

## **Лабораторная работа №1**

Алгоритмы одномерной минимизации функции

**Сысоев Александр, Зырянова Мария**  
**Верблюжий случай**

# 1 Постановка задания

Необходимо реализовать алгоритмы одномерной минимизации функции:

- метод дихотомии
- метод золотого сечения
- метод Фибоначи
- метод парабол
- комбинированный метод Брента

## 2 Исследуемая функция

Необходимо на интервале  $[0.1; 2.5]$  найти минимум функции

$$f(x) = 10x \ln(x) - \frac{x^2}{2}$$

$x_0$  – точка локального экстремума  $f(x)$ , если  $f'(x_0) = 0$ :

$$f'(x) = 10 + 10 \ln(x) - x = 0$$

minimize	function	$10 x \log(x) - \frac{x^2}{2}$
	domain	$0.1 \leq x \leq 2.5$

Рис. 1: Нахождение локального минимума при помощи WolframAlpha

$$\min \left\{ 10 x \log(x) - \frac{x^2}{2} \mid 0.1 \leq x \leq 2.5 \right\} \approx -3.74908 \text{ at } x \approx 0.382212$$

Рис. 2: Найденное решение

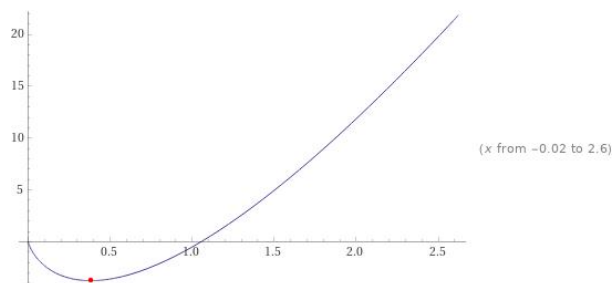


Рис. 3: График функции на исследуемом промежутке

### 3 Метод дихотомии

Исследование проводится при  $\epsilon = 0.0001$ .

Левая граница	Правая граница	Отношение	Точка	Значение с левой стороны	Значение с правой стороны
0.1	2.5	—	1.3	2.56517	2.5663
0.1	1.3	2	0.7	-2.74201	-2.74144
0.1	0.7	2	0.4	-3.74518	-3.74514
0.1	0.4	2	0.25	-3.49678	-3.49719
0.25	0.4	2	0.325	-3.70551	-3.70566
0.325	0.4	2	0.3625	-3.74408	-3.74413
0.3625	0.4	2	0.38125	-3.74907	-3.74907
0.38125	0.4	2	0.39062	-3.74821	-3.74819
0.38125	0.39062	2.001067	0.38594	-3.74891	-3.7489
0.38125	0.38594	1.997868	0.38359	-3.74906	-3.74906
0.38125	0.38359	2.004274	0.38242	-3.74908	-3.74908
0.38125	0.38242	2	0.38184	-3.74908	-3.74908
0.38184	0.38242	2.017241	0.38213	-3.74908	-3.74908
0.38213	0.38242	2	0.38228	-3.74908	-3.74908
0.38213	0.38228	1.933333	0.3822	-3.74908	-3.74908

Метод дихотомии показал, что функция на данном промежутке достигает минимума при значении  $x_{min} = 0.3822021484375$ ,  $f_{min} = -3.7490810073197856$ . Выполнено 15 итераций.

## 4 Метод золотого сечения

Исследование проводится при  $\epsilon = 0.0001$ .

Левая граница	Правая граница	Отношение	Левая точка	Значение в левой точке	Правая точка	Значение в правой точке
0.1	2.5	—	1.01672	-0.34828	1.58328	6.02178
0.1	1.58328	1.618036	0.66656	-2.92587	—	—
0.1	1.01672	1.618029	0.45016	-3.69429	—	—
0.1	0.66656	1.618046	0.31641	-3.69104	—	—
0.31641	0.66656	1.618049	—	—	0.53282	-3.49645
0.31641	0.53282	1.617994	0.39907	-3.74556	—	—
0.31641	0.45016	1.618019	0.36749	-3.74632	—	—
0.31641	0.39907	1.618074	0.34798	-3.73386	—	—
0.34798	0.39907	1.617929	—	—	0.37955	-3.74899
0.36749	0.39907	1.617796	—	—	0.38701	-3.74879
0.36749	0.38701	1.617828	0.37495	-3.74841	—	—
0.37495	0.38701	1.618574	—	—	0.3824	-3.74908
0.37955	0.38701	1.616622	—	—	0.38416	-3.74903
0.37955	0.38416	1.618221	0.38131	-3.74907	—	—
0.38131	0.38416	1.617544	—	—	0.38307	-3.74907
0.38131	0.38307	1.619318	0.38199	-3.74908	—	—
0.38199	0.38307	1.62963	—	—	0.38266	-3.74908
0.38199	0.38266	1.61194	0.38224	-3.74908	—	—
0.38199	0.3824	1.634146	0.38215	-3.74908	—	—
0.38215	0.3824	1.64	—	—	0.3823	-3.74908
0.38215	0.3823	1.666667	0.38221	-3.74908	—	—

Метод золотого сечения показал, что функция на данном промежутке достигает минимума при значении  $x_{min} = 0.382224424485476$ ,  $f_{min} = -3.7490810068327103$ . Выполнена 21 итерация.

