



تمرین کامپیوتری شماره ۴

ساختمان داده - بهار ۱۳۹۹

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

مسئولین تمرین : محمد هادی حجت

مهلت تحویل: ۱۳۹۹/۳/۲۷ (۸ صبح)

استاد : دکتر فتحیه فقیه

یارا کامکار

m.hadi.hojjat@gmail.com,

ykamkar99@gmail.com

مقدمه

این تمرین کامپیوتری مربوط به سرفصل های درخت و گراف درس داده شده است. در این تمرین هدف آشنایی بیشتر با مفاهیم تدریس شده و پیاده سازی ساختمان داده و الگوریتم هایی که خواندید به علاوه حل مساله با استفاده از این ابزار است.

پیش زمینه

پیشنهاد می شود قبل از انجام مسائل این تمرین کامپیوتری، با استفاده از لینک هایی که در ادامه است به مطالعه ساختمان داده های درخت جستجوی دودویی و هرم و درخت قرمز-سیاه و الگوریتم های جستجوی اول عمق^۱ و جستجوی اول سطح^۲ بپردازید. ولی لطفا خودتان سعی کنید الگوریتم ها را پیاده سازی کنید.

^۱ Depth-first Search

^۲ Breadth-first Search

مسأله اول : درخت ترکیبی

براتی به تازگی علاقه به تلفیق مفاهیم درس ساختمان داده پیدا کرده است. او که به تازگی مباحث درخت، درخت هیپ و درخت جستجوی دودویی را مطالعه کرده است می خواهد بداند می تواند درختی ترکیبی داشته باشد یا خیر.

یک آرایه شامل n زوج عدد که متناظر راس های درخت است پیدا می کند و سعی می کند جوری درخت ترکیبی را بسازد که اگر عناصر اول را در نظر بگیریم مقادیر راس ها شرط درخت جستجوی دودویی (مقدار هر راس از تمام راس های زیر درخت سمت چپش بزرگتر و از تمام راس های زیر درخت راستش کوچکتر باشد) و اگر عناصر دوم را در نظر بگیریم شرط یک min-heap (مقدار هر راس از تمام راس های زیر درختش، به جز خودش، کوچکتر باشد) را داشته باشد.

ورودی

در ابتدا n ($1 \leq n \leq 2000$) تعداد اعداد دنباله ورودی داده می شود.

در n خط بعدی دو عدد a_i, b_i ($|a_i|, |b_i| \leq 10^6$) مربوط به راس شماره i در خط i ام می آید.

تضمین می شود که در بین مجموعه اعداد اول و دوم اعداد دو به دو متمایز هستند.

خروجی

اگر نمی توان درخت ترکیبی با این اعداد ساخت خروجی NO را چاپ کنید. وگرنه ابتدا خروجی YES و در خط های بعدی در خط i ام سه عدد به ترتیب برای اندیس پدر، فرزند چپ و فرزند راست خروجی دهید. اگر هر کدام از این راس ها وجود نداشت به جای آن 0 را چاپ کنید.

توجه کنید راس ها با توجه به ترتیبی که در ورودی آمده است از 1 تا n شماره گذاری می شوند.

نمونه ورودی و خروجی

Input:

3
1 6
2 3
3 7

Output:

YES
2 0 0
0 1 3
2 0 0

مساله دوم : درخت قرمز سیاه

براتی که می‌خواهد در مبحث درخت‌ها مسلط باشد می‌خواهد پیچیده‌ترین ساختمان داده این بخش که درخت قرمز سیاه است را پیاده‌سازی کند تا دیگر خیالش راحت باشد.

شما باید سه عملگر اضافه کردن راسی با یک مقدار، حذف یک راس با مقدار مشخص شده و چاپ کردن کل درخت را پیاده‌سازی کنید.

در چاپ کردن درخت باید راس‌ها به ترتیب مشاهده شدن در پیمایش BFS درخت و همراه با رنگی که درخت قرمز سیاه به آن اختصاص می‌دهد چاپ شوند.

