Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский государственный технический университет имени
Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Робототехники и комплексной автоматизации»
КАФЕДРА «Системы автоматизированного проектирования (РК-6)»

ОТЧЕТ О ВЫПОЛНЕНИИ РАБОТЫ
по дисциплине «ДИСЦИПЛИНА»

Студент:	Александров Максим Алексеевич
Группа:	РК6-81Б
Тип задания:	РАБОТА
Тема:	ВАРИАНТ

Студент ____________ Александров М.А.
подпись, дата Фамилия, И.О.

Преподаватель ____________ ____________
подпись, дата Фамилия, И.О.

Москва, 2025

Содержание

ВАРИАНТ

1 Решение

1.1 Построение графа состояний системы

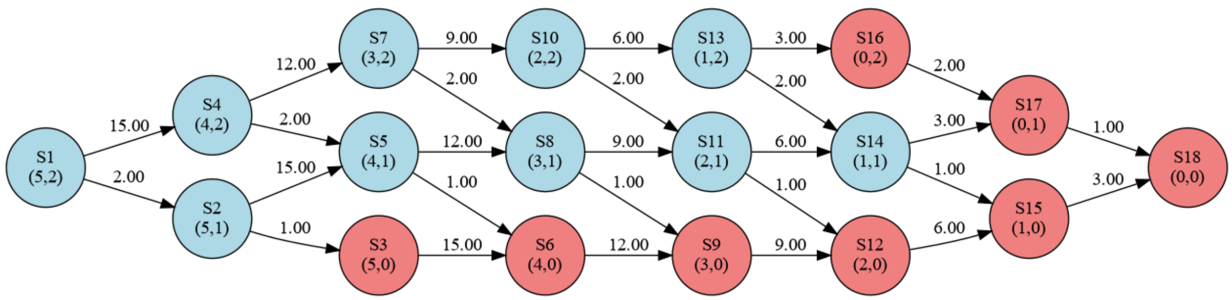

Рис. 1. Граф состояний системы

1.2 Составление матрицы интенсивностей переходов

1.3 Уравнение Колмогорова

Дифференциальные уравнения Колмогорова для данной системы могут быть записаны как

$$Q_T P(t) = \dot{P}(t)$$

Где Q - матрица интенсивности переходов, $P(t)$ - вектор вероятностей нахождения системы в каждом из состояний.