## 5 Метод Фибоначчи

Левая граница	Правая граница	Отношение	Левая точка	Значение в левой точке	Правая точка	Значение в правой точке
0.1	2.5	—	1.01672	-0.34828	1.58328	6.02178
0.1	1.58328	1.618036	0.66656	-2.92587	—	—
0.1	1.01672	1.618029	0.45016	-3.69429	—	—
0.1	0.66656	1.618046	0.31641	-3.69104	—	—
0.31641	0.66656	1.618049	—	—	0.53282	-3.49645
0.31641	0.53282	1.617994	0.39907	-3.74556	—	—
0.31641	0.45016	1.618019	0.36749	-3.74632	—	—
0.31641	0.39907	1.618074	0.34798	-3.73386	—	—
0.34798	0.39907	1.617929	—	—	0.37955	-3.74899
0.36749	0.39907	1.617796	—	—	0.38701	-3.74879
0.36749	0.38701	1.617828	0.37495	-3.74841	—	—
0.37495	0.38701	1.618574	—	—	0.3824	-3.74908
0.37955	0.38701	1.616622	—	—	0.38416	-3.74903
0.37955	0.38416	1.618221	0.38131	-3.74907	—	—
0.38131	0.38416	1.617544	—	—	0.38307	-3.74907
0.38131	0.38307	1.619318	0.38199	-3.74908	—	—
0.38199	0.38307	1.62963	—	—	0.38266	-3.74908
0.38199	0.38266	1.61194	0.38224	-3.74908	—	—
0.38199	0.3824	1.634146	0.38215	-3.74908	—	—
0.38215	0.3824	1.64	—	—	0.38231	-3.74908
0.38215	0.38231	1.5625	0.38221	-3.74908	—	—
0.38215	0.38224	1.777778	0.38218	-3.74908	—	—
0.38215	0.38228	0.692308	—	—	—	—

Функция на данном промежутке достигает минимума при значении  $x_{min} = 0.382211946017994$ ,  $f_{min} = -3.7490810086437825$ . Выполнено 22 итерации.

## 6 Метод парабол

Изначально за третью точку параболы берется середина исходного промежутка,  $\epsilon = 0.0001$ .

Левая граница	Правая граница	Отношение	Минимум параболы	Значение минимума
0.1	2.5	—	0.2262186	-3.3877692
0.1	1.3	2.0000000	0.5272175	-3.5139203
0.2262186	1.3	1.1175459	0.403873	-3.7432907
0.2262186	0.5272175	3.5673931	0.3930555	-3.7476161
0.2262186	0.403873	1.6942947	0.3845723	-3.7490111
0.2262186	0.3930555	1.0648388	0.383205	-3.7490686
0.2262186	0.3845723	1.0535712	0.382467	-3.7490802
0.2262186	0.383205	1.0087097	0.3823075	-3.7490809
0.2262186	0.382467	1.0047232	0.3822391	-3.749081
0.2262186	0.3823075	1.0010219	0.3822217	-3.749081
0.2262186	0.3822391	1.0004384	0.3822152	-3.749081
0.2262186	0.3822217	1.0001115	0.3822133	-3.749081
0.2262186	0.3822152	1.0000417	0.3822127	-3.749081
0.2262186	0.3822133	1.0000122	0.3822125	-3.749081
0.2262186	0.3822127	1.0000038	0.3822124	-3.749081
0.2262186	0.3822125	1.0000013	0.3822124	-3.749081
0.2262186	0.3822124	1.0000006	0.3822124	-3.749081
0.2262186	0.3822124	1.0000001	0.3822124	-3.749081
0.3822124	0.3822124	—	—	—

Функция на данном промежутке достигает минимума при значении  $x_{min} = 0.3822124198393549$ ,  $f_{min} = -3.749081008646579$ . Выполнено 18 итераций.

## 7 Комбинированный метод Брента

Левая граница	Правая граница	Отношение	Текущий минимум	Значение текущего минимума
0.1	2.5	—	1.5832816	6.0217828
0.1	1.5832816	1.618034	0.6665631	0.6665631
0.1	1.2331263	1.309017	0.6665631	0.6665631
0.1	1.0167184	1.236068	0.6665631	0.6665631
0.1	0.6665631	1.618034	0.3164079	0.3164079
0.3164079	0.6665631	1.618034	0.3436571	0.3436571
0.3436571	0.6665631	1.084387	0.3935842	0.3935842
0.3436571	0.3935842	6.46755	0.3815569	0.3815569
0.3815569	0.3935842	4.151148	0.3824052	0.3824052
0.3815569	0.3824052	14.17812	0.3822149	0.3822149
0.3815569	0.3822149	1.28921	0.3822125	0.3822125
0.3815569	0.3822125	1.003661	0.3822124	0.3822124
0.3822124	0.3822125	655.6	0.3822124	0.3822124

Функция на данном промежутке достигает минимума при значении  $x_{min} = 0.3822124172559498$ ,  $f_{min} = -3.7490810086465793$ . Выполнено 12 итераций.

## 8 Сравнение методов

$\epsilon$	$-\log \epsilon$	Метод дихотомии	Метод золотого сечения	Метод Фиббоначи	Метод парабол	Метод Брента
0.001	3	24	18	18	19	9
0.0001	4	30	22	23	19	12
0.00001	5	36	27	28	19	12
0.000001	6	44	32	34	19	12
0.0000001	7	50	37	37	19	12
0.00000001	8	56	42	42	19	15
0.000000001	9	64	46	47	23	21
0.0000000001	10	70	51	52	24	31
0.00000000001	11	76	56	57	26	38
0.000000000001	12	84	61	61	26	46
0.0000000000001	13	90	66	66	26	53
0.00000000000001	14	96	70	71	26	62
0.000000000000001	15	104	75	76	26	71

### Сравнение методов

