



دانشگاه تهران، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر تحلیل و طراحی الگوریتم‌ها

تمرین کامپیوتری سوم

موعد تحویل: دوشنبه ۲۲ اردیبهشت ۹۸، ساعت ۲۳:۵۵

طراح: یارا کامکار

بازی کامپیوتری (Video Game)

محدودیت زمانی: ۲ ثانیه

محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

سینا و دوستانش در طول ترم دانشگاه وقتی برای بازی نداشتند و با شروع قرنطینه و اجبار به خانه‌نشینی تصمیم گرفتند حس شیرین بازی کردن را دوباره تجربه کنند ولی مشکل اینجا بود که کنسول‌های قدیمی دیگر جذابیتهایی برای بازی نداشتند و ضمناً پولی هم برای خرید کنسول جدید در بساط نبود.

سینا قبل از دانشگاه که وضع مالی بهتری داشت برای بازی کردن با دوستانش، همه خانه‌های شهر را با فیبر نوری به هم متصل کرده بود. دیروز جعفر (برادر بزرگتر سینا) به طور ناگهانی وارد اتاق سینا شد و گفت تو باید تعدادی از فیبرها را بفروشی و کنسول بازی بخری، قیمت فیبرهای نوری به دلیل قرنطینه و توقف تولید بسیاری از خطوط کارخانه‌ها، سر به آسمان گذاشته است.

سینا به او پاسخ داد که حتی اگر کنسول بازی بخرند بدون اتصال فیبرها نوری نمی‌توانند بازی کنند ولی جعفر به یادش آورد که بسیاری از متراژ فیبرهای متصل شده به صورت دوتا بیست در حالی که می‌توان تنها با یک فیبر هم ارسال و هم دریافت نمود و با اینکه هر فیبر نوری در صورت فروخته نشدن تنها در همان اتصال می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد (عملیات فیوژن فیبرهای نوری هزینه بسیار زیادی دارد) تعداد زیادی از فیبرها را می‌توان بدون صدمه زدن به اتصال خانه‌ها از شبکه خارج کرد (تا زمانی که مسیری از فیبرهای نوری با گذر از تعدادی خانه بین دو خانه وجود داشته باشد آن دو خانه در شبکه به هم متصل هستند).

ولی سوال اصلی اینجاست که چطور باید این فیبرها را شناسایی کرد. جعفر برای حل این مشکل پیشنهاد داد تا شما را استخدام کنند که با فروختن تعدادی از فیبرها، ضمن خریداری بیشترین تعداد کنسول بازی، ارتباط هیچ کدام از خانه‌ها قطع نگردد.

ورودی

در خط اول ورودی دو عدد n و c به معنای تعداد خانه‌ها و نسبت قیمت یک کنسول به یک متر فیبر است.

در n خط بعدی جدول $A (n \times n)$ می‌آید که عدد z_{ij} در ردیف i ام آن $(A_{i,j})$ متراژ فیبری است که بین خانه شماره i ام و j ام است.

خروجی

در خط اول، تعداد کنسول‌هایی که سینا و دوستانش می‌توانند بخرند را خروجی دهید.

در n خط بعدی جدول $B (n \times n)$ که عدد z_{ij} در ردیف i ام آن $(B_{i,j})$ ۱ (اگر راهی وجود نداشته باشد که با فروختن فیبر بین خانه‌ی i ام و j ام بدون از بین بردن ارتباطی بیشترین تعداد کنسول ممکن را بخریم) و یا ۰ (اگر چنین راهی وجود داشته باشد) است.

محدودیت‌ها

$$1 \leq n \leq 1000 \bullet$$

$$\bullet \quad 1 \leq c, A_{i,j} \leq 10^9$$

زیرمسئله‌ها

- $c = 1$ (۱۰۰٪) برای حل حالت کلی سؤال می‌توانید از الگوریتم LCA استفاده کنید.

ورودی و خروجی نمونه

ورودی استاندارد	خروجی استاندارد
2 1 4 5 5 7	16 1 0 0 1
4 1 40 27 89 13 24 75 33 53 56 58 99 9 88 24 48 2	692 1 1 1 0 0 1 1 1 1 1 1 0 1 0 1 1

شرح ورودی و خروجی نمونه

در مثال اول، فیبر نوری با اندازه ۵، کوتاه‌ترین فیبری است که دو خانه را به هم وصل می‌کند، پس سینا و دوستانش می‌توانند پول تهیه شده از فروش بقیه فیبرها به اندازه $7 + 6 + 4 = 17$ را صرف خرید ۵ کنسول به قیمت $3 \times 5 = 15$ متر فیبر کنند و ۲ متر فیبر هم اضافه بیاورند که نشان دهنده آن است که می‌توانستند به جای فیبر ۶ متری فیبر ۵ متری را بردارند.

