换

$$X(e^{j\omega_k}) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\omega_k n} \quad (1-11)$$

其中 $\omega_k = 2\pi k / M$ ， $k=0,1,\dots,M-1$ 。 $X(e^{j\omega_k})$ 是一个复函数，它的模就是幅频特性曲线。

1.2.3 信号卷积

一个线性时不变离散系统的响应 $y(n)$ 可以用它的单位冲激响应 $h(n)$ 和输入信号 $x(n)$ 的卷积来表示：

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m)h(n-m) \quad (1-12)$$

根据傅立叶变换和 Z 变换的性质，与式 (1-12) 对应应该有

$$Y(z) = X(z)H(z) \quad (1-13)$$

$$Y(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega})H(e^{j\omega}) \quad (1-14)$$

式 (1-12) 告诉我们可以通过对两个序列的移位、相乘、累加计算信号响应；而式 (1-14) 告诉我们卷积运算也可以在频域上用乘积实现。

1.3 实验内容

1.3.1 Matlab 操作与使用

根据所提供的 Matlab 操作指南学习 Matlab 的使用。完成文件操作；矩阵运算；绘图；图形界面的实现等功能，学会使用 Matlab 联机帮助查找信息。

1.3.2 理想采样信号序列的特性分析

对信号 $x_a(t) = Ae^{-\alpha t} \sin(\Omega_0 t)u(t)$ 进行理想采样，可以得到一个理想的采样信号序列：

$x_a(t) = Ae^{-\alpha t} \sin(\Omega_0 nT), 0 \leq n < 50$ ，其中 A 为幅度因子， α 是衰减因子， Ω_0 是频率。 T 为采样周期。

产生理想采样信号序列 $x_a(n)$ ，使 $A=444.128$ ， $\alpha=50\sqrt{2}\pi$ ， $\Omega_0=50\sqrt{2}\pi$ 。(1) 首先选用采样频率为 1000Hz， $T=1/1000$ ，观察所得理想采样信号的幅频特性，并做记录；(2) 改变采样频率为 300Hz， $T=1/300$ ，观察所得到的频谱特性曲线的变化，并做记录；(3) 进一步减小采样频率为 200Hz， $T=1/200$ ，观察频谱“混淆”现象是否明显存在，说明原因，并记录这时候的幅频特性曲线。

1.3.3 典型信号序列的特性分析

1.3.3.1 信号序列产生

产生如下基本信号：

$$(1) \text{ 高斯序列: } x_{aa}(n) = \begin{cases} e^{-\frac{(n-p)^2}{q}}, & 0 \leq n \leq 15 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

$$(2) \text{ 衰减正弦序列: } x_{bb}(n) = \begin{cases} e^{-\alpha n} \sin 2\pi f n, & 0 \leq n \leq 15 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

$$(3) \text{ 三角波序列: } x_{cc}(n) = \begin{cases} n+1, & 0 \leq n \leq 3 \\ 8-n, & 4 \leq n \leq 7 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

$$(4) \text{ 反三角序列: } x_{dd}(n) = \begin{cases} 4-n, & 0 \leq n \leq 3 \\ n-3, & 4 \leq n \leq 7 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

1.3.3.2 观察高斯序列的时域和频域特性

①固定信号 $x_{aa}(n)$ 中的参数 $p=8$ ，改变 q 的值，使 q 分别等于 2，4，8。观察它们的时域和幅频特性，了解 q 取不同值的时候，对信号时域特性和幅频特性的影响。②固定 $q=8$ ，改变 p ，使 p 分别等于 8，13，14，观察参数 p 变化对信号序列时域及幅频特性的影响。注意 p 等于多少时，会发生明显的泄漏现象，混淆现象是否也随之出现？记录实验中观察到的现象，绘制相应的时域序列和幅频特性曲线。

1.3.3.3 观察衰减正弦序列的时域和幅频特性

针对信号 $x_{bb}(n)$ ：①令 $\alpha=0.1$ 并且 $f=0.0625$ ，检查谱峰出现的位置是否正确，注意频

谱的形状，绘制幅频特性曲线。②改变 $f=0.4375$ ，再变化 $f=0.5625$ ，观察这两种情况下，频谱的形状和谱峰出现的位置，有无混淆和泄漏现象发生？说明产生现象的原因。

1.3.3.4 观察三角波序列和反三角波序列的时域和幅频特性

针对信号 $x_{cc}(n)$ 和 $x_{dd}(n)$ ：①用 8 点 FFT 分析信号 $x_{cc}(n)$ 和 $x_{dd}(n)$ 的幅频特性，观察两者的序列形状和频谱曲线有什么异同？（注意：这时候的 $x_{dd}(n)$ 可以看作是 $x_{cc}(n)$ 经过圆周移位以后得到的）绘制两者的序列和幅频特性曲线。②在的 $x_{cc}(n)$ 和 $x_{dd}(n)$ 末尾补零，用 16 点 FFT 分析这两个信号的幅频特性，观察幅频特性发生了什么变化？两个信号之间的 FFT 频谱还有没有相同之处？这些变化说明了什么？