1.4 Решение системы

1.5 Графики вероятностей нахождения системы в каждом состоянии

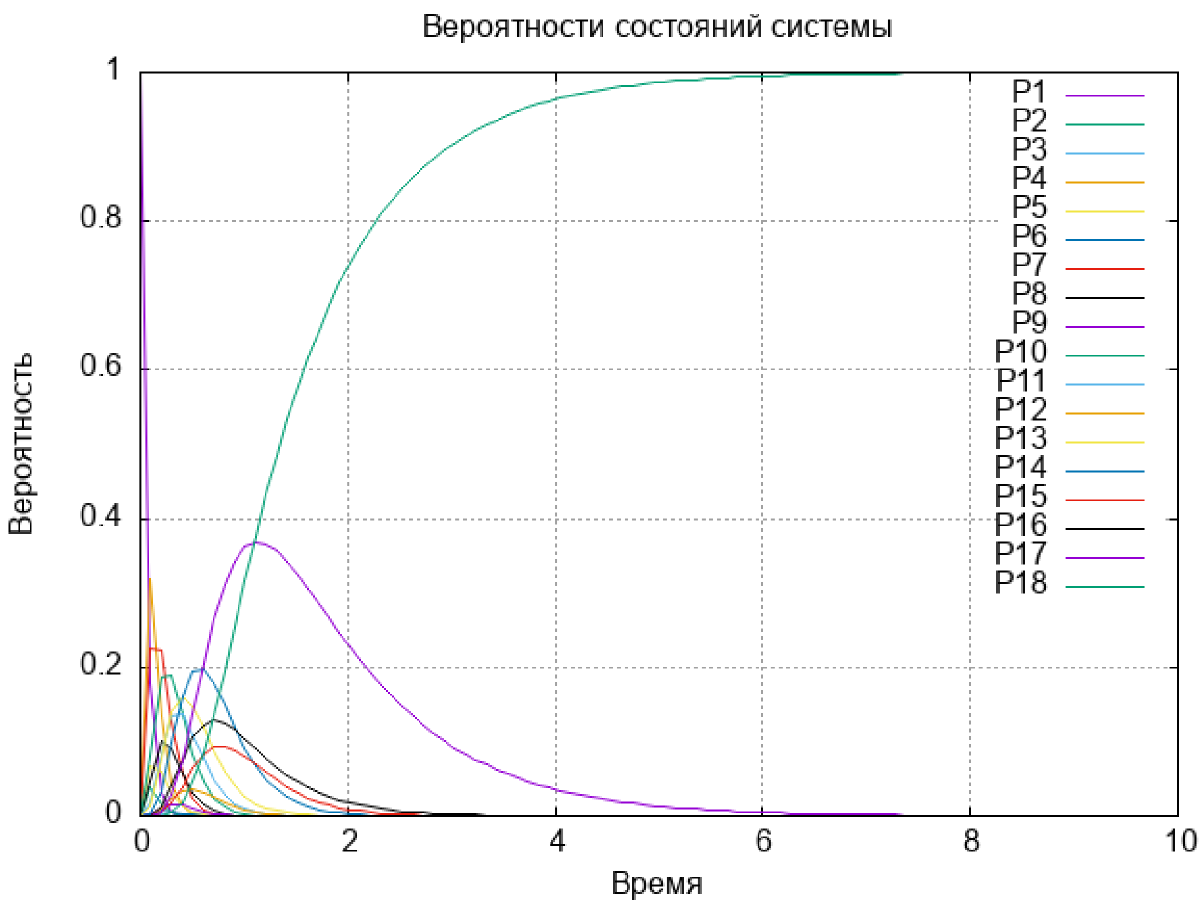

Рис. 2. Вероятности состояний системы

1.6 График функции надёжности системы

Функция надежности системы выражается формулой:

$$P(t) = 1 - F(t)$$

где $F(t)$ - вероятность отказа системы.

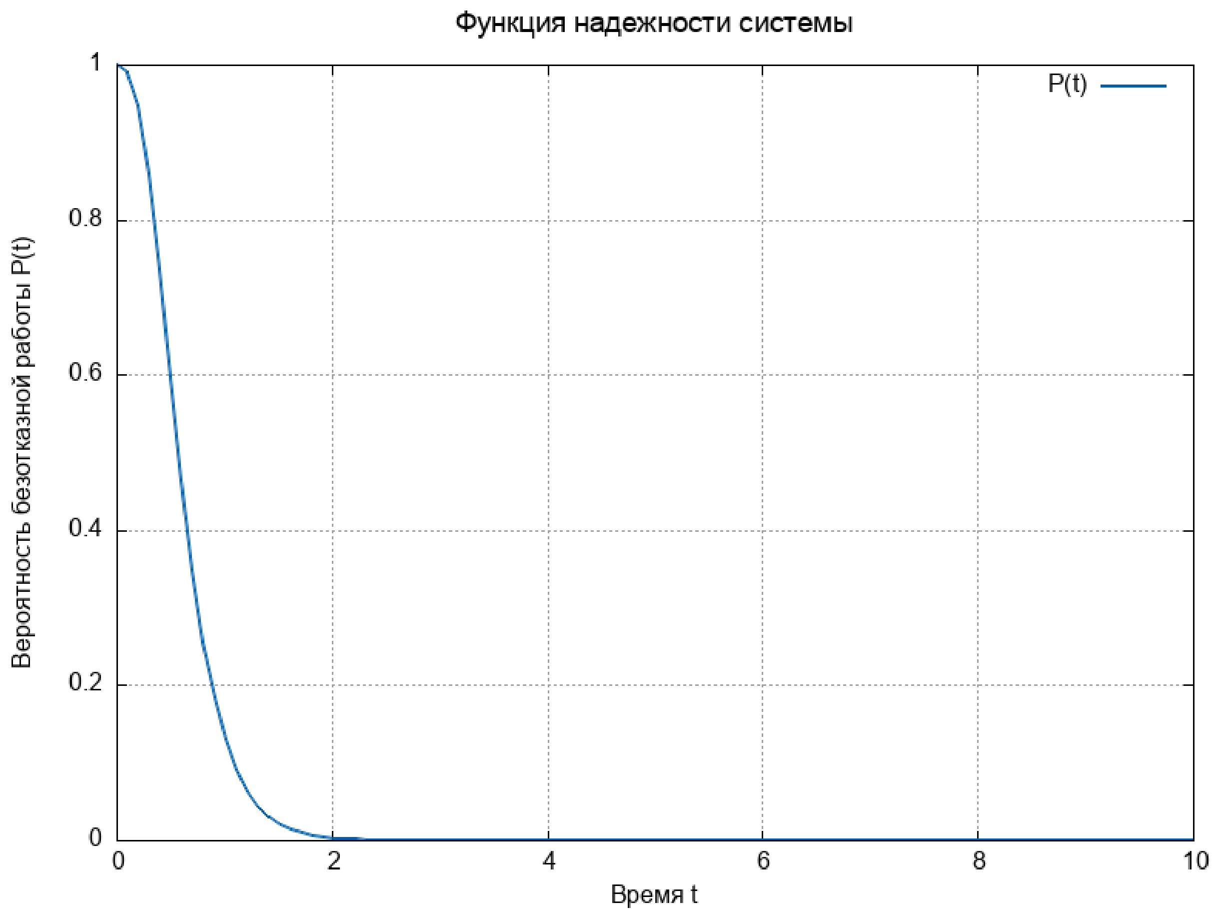

Рис. 3. График надёжности системы

1.7 Математическое ожидание времени безотказной работы

Математическое ожидание времени безотказной работы системы можно рассчитать по формуле:

$$M = \int_0^\infty P(t)dt$$

Для данной системы математическое ожидание времени безотказной работы равно $M = 0.637856$.