ورودی

در هر خط یکی از دستورهای زیر داده می‌شود:

- insert x
- delete x
- print

توجه کنید تعداد دستورات به گونه‌ای است که تنها با درخت قرمز-سیاه قابل حل در زمان مشخص شده باشد.

خروجی

در هر خط خروجی نتیجه‌ی یک دستور *print* چاپ می‌شود. برای چاپ هر رأس مقدار عدد درون آن را به همراه رنگ آن رأس در خروجی بنویسید. برای روشن‌تر شدن منظور به نمونه توجه کنید.

نمونه ورودی و خروجی

Input:

```
insert 5
insert 15
insert 25
insert 35
insert 45
insert 55
insert 65
insert 10
insert 50
print
delete 25
print
insert 47
print
insert 53
insert 52
delete 65
print
```

Output:

```
35b 15r 55r 5b 25b 45b 65b 10r 50r
35b 10r 55r 5b 15b 45b 65b 50r
35b 10r 55r 5b 15b 47b 65b 45r 50r
35b 10b 47b 5b 15b 45b 52r 50b 55b 53r
```

مسأله سوم : یک سوال خیلی ساده

براتی که تا دیروز فیلمی ندیده بود امروز ناگهان (به دلیل قرنطینه خانگی) به سینمای بین‌الملل و مخصوصاً فیلم در میان ستارگان (interstellar) علاقه‌مند شده است و تصمیم می‌گیرد که با آزمایشی در فضا n بعدی درک خود را از این فیلم افزایش دهد. این آزمایش خیلی ساده است او می‌خواهد کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه‌ی $(0, 0, \dots, 0)$ و (x, x, \dots, x) را پیدا کند که در هر مرحله می‌توان در یکی از ابعاد به یکی از دو جهت حرکت کرد (این فضا یک فضای از همه جهت بی‌نهایت است).

ورودی

در خط اول سه عدد n ($1 \leq n \leq 5$) و m ($1 \leq m \leq 3000$) و x ($-5 \leq x \leq 5$) به معنای تعداد بعد های این فضا، تعداد موانع و نقطه مقصد و در m خط بعدی هر کدام n عدد (a_1, a_2, \dots, a_n) به معنای جایگاه یکی از موانع به شما ورودی داده می‌شود ($-5 \leq a_i \leq 5$).

خروجی

یک عدد به معنای اندازه کوتاه‌ترین مسیر خواسته شده را خروجی دهید (اگر این مسیر وجود نداشت عدد -1 را خروجی دهید).

نمونه ورودی و خروجی

Input:
1 1 5
2
Output:
-1

در این مثال مسیر خطی 1 تا 10 توسط مانع خانه 2 بسته شده است و هیچ راهی برای طی کردن این مسیر نداریم.

Input:

3 9 4

0 0 1

0 1 0

1 0 0

-1 0 1

1 -1 0

0 1 -1

1 0 -1

-1 1 0

0 -1 1

Output:

16

$(0, 0, 0) \square (0, 0, -1) \square (0, 0, -2) \square (1, 0, -2) \square (1, 1, -2) \square (1, 1, -1) \square (1, 1, 0) \square (1, 1, 1) \square (1, 1, 2) \square (1, 2, 2)$
 $\square (2, 2, 2) \square (2, 2, 3) \square (2, 3, 3) \square (3, 3, 3) \square (3, 3, 4) \square (3, 4, 4) \square (4, 4, 4)$

مسأله چهارم : کرونا

براتی با وجود قرنطینه خانگی ویروس کرونا را گرفته است و چون براتی خیلی حسود است می‌خواهد این ویروس را به همه هم دانشگاهی‌هایش (n نفر) انتقال بدهد پس تصمیم می‌گیرد که همه آنها را به یک مهمانی دعوت کند. ولی قبل از این کار باید با همه آنها به اندازه کافی دوست باشد. براتی دوستی ندارد ولی مصمم است که همه را مبتلا کند و می‌داند که برای دوست شدن با هر فرد دو راه وجود دارد یکی اینکه او را تحت تاثیر قرار دهد و دوست شوند و یا یکی از دوستان مشترک‌شان را راضی کند که به هم معرفی‌شان کند تا دوست شوند. (تا او را نیز بتواند به کرونا مبتلا کند) برای تحت تاثیر قرار دادن فرد i باید مقدار a_i و برای راضی کردن یک دوست مشترک باید مقدار k خرج کند. حال او می‌خواهد محاسبه کند که حداقل چه مقدار باید خرج کند.