بعد از فروختن فیبرها سینا به این نتیجه رسید که پول بدست آمده برای خریدن کنسول برای همه کافی نیست و باید راه دیگری برای جمع کردن پول پیدا کرد.

بنابراین دور هم جمع شدند تا راه‌حلی پیدا کنند، ثور عجیب‌ترین دوست سینا (نه فقط به دلیل اسمش، ثور همیشه با خودش یک چکش حمل می‌کرد و کسی تا به حال دلیلی برای آن پیدا نکرده بود) پیشنهاد داد کمی منتظر بمانند تا عید برسد و همه آنها عیدی‌های خود را بگیرند. این ایده، ایده خوبی بود، چون پدر ثور، اودین (اسم‌های عجیب در این خانواده فراوان است)، پادشاه کشور بود و احتمالاً عیدی خوبی به ثور می‌داد.

در حالی که سینا و دوستانش منتظر فرارسیدن عید بودند، در قسمت دیگر شهر پادشاه اودین نگران چیز دیگری بود. او نگران بود که در طول تعطیلات عید، خانواده‌ها به هشدارهای کرونا بی‌توجه باشند و به عیددینی بپردازند. او شما را استخدام کرده است تا با داشتن اطلاعات شهر (تعداد خانه‌ها و مسیر بین آنها) و اطلاعات عید دیدنی‌ها (ترتیبی عیددیدنی خانواده‌ها)، بگویید که بعد از تمام شدن هر عیددیدنی چقدر زمان از شروع عید گذشته است (می‌دانیم که بین هر دو خانه حداقل ۱ مسیر وجود دارد).

دقت کنید که هر خانواده به نحوی به خانه دوستان و فامیل خود می‌رود که در لحظه رسیدن، آنها خانه باشند و بعد از عیددیدنی حتماً به خانه خود بازگردد.

ترتیب عیددیدنی‌ها به این معناست که اگر عیددیدنی‌ای که در آن خانواده x خانواده y را می‌بیند در جایگاه i ام ترتیب قرار داشته باشد، تمام عیددیدنی‌هایی که خانواده x یا y به دیدن کسی می‌روند باید قبل از شروع این عیددیدنی تمام شود. همینطور اگر خانواده‌ای در انتظار خانواده دیگری باشد تا موقعی که مهمانشان نرفته است از خانه خارج نمی‌شوند ولی مهمان دیگر می‌پذیرند.

اگر طول مسیر بین دو خانه t باشد، t ساعت طول می‌کشد تا به خانه‌ی دیگر برسیم، k ساعت عیددیدنی طول می‌کشد و بعد دوباره t ساعت برای برگشت به خانه؛ ولی لحظه تمام شدن عیددیدنی بعد از گذشتن k ساعت است.

ورودی

خط اول ورودی دو عدد n و m به معنای تعداد خانه‌های شهر و تعداد مسیرهای بین آنها می‌باشد.
در m خط بعدی هر کدام سه عدد v و u و w می‌آید که یعنی خانه v ام به خانه u ام مسیری به طول w دارد.
در خط بعد دو عدد q و k می‌آید که به معنای تعداد عیددیدنی‌ها و طول زمانی هر عیددیدنی است.
در q خط بعدی هر کدام دو عدد a_i و b_i می‌آید که یعنی در i امین عیددیدنی در ترتیب عیددیدنی‌ها خانواده شماره a_i به دیدن خانواده شماره b_i می‌رود.

خروجی

شما باید q خط خروجی دهید، یک عدد در خط i ام به معنای اینکه عیددیدنی i ام بعد از چند ساعت از شروع عید تمام می‌شود.

محدودیت‌ها

$$2 \leq n \leq 500$$

$$\bullet \quad 1 \leq v, u, a_i, b_i \leq n$$

$$\bullet \quad 1 \leq m, q \leq 10^5$$

$$\bullet \quad 1 \leq k, w \leq 10^9$$

ورودی و خروجی نمونه

ورودی استاندارد	خروجی استاندارد
3 3 1 2 1 2 3 2 3 1 3 4 5 1 2 3 2 2 3 2 1	6 7 14 22
4 5 1 2 23 2 3 18 3 4 19 1 4 7 2 4 38 5 14 1 2 3 2 4 3 2 1 2 1	37 32 64 74 134

شرح ورودی و خروجی نمونه

در مثال اول، دو عیددیدنی اول تداخلی با هم ندارند پس خانواده ۱ و ۳ به طور همزمان به سمت خانه‌ی خانواده ۲ حرکت می‌کنند که در ساعت‌های ۱ و ۲ به آنجا می‌رسند.