1.8 Имитационное моделирование

$$T_{\text{ср}} = 0.597666, \quad \sigma = 0.332941$$

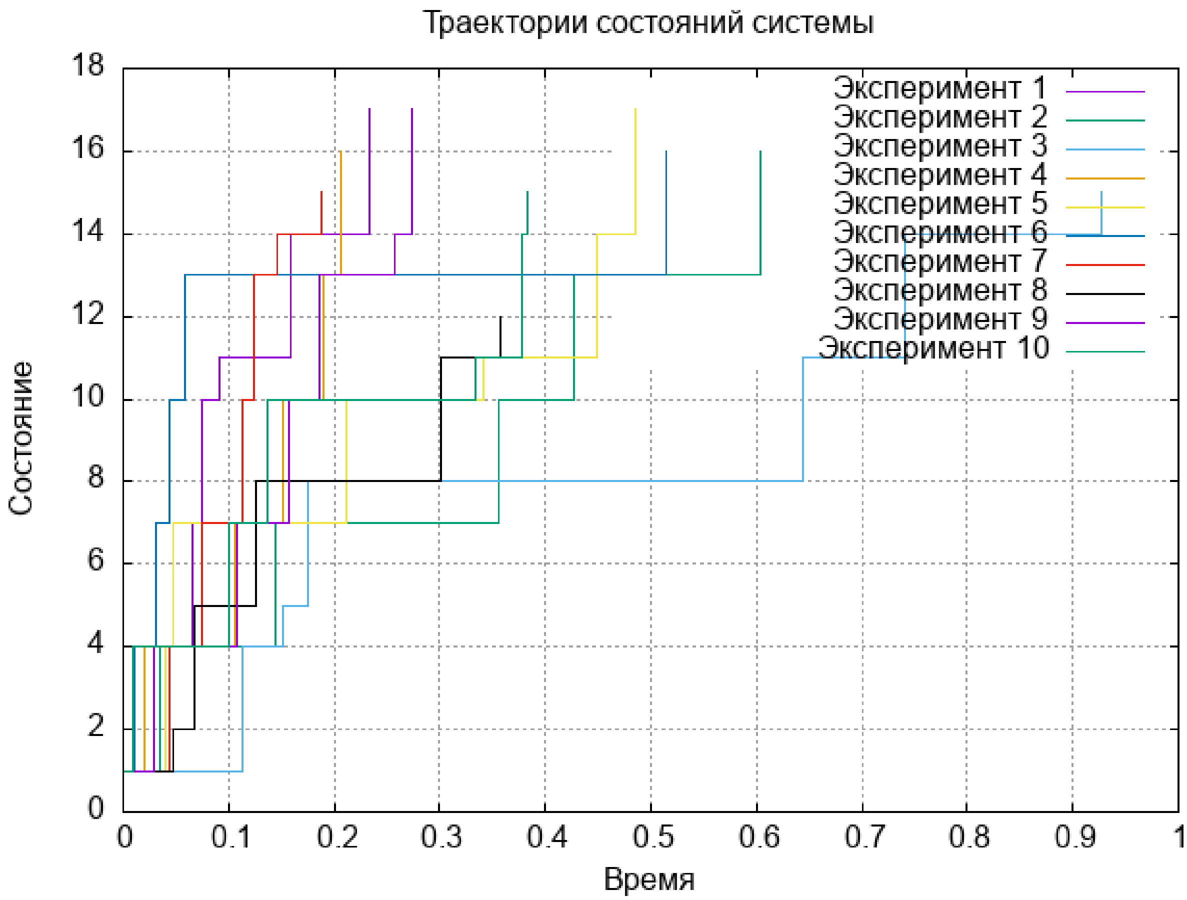

Рис. 4. График переходов

2 Анализ надёжности системы

2.1 Основные положения теории надёжности

Основной характеристикой надёжности системы является вероятность безотказной работы $P(t)$, которая описывается экспоненциальным законом распределения:

$$P(t) = e^{-\lambda t} \tag{1}$$

где λ – интенсивность отказов системы, t – время работы.

2.2 Марковская модель системы

Для анализа надёжности сложных систем используем марковские процессы с непрерывным временем. Состояния системы представлены на рис. **??**.

