

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.

ПРАКТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

1. Постановка задачи

$$y' = f(x, y) \quad (1)$$

$$y(x_0) = y_0 \quad (2)$$

На отрезке $[a, b] = [x_0, x_m]$ найти решение дифференциального уравнения (1), удовлетворяющее начальному условию (2).

Ищется приближенное решение в виде некоторой таблицы значений искомой функции $y(x)$ в заданных точках x_i ($i = 0, 1, 2, \dots$).

Совокупность таких точек называется *сеткой* на отрезке $[x_0, x_m]$, а сами точки x_i – узлами сетки.

2. Метод Эйлера

$$y_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i), \quad (i = 0, 1, \dots, m-1) \quad (3)$$

3. Формулы Рунге-Кутты 4 порядка

$$\begin{aligned} y_{i+1} &= y_i + \frac{1}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \\ K_1 &= hf(x_i, y_i) \\ K_2 &= hf\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}K_1\right) \\ K_3 &= hf\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}K_2\right) \\ K_4 &= hf(x_i + h, y_i + K_3), \quad (i = 0, 1, \dots, m-1) \end{aligned} \quad (4)$$

4. Задание

$$\begin{cases} y' + 2xy = xe^{-x^2} \\ y(0) = 1 \end{cases}, \quad \text{отрезок } [0, 1], \quad \text{шаг } h = 0,05 \quad (5)$$

а) осуществить программную реализацию алгоритма поиска решения уравнения (5) методом Эйлера и методом Рунге-Кутты 4 порядка;

б) аналитическим путем найти кривую $y(x)$, проходящую через точку (x_0, y_0) , вычислить $y(b)$;

в) оценить точность методов, найдя погрешность $\varepsilon = |y_{\text{пр}}(b) - y(b)|$;

г) построить график функции $y(x)$ и графики приближенных решений.