خانواده ۱ بعد از گذشت ۵ ساعت در ساعت ۱۶م بعد از عید و خانواده ۳ در ساعت ۱۷م بعد از عید، خانه خانواده ۲ را ترک می‌کنند و به سمت خانه خود می‌روند.

خانواده ۲ بعد از رفتن مهمان‌هایش خود برای عیددیدنی در ساعت ۷ به سمت خانه‌ی خانواده ۲ راه می‌افتد که در ساعت ۹ همزمان با خانواده ۲ به خانه‌ی آن‌ها می‌رسد و بعد از ۵ ساعت در ساعت ۱۴ آنجا را ترک می‌کند و بعد از رسیدن به خانه خود در ساعت ۱۶ به سمت خانه‌ی خانواده ۱ حرکت می‌کند که در ساعت ۱۷ به آنجا می‌رسد و در ساعت ۲۲م بعد از عید، عیددیدنی‌ها به پایان می‌رسد.

استاندارد شریفی (Sharifi's Standard)

محدودیت زمانی: ۲ ثانیه

محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

بعد از فرا رسیدن عید، اودین بعنوان عیدی، ثور را به مسافرت خارج از کشور فرستاد و نقشه سینا دوباره خراب شد و مجموع عیدی‌های بقیه دوستانش هم به اندازه‌ای نبود که بتوان کنسولی تهیه کرد، پس سینا تصمیم گرفت که یک کار علمی بکند و از تحصیلات دانشگاهی خود استفاده کند، وقتی ایده را به جعفر گفت او خندید و با طعنه جواب داد تو نمی‌توانی هیچ پولی با سطح علمی حال حضرت بدست بیاوری، سینا خیلی عصبانی شد و گفت که یک استاندارد جدید برای اعداد اعشاری اختراع کرده که از استاندارد IEEE هم بهتر است و چون در دانشگاه شریف درس می‌خواند، می‌خواهد اسم آن را استاندارد شریفی بگذارد، جعفر ناراحت از اینکه سینا، شریفی بودن خود را به رخ او می‌کشد، پرسید: چه استانداردی؟ سینا هم برای آنکه کم نیاورد، در همان لحظه استاندارد اختراع کرد، پس گفت: هر عدد اعشاری را با n عدد نمایش می‌دهیم که نشان دهنده عددی است که با جمع زدن $n - 1$ عدد اول، تقسیم بر عدد n بدست می‌آید. جعفر با تعجب گفت ولی هر عدد اعشاری‌ای به صورت یکتا در این استاندارد قرار نمی‌گیرد، مثلاً عدد $\frac{1}{4}$ را می‌توان به شکل $(2, 0, \dots, 0, 1)$ و یا $(2, 1, 0, \dots, 0)$ نمایش داد، ولی سینا حرف او را قطع کرد و گفت این استاندارد قوانین دیگری هم دارد، مثلاً مجموع اعداد دوم تا پنجم باید بیشتر از ۲ باشد ولی مجموع اعداد چهارم تا هفتم باید کمتر از ۸ باشد و ...

پس از اینکه سینا حرفش تمام شد، جعفر با تمسخر گفت حتی یک عدد را هم نمی‌توان با این استاندارد نشان داد. اینبار سینا از کوره در رفت و به سوییچ حمله‌ور شد که اگر پدرشان به موقع نمی‌رسید خدا می‌داند چه می‌گذشت.

سینا و جعفر از آن روز با هم حرف نزدند، پدر آنها برای رفع کدورت، شما را استخدام کرده است تا به این سوال جواب بدهید: آیا عددی وجود دارد که بتوان با استاندارد شریفی آن را نشان داد؟

راهنمایی: مجموع اعداد اول تا i ام استاندارد را S_i تعریف کنید و سؤال را با مجموعه S دوباره بنویسید.

ورودی

در خط اول دو عدد n و m می‌آید که نشان‌دهنده تعداد اعداد استاندارد شریفی و تعداد قانون‌های آن است. در m خط بعدی هر کدام سه عدد به شکل $a - b < c$ یا $a - b > c$ می‌آید، که به معنی این است که مجموع اعداد a ام تا b ام استاندارد، کوچکتر یا بزرگتر از c است.

خروجی

در خط اول خروجی کلمه Yes یا No می‌آید، به معنای اینکه آیا عددی را می‌توان در استاندارد شریفی نشان داد یا نه؟ اگر جواب Yes بود در خط بعد n عدد x_1 تا x_n می‌آید که مثالی است از عددی که می‌توان نشان داد.