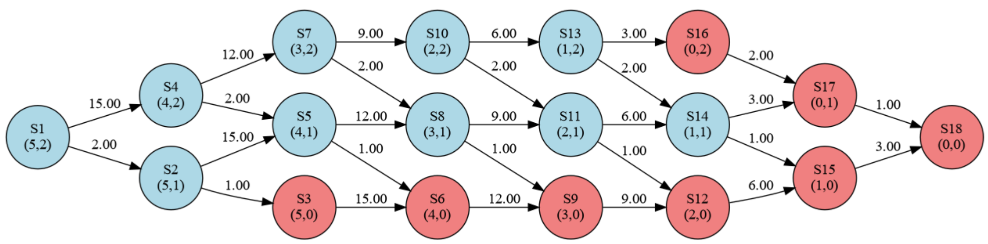

Рис. 5. Граф состояний системы

Система дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\begin{cases} \frac{dP_0}{dt} = -(\lambda_{01} + \lambda_{02})P_0(t) + \mu_{10}P_1(t) + \mu_{20}P_2(t) \\ \frac{dP_1}{dt} = \lambda_{01}P_0(t) - (\mu_{10} + \lambda_{13})P_1(t) \\ \frac{dP_2}{dt} = \lambda_{02}P_0(t) - (\mu_{20} + \lambda_{23})P_2(t) \\ \frac{dP_3}{dt} = \lambda_{13}P_1(t) + \lambda_{23}P_2(t) \end{cases} \tag{2}$$

2.3 Результаты расчётов

На рис. **??** представлены графики вероятностей состояний системы при различных значениях интенсивностей отказов.

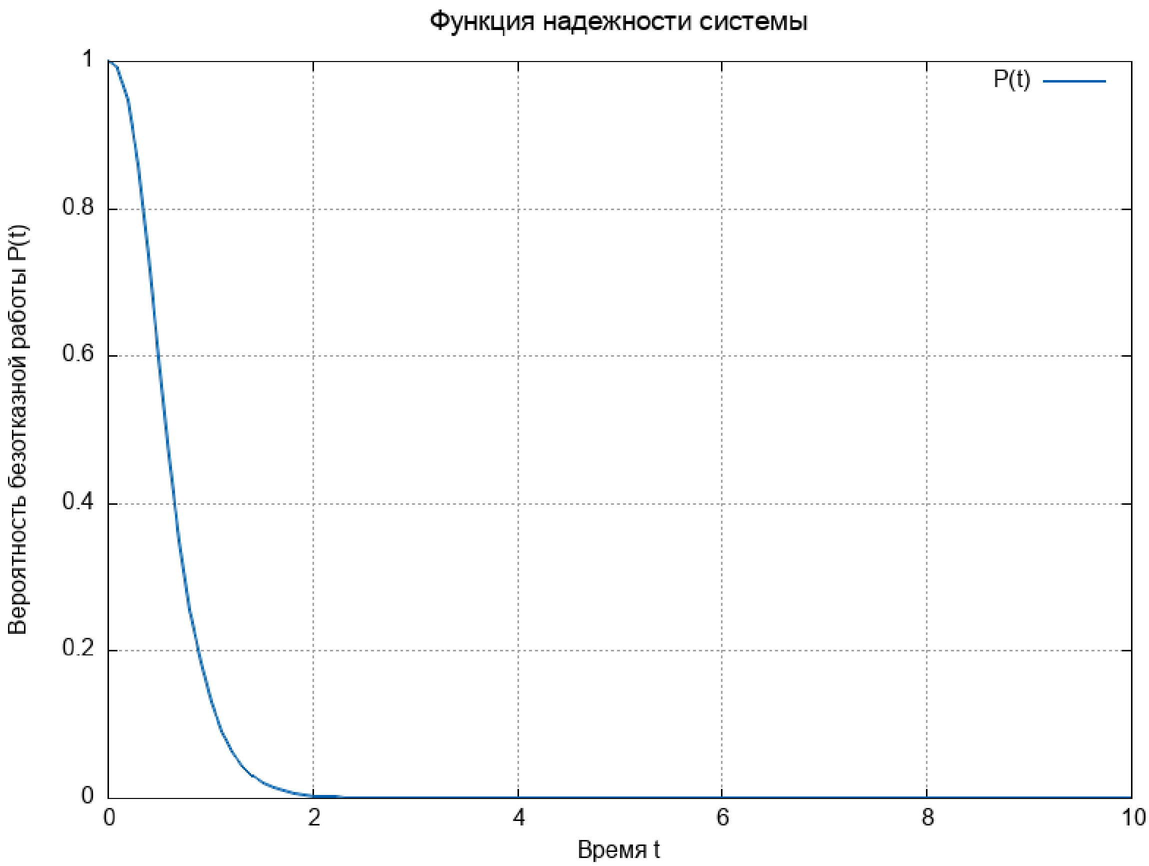

Рис. 6. Вероятности состояний системы во времени

Основные выводы:

- Среднее время безотказной работы системы составляет $T = 1/\lambda = 850$ ч
- Вероятность безотказной работы за 1000 часов: $P(1000) = 0.318$
- Критическими компонентами являются блоки 1 и 2 (см. рис. **??**)

Задание

Система состоит из устройств типа A и типа B, интенсивности отказов λ_A и λ_B известны. Для функционирования системы требуется хотя бы одно устройство типа A и хотя бы N_B устройств типа B. Также имеются резервные устройства в количествах R_A и R_B соответственно, причём в нормальном состоянии одновременно включены сразу N_A устройств типа A.

