随机信号处理mooc（下）

2021年10月25日 9:22

参考：《随机信号处理-西安电子科技大学-赵国庆》
https://www.bilibili.com/video/BV16s411p7iX
因为太长了，做个分篇，这里是41-72集

白噪声通过线性系统

白噪声均值为0，功率谱在无穷区间均匀分布

$G_x(\omega)=\frac{N_0}{2}$， $-\infty<\omega<\infty$

$R_x(\tau)=\frac{N_0}{2}\delta(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{N_0}{2}e^{j\omega\tau}d\omega$

$\int_0^{\infty}\delta(\tau)d\tau=\frac{1}{2}$

一般关系式

冲击响应函数/传递函数

h(t) H(w)

$G_y(\omega)=G_x(\omega)|H(\omega)|^2=\frac{N_0}{2}|H(\omega)|^2$

$R_y(\tau)=R_x(\tau)\otimes h(\tau)\otimes h(-\tau)=\frac{N_0}{2}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|H(\omega)|^2e^{j\omega\tau}d\omega=\frac{N_0}{2}h(\tau)\otimes h(-\tau)$

前者一般用来计算输出过程功率谱，后者用来计算输出过程相关函数

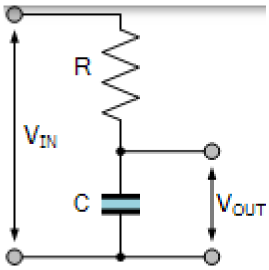
等效噪声通频带 Δf_n

说明输出后的等效宽度有多少

$\Delta f_n=\frac{\int_0^{\infty}G(\omega)d\omega}{2\pi|G(\omega_0)|}$ $|G(\omega_0)|=max|G(\omega)|$

反映了能量在频谱上的集中程度，越大代表分布越宽，频谱占据越宽变化越大

通过RC低频滤波器（积分器）



$H(\omega)=\frac{j\frac{1}{\omega c}}{R+j\frac{1}{\omega c}}$

$|H(\omega)|^2=\frac{(\frac{1}{\omega c})^2}{R^2+(\frac{1}{\omega c})^2}=\frac{1}{(R\omega c)^2+1}$

令$a=\frac{1}{RC}$ 则

$|H(\omega)|^2=\frac{a^2}{\omega^2+a^2}$

则有

$$G_y(\omega)=G_x(\omega)\left|H(\omega)\right|^2=\frac{N_0}{2}\frac{a^2}{\omega^2+a^2}$$
$$R_y(\tau)=\frac{N_0a^2}{2}\frac{2}{2\pi}\int_0^{\infty}\frac{1}{\omega^2+a^2}cos(\omega\tau)d\omega=\frac{N_0}{2}\frac{1}{2}ae^{-a|\tau|}=\frac{N_0}{4}ae^{-a|\tau|}$$

等效噪声通频带

$$\Delta f_n=\frac{\frac{N_0}{2}\int_0^{\infty}\frac{a^2}{\omega^2+a^2}d\omega}{2\pi\frac{N_0}{2}}=\frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty}\frac{a^2}{\omega^2+a^2}d\omega=\frac{a}{4}=\frac{1}{4RC}$$

RC越大，过滤的高频分量越多，频带越小

相关系数

$$r_y(\tau)=\frac{C_y(\tau)}{C_y(0)}=\frac{R_y(\tau)}{R_y(0)}=\frac{\frac{N_0}{4}ae^{-a|\tau|}}{\frac{N_0}{4}a}=e^{-a|\tau|}$$

相关时间

$$\tau_0=\int_0^{\infty}a^{-a\tau}\,d\tau=\frac{1}{a}=RC=\frac{1}{4\Delta f_n}$$

相关时间和等效噪声通频带关系

几乎所有的$\tau_0\propto\frac{1}{\Delta f_n}$都成立

通过理想的低通滤波器

通过理想的带通滤波器

通过高斯型带通滤波器