محدودیت‌ها

$$1 \leq a \leq b \leq n \leq 1000 \bullet$$

$$1 \leq m \leq 105 \bullet$$

$$1 \leq c \leq 10^9 \bullet$$

$$0 \leq x_i \leq 2 \times 10^9 \bullet$$

ورودی و خروجی نمونه

ورودی استاندارد	خروجی استاندارد
$3 \ 2$ $1 - 3 < 100$ $3 - 3 < 10$	Yes $13 \ 23 \ 2$
$8 \ 4$ $1 - 4 < 10$ $3 - 7 < 26$ $6 - 8 < 12$ $1 - 8 > 45$	No
$10 \ 1$ $10 \ 10 < 1$	No

شرح ورودی و خروجی نمونه

در مثال اول، عدد نشان داده شده $\frac{23+13}{2} = 18$ است که جمع a_1 تا a_3 آن از ۱۰۰ و a_3 آن از ۱۰ کوچکتر است.

در مثال سوم، تنها حالت مجموعه صفر بودن عدد دهم است که چون حاصل تقسیم هیچ عددی بر صفر، عدد نیست قابل قبول نمی باشد.

بشکن (The Snap)

محدودیت زمانی: ۲ ثانیه

محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

بعد از اینکه استاندارد شریفی به یک شکست تبدیل شد، سینا و دوستانش از بازی کردن منصرف شدند و پول فیبرها و عیدی‌ها را بین خود تقسیم کردند. بعد از آن سینا به سراغ پروژه طراحی الگوریتم خود رفت که در آن باید الگوریتم `dijkstra` را روی گرافی اجرا و کوتاه‌ترین مسیر بین راس اول و n ام را پیدا می‌کرد که ناگهان تعدادی از یال‌ها در کسری از ثانیه پودر شده‌اند. سینا، تا این صحنه را دید به دوست خود تانوس (سینا علاقه عجیبی به دوست شدن با آدم‌های عجیب داشت) زنگ زد و از او پرسید با یال‌های من چه کردی؟ تانوس گفت: "Perfectly balanced as all things should be" سینا که به دلیل قرنطینه و اتفاقات ماه اخیر خیلی خسته بود، با عصبانیت گفت که گرافش را درست کند، تانوس با یک بشکن یال‌های پودر شده را برگرداند، ولی وزن یال‌ها صفر شده بود. سینا پرسید وزنشان چی؟ تانوس گفت: جواب `dijkstra` را زیر گراف نوشته‌ام با آن، وزن یال‌ها را به دست بیاور. سینا که چاره دیگری نمی‌دید شروع به فکر کردن روی سوال جدید خود کرد، ولی سوال جدید خیلی سخت‌تر بود، پس دوباره شما را استخدام کرد تا گراف را به شکل اول برگردانید.

ورودی

در خط اول سه عدد n و m و k به معنای تعداد رئوس، تعداد یال‌های گراف و تعداد یال‌های بدون وزن گراف می‌آید و در m خط بعدی هر کدام سه عدد v و u و w که یعنی رأس v به رأس u با وزن w متصل است (اگر w صفر باشد یعنی از یال‌هایی است که پودر و برگردانده شده بودند) و در خط آخر d به معنای جواب `dijkstra` می‌آید.

خروجی

در خط اول خروجی کلمه Yes یا No می‌آید به معنای اینکه آیا جواب می‌تواند صحیح باشد یا نه. اگر جواب Yes بود در m خط بعد هر کدام سه عدد v و u و w نشان دهنده یکی از یال‌های گراف اولیه می‌آید.

محدودیت‌ها

- $1 \leq v, u \leq n \leq 10^9$
- $1 \leq m \leq 10^5$
- $0 \leq k \leq m$
- $0 \leq w \leq 10^9$ (w های نهایی نمی‌توانند ۰ باشند ولی مانند w های اولیه باید کوچکتر از 10^9 باشند).
- $1 \leq d \leq 10^{14}$

زیرمسئله‌ها

- $(33\%) 1 \leq d, k \leq 1000$
- $(27\%) 1 \leq d, k \leq 50$

ورودی و خروجی نمونه

ورودی استاندارد	خروجی استاندارد
100 1 0 1 100 10 11	No
100 3 1 1 34 8 34 67 0 67 100 3 13	Yes 1 34 8 34 67 2 67 100 3
10 13 4 1 2 1 1 3 2 1 4 0 2 5 5 3 6 3 3 7 2 4 5 0 4 6 3 5 8 2 6 8 0 7 9 4 8 10 3 9 10 0 9	Yes 1 2 1 1 3 2 1 4 2 2 5 5 3 6 3 3 7 2 4 5 4 4 6 3 5 8 2 6 8 1 7 9 4 8 10 3 9 10 3

شرح ورودی و خروجی نمونه

در مثال اول، اندازه کوتاه‌ترین مسیر ۱۰ است و وزن هیچ یالی پاک نشده است پس ممکن نیست جواب dijkstra ۱۱ شده باشد.