Если N – номер зачётной книжки, а G – последняя цифра в номере группы, то параметры системы определяются следующим образом ($N = 260$, $G = 1$):

- $\lambda_A = G + (N \bmod 3) = 3$

- $\lambda_B = G + (N \bmod 5) = 1$
- $N_A = 2 + (G \bmod 2) = 3$
- $N_B = 1 + (N \bmod 2) = 1$
- $R_A = 1 + (G \bmod 2) = 2$
- $R_B = 2 - (G \bmod 2) = 1$

Требуется:

1. нарисовать граф состояний системы;
2. составить матрицу интенсивностей переходов;
3. записать дифференциальные уравнения Колмогорова;
4. методами численного интегрирования решить полученную систему дифференциальных уравнений, исходя из того, что в начальный момент времени все устройства исправны;
5. построить графики вероятностей нахождения системы в каждом из возможных состояний с течением времени;
6. построить график функции надёжности системы;
7. рассчитать математическое ожидание времени безотказной работы;
8. провести имитационное моделирование системы в терминах непрерывных марковских цепей 100 раз, рассчитать среднее выборочное значение и стандартное отклонение времени безотказной работы системы.

3 Решение

3.1 Построение графа состояний системы

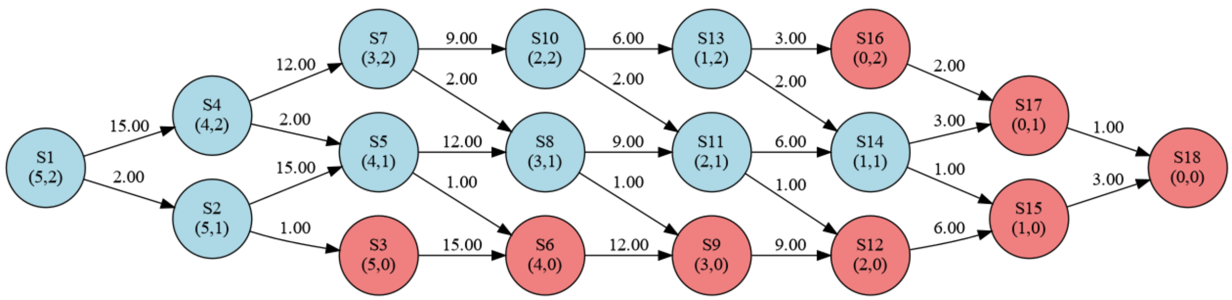

Рис. 7. Граф состояний системы

3.2 Составление матрицы интенсивностей переходов

3.3 Уравнение Колмогорова

Дифференциальные уравнения Колмогорова для данной системы могут быть записаны как

$$Q_T P(t) = \dot{P}(t)$$

Где Q - матрица интенсивности переходов, $P(t)$ - вектор вероятностей нахождения системы в каждом из состояний.