1.3.3.5 * 选作内容

将 $x_b(n)$ 信号的长度 N 设为 63，用 MatLab 中 `randn(1,N)` 函数产生一个噪声信号 $w(n)$ ，计算将这个噪声信号叠加到 $x_b(n)$ 上以后新信号 $y(n) = x_b(n) + w(n)$ 的频谱，观察发生的变化并记录。

在步骤 2 的基础上，改变参数 α 和 f ，观察在出现混淆现象和泄漏现象的时候有噪声的 $y(n)$ 信号的频谱有什么变化，是否明显？

1.3.4 离散信号、系统和系统响应的分析

1.3.4.1 信号序列产生

产生如下信号序列：

（1）理想采样信号序列：对信号 $x_a(t) = Ae^{-\alpha t} \sin(\Omega_0 t)u(t)$ 进行理想采样，可以得到一个理想的采样信号序列： $x_a(t) = Ae^{-\alpha t} \sin(\Omega_0 nT), 0 \leq n < 50$ ，其中 A 为幅度因子， α 是衰减因子， Ω_0 是频率。 T 为采样周期。

（2）单位脉冲序列 $x_b(n) = \delta(n) = \begin{cases} 1, n = 0 \\ 0, n \neq 0 \end{cases}$

（3）矩形序列 $x_c(n) = R_N(n) = \begin{cases} 1, 0 \leq n < N-1 \\ 0, \text{其他} \end{cases}$ ，其中 $N=10$

产生如下系统单位脉冲响应序列，本实验中用到两种 FIR 系统：

$$(1) \quad h_a(n) = R_{10}(n)$$

$$(2) \quad h_b(n) = \delta(n) + 2.5\delta(n-1) + 2.5\delta(n-2) + \delta(n-3)$$

1.3.4.2 离散信号、系统和系统响应的分析

(1) 观察信号 $x_b(n)$ 和系统 $h_b(n)$ 的时域和幅频特性；利用线性卷积求信号通过系统以后的响应。比较系统响应和系统 $h_b(n)$ 的时域及幅频特性。注意它们之间有无差异，绘出图形。

(2) 观察信号 $x_c(n)$ 和系统 $h_a(n)$ 的时域和幅频特性，利用线性卷积求系统响应。判断响应序列图形及序列非零值长度是否与理论结果一致，说出一种定性判断响应序列图形正确与否的方法（提示： $x_c(n) = h_a(n) = R_{10}(n)$ ）。利用序列的傅立叶变换数值计算子程序求出 $Y(e^{j\omega_k})$ ，观察响应序列的幅频特性。定性判断结果正确与否。改变信号 $x_c(n)$ 的矩形宽度，使 $N=5$ ，重复以上动作，观察变化，记录改变参数前后的差异。

(3) 将实验步骤 2-(2) 中的信号换为 $x_a(n)$ ，其中 $A=1, \alpha=0.4, \Omega_0=2.0734, T=1$ 。重复实验 2-(2) 各步骤，改变 $x_a(n)$ 的参数 $\alpha=0.1$ 再重复实验 2-(2) 各步骤；改变参数 $\Omega_0=1.2516$ ，重复实验 2-(2) 各步骤。在实验中观察改变 α 和 Ω_0 对信号及系统响应的时域和幅频特性的影响，绘制相应的图形。

1.3.4.3 卷积定律的验证

利用式 (1-14) 将 $x_a(n)$ 和系统 $h_a(n)$ 的傅氏变换相乘，直接求得 $Y(e^{j\omega_k})$ ，将得到的幅频特性曲线和实验 2-(3) 中得到的曲线进行比较，观察二者有无差异。验证卷积定律。

1.3.5 *选作内容

改变信号 $x_a(t)$ 中的衰减因子 α ，先定性估计频谱可能产生的变化，然后观察其频谱的变化，记录结果，变化是否你所想的一致，这说明了什么？

一个 LTI 系统的冲激响应为 $h(n) = (0.9)^n u(n)$ ，输入序列为 $x_c(n)$ ，求系统响应 $H(e^{j\omega})$ 和输出信号 $y(n)$ 及其频谱 $Y(e^{j\omega})$ ；如果 $h(n) = x_c(n)$ ，其结果又如何？

编写一个程序，将 $x_c(n)$ 分解为奇偶序列，绘制奇偶序列时域图形并求出它们频谱 $X_e(e^{j\omega})$ 和 $X_o(e^{j\omega})$ ，同 $x_c(n)$ 的频谱 $X_c(e^{j\omega})$ 进行比较，可以得出什么结论？

针对信号 $x(t) = \cos 6000\pi t + \cos 1000\pi t$ 分析采样率、信号功率。

1.4 实验报告要求

- 1、记录实验内容中要求观察、分析、比较的内容及结果并进行分析。
- 2、总结在上机实验内容中要求比较时域、幅频曲线差异差异部分内容的结果，定性分析它们正确与否，并简要说明这些结果的含义。
- 3、在实验报告中附上在实验过程中记录的各个典型信号序列的时域和幅频特性曲线，分析所得到的结果图形，说明各个信号的参数变化对其时域和幅频特性的影响。
- 4、总结一下你在用 MatLab 进行数字信号处理实验项目的时候常用的函数及其功能。
- 5、总结实验中根据实验现象得到的其他个人结论。