ورودی

در خط اول سه عدد n ($1 \leq n \leq 100000$) و m ($1 \leq m \leq 200000$) به عنوان تعداد هم دانشگاهی‌ها و تعداد دوستی‌های بین آن‌ها و k ($1 \leq k \leq 10^9$) آمده است. در خط دوم و n عدد a_1 تا a_n ورودی داده می‌شود. در هر خط از m خط بعدی دو عدد آمده است که نشان‌دهنده شماره‌ی دو نفری‌ست که با هم دوست هستند.

خروجی

حداقل مقداری که براتی باید خرج کند را خروجی دهید.

نمونه ورودی و خروجی

Input:

6 3 3

1 2 3 4 5 6

1 2

3 4

5 6

Output:

17

برای به دست آوردن کمترین مقداری که براتی باید خرج کند باید بعد از تحت تاثیر قرار دادن نفر اول، دوم، سوم و پنجم (خرج کردن مقدار $5+3+2+1$) از نفر سوم بخواهد که او را به نفر چهارم و از نفر پنجم بخواهد که او را به نفر ششم معرفی کند (خرج کردن مقدار $3+3$). با این کار براتی با همه دوست شده است و می تواند مهمانی را ترتیب دهد. ($17=3+3+5+3+2+1$).

مسأله پنجم : گراف مجموعه ها (امتیازی)

براتی از بچگی دوست داشت که به راس‌های یک گراف جهت‌دار مجموعه نسبت دهد ولی هیچ وقت این کار را نکرده بود. حالا که به دلیل قرنطینه خانگی کاری برای انجام دادن نداشت بر ترس از شکست خود غلبه کرد و این کار را شروع کرد ولی او مانند هر کس دیگری می‌داند که مجموعه نسبت دادن به هر چیزی قوانینی دارد. قانون مجموعه نسبت دادن به راس‌های گراف به این شکل است که اگر مجموعه راس v ، S_v باشد به ازای هر یال با اندیس e که از v به u می‌رود داریم $S_u = S_v \cup \{e\}$ و $e \notin S_v$

ورودی

در خط اول دو عدد n ($1 \leq n \leq 100000$) و m ($1 \leq m \leq 200000$) به معنای تعداد راس‌ها و تعداد یال‌های گراف و در m خط بعدی هر کدام برای نشان دادن یال با اندیس e دو عدد نشان‌دهنده دو سر آن یال از اولی به دومی به شما ورودی داده می‌شود.

خروجی

در یک خط اندازه مجموعه نسبت داده شده به هر راس را خروجی دهید (اگر نمی‌توان این کار را انجام داد عدد -1 را خروجی دهید).

نمونه ورودی و خروجی

Input:

5 6

1 2

1 3

2 3

1 4

1 5

4 5

Output:

-1

Input:

5 4

1 2

2 3

4 3

5 3

Output:

2 3 4 3 3

نکات تکمیلی

- هدف این تمرین یادگیری شماسست. لطفاً تمرین را خودتان انجام دهید. در صورت کشف تقلب مطابق قوانین درس با آن برخورد خواهد شد.
- استفاده از کدهای آماده برای پیاده‌سازی این مباحث (جستجو شده در اینترنت و ...)، مجاز نمی‌باشد. در صورت کشف، مانند تقلب برخورد می‌شود.
- استفاده از کتاب‌خانه‌های پایتون نیز مجاز نمی‌باشد.