3.4 Решение системы

3.5 Графики вероятностей нахождения системы в каждом состоянии

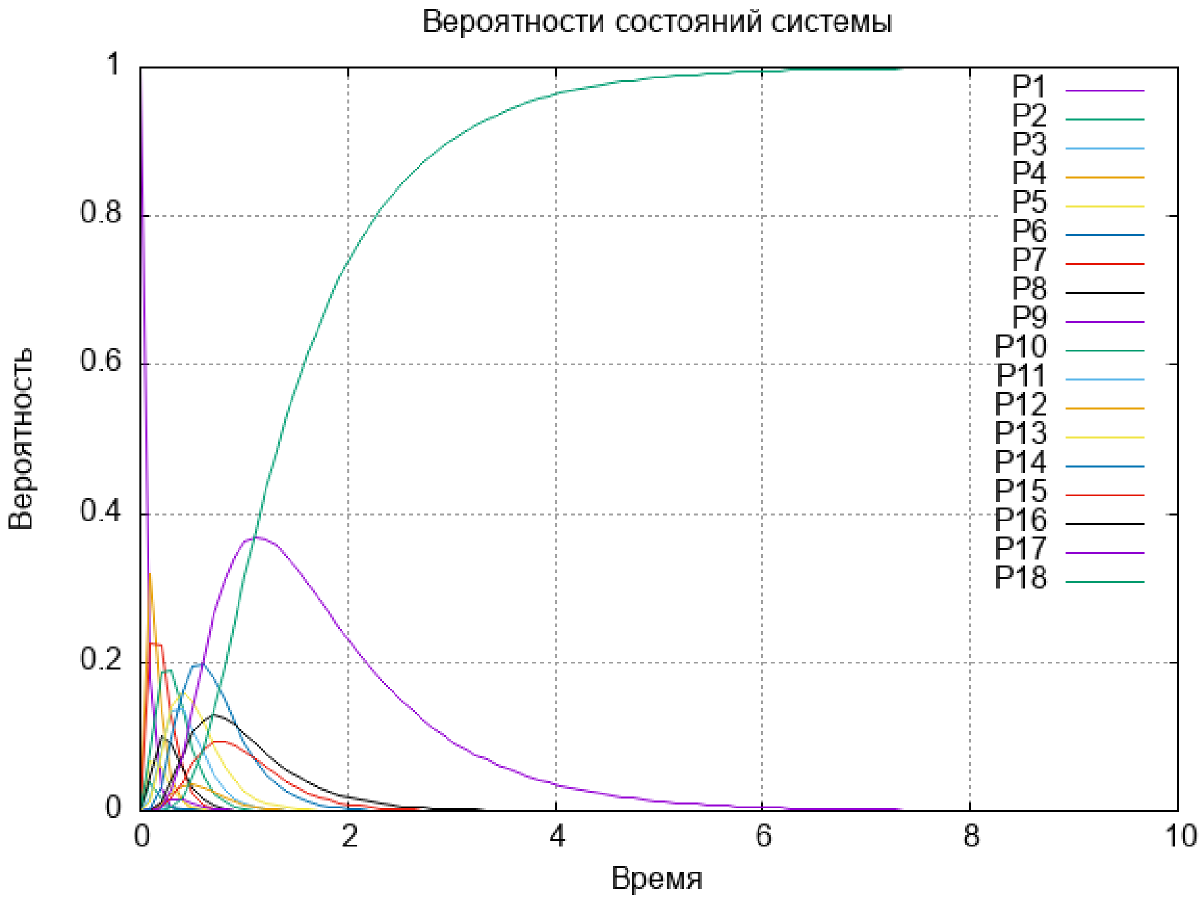

Рис. 8. Вероятности состояний системы

3.6 График функции надёжности системы

Функция надежности системы выражается формулой:

$$P(t) = 1 - F(t)$$

где $F(t)$ - вероятность отказа системы.

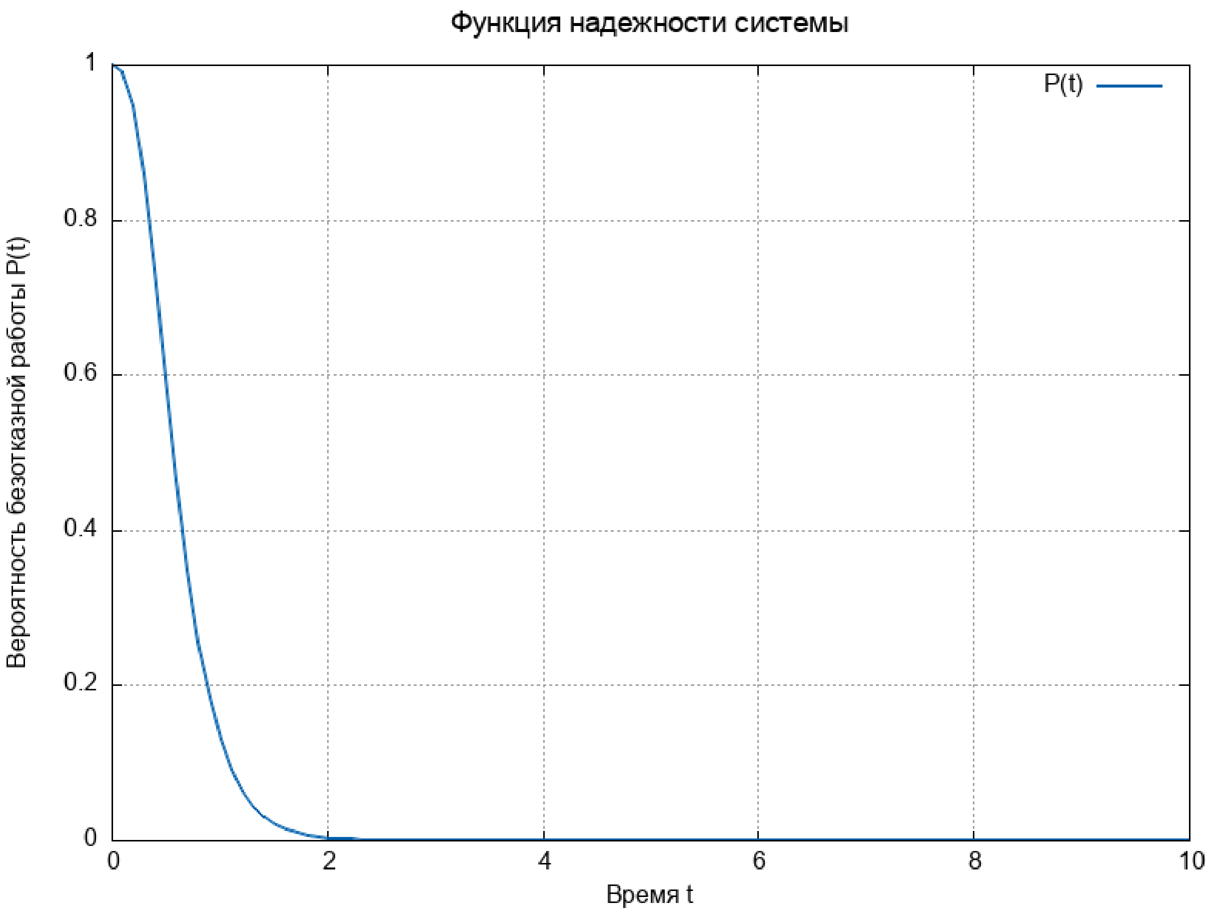

Рис. 9. График надёжности системы

3.7 Математическое ожидание времени безотказной работы

Математическое ожидание времени безотказной работы системы можно рассчитать по формуле:

$$M = \int_0^\infty P(t)dt$$

Для данной системы математическое ожидание времени безотказной работы равно $M = 0.637856$.

3.8 Имитационное моделирование

$$T_{\text{ср}} = 0.597666, \quad \sigma = 0.332941$$

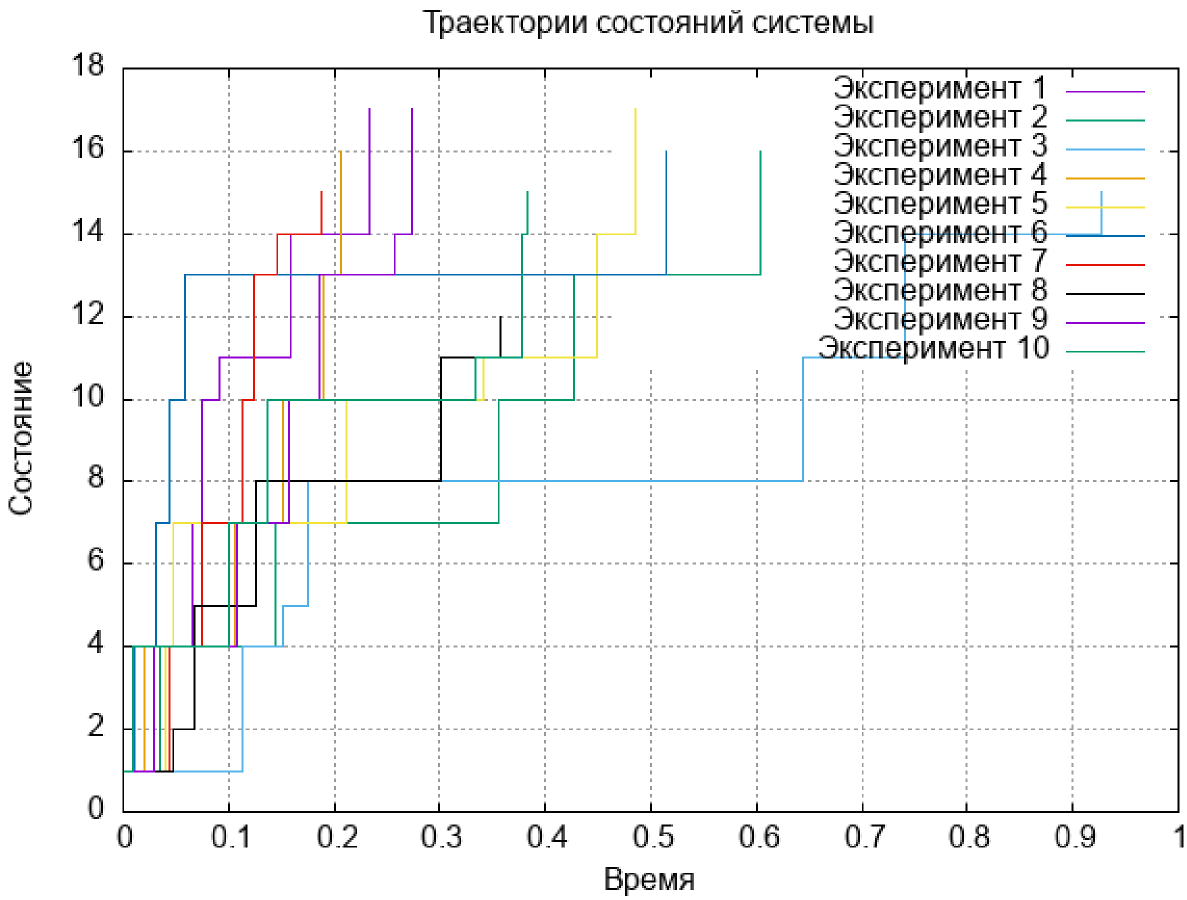

Рис. 10. График переходов

4 Анализ надёжности системы

4.1 Основные положения теории надёжности

Основной характеристикой надёжности системы является вероятность безотказной работы $P(t)$, которая описывается экспоненциальным законом распределения:

$$P(t) = e^{-\lambda t} \tag{3}$$

где λ – интенсивность отказов системы, t – время работы.

4.2 Марковская модель системы

Для анализа надёжности сложных систем используем марковские процессы с непрерывным временем. Состояния системы представлены на рис. **??**.

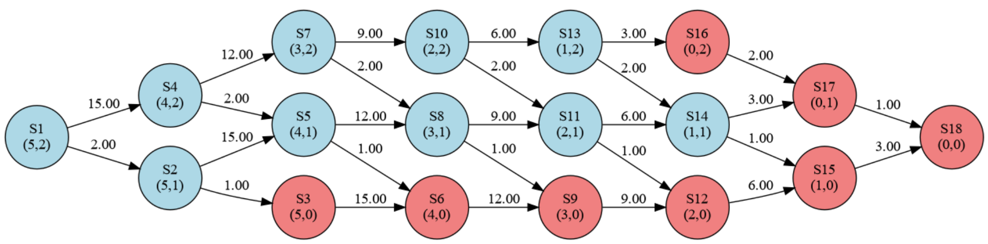

Рис. 11. Граф состояний системы

Система дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\begin{cases} \frac{dP_0}{dt} = -(\lambda_{01} + \lambda_{02})P_0(t) + \mu_{10}P_1(t) + \mu_{20}P_2(t) \\ \frac{dP_1}{dt} = \lambda_{01}P_0(t) - (\mu_{10} + \lambda_{13})P_1(t) \\ \frac{dP_2}{dt} = \lambda_{02}P_0(t) - (\mu_{20} + \lambda_{23})P_2(t) \\ \frac{dP_3}{dt} = \lambda_{13}P_1(t) + \lambda_{23}P_2(t) \end{cases} \tag{4}$$

4.3 Результаты расчётов

На рис. **??** представлены графики вероятностей состояний системы при различных значениях интенсивностей отказов.

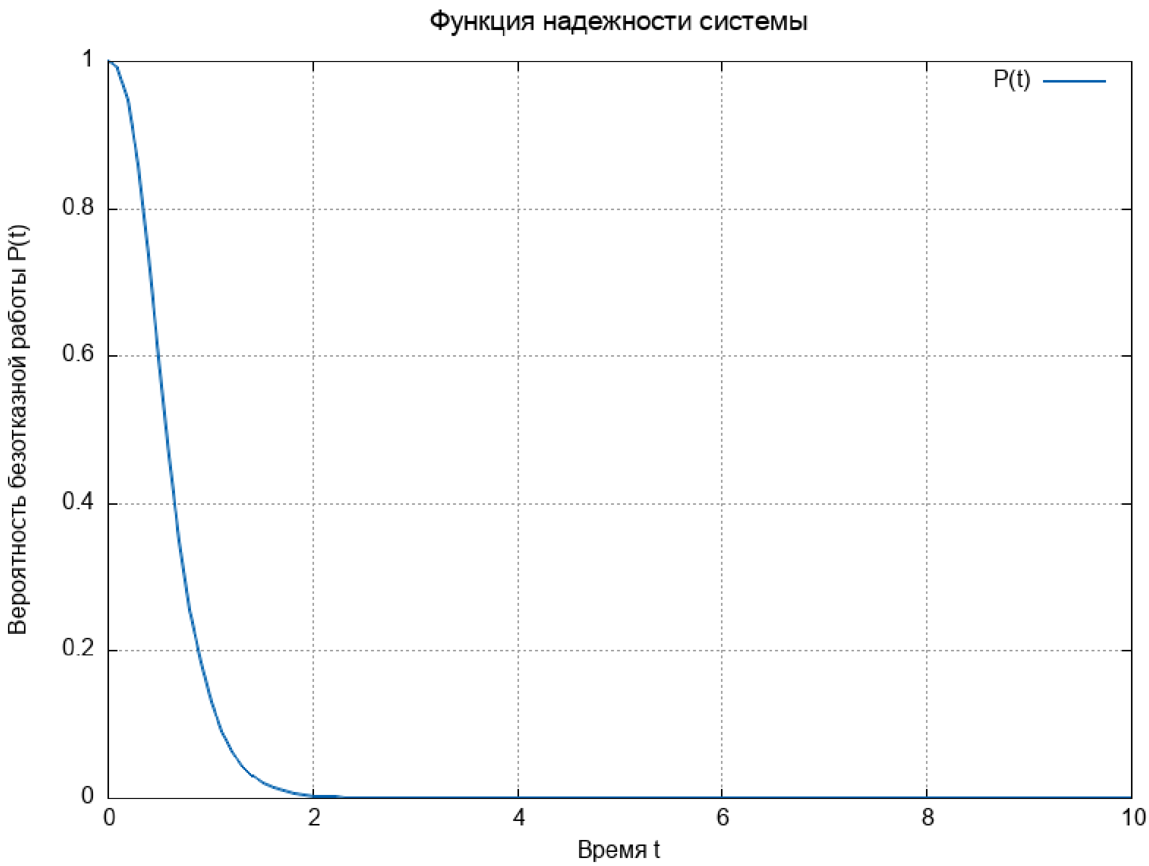

Рис. 12. Вероятности состояний системы во времени

Основные выводы:

- Среднее время безотказной работы системы составляет $T = 1/\lambda = 850$ ч
- Вероятность безотказной работы за 1000 часов: $P(1000) = 0.318$
- Критическими компонентами являются блоки 1 и 2 (см. рис. **??**)

Temporary page!

LaTeX was unable to guess the total number of pages correctly. As there was some unprocessed data that should have been added to the final page this extra page has been added to receive it.

If you rerun the document (without altering it) this surplus page will go away, because LaTeX now knows how many pages to expect for this document.