

## Задачи для решения по пройденным темам.

### Порядок действий:

1) По функциям  $f$  и  $g$ , заданным векторно, построить векторное представление  $h$  :

$*h = (h_1, h_2, h_3, \dots, h_8)$ , где  $h_i \in \{0,1\}$ .

Определить тип переменных, найти номер набора  $h$ , выполнить разложение функции по переменной

1.  $f = (0001), g = (1101), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_2, g(x_1, x_3)) \vee g(x_2, x_3)$
2.  $f = (0111), g = (1101), h(x_1, x_2, x_3) = f(g(x_1, x_2), x_1) \& g(x_1, x_3)$
3.  $f = (1001), g = (1101), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_1, x_2) \oplus g(f(x_1, x_1), x_3)$
4.  $f = (0110), g = (1101), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_1, x_3) \sim g(x_2, f(x_1, x_1))$
5.  $f = (1110), g = (1101), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_1, f(x_1, x_1)) \rightarrow g(x_2, x_3)$
6.  $f = (1000), g = (1101), h(x_1, x_2, x_3) = f(f(x_2, x_2), x_1) \downarrow g(x_2, x_3)$
7.  $f = (1011), g = (1101), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_1, x_3) \mid g(g(x_2, x_3), x_3)$
8.  $f = (0010), g = (1101), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_3, x_1) \vee g(x_2, g(x_3, x_3))$
9.  $f = (0100), g = (1101), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_3, g(x_2, x_1)) \& g(x_2, x_2)$
10.  $f = (0001), g = (0100), h(x_1, x_2, x_3) = f(g(x_2, x_3), x_1) \oplus g(x_1, x_2)$
11.  $f = (0111), g = (0100), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_3, x_1) \rightarrow g(f(x_2, x_3), x_1)$
12.  $f = (1001), g = (0100), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_2, f(x_3, x_2)) \downarrow g(x_1, x_3)$
13.  $f = (0110), g = (0100), h(x_1, x_2, x_3) = f(f(x_1, x_3), x_3) \mid g(x_3, x_2)$
14.  $f = (1000), g = (0100), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_2, x_1) \vee g(g(x_1, x_1), x_3)$
15.  $f = (0010), g = (0100), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_3, x_3) \& g(x_3, g(x_1, x_2))$
16.  $f = (1110), g = (0100), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_1, g(x_3, x_2)) \oplus g(x_3, x_1)$

2) Используя основные эквивалентности, доказать эквивалентность формул.

\*путем преобразований

1.  $\Phi = \overline{(x_3 \mid x_2)} \mid ((x_3 \downarrow x_1) \vee \overline{x_3}), \Psi = (x_1 \downarrow (x_2 \rightarrow x_1)) \rightarrow (x_2 \vee x_3)$
2.  $\Phi = x_3 \mid ((x_1 \oplus x_2) \sim x_2), \Psi = \overline{(x_2 \downarrow x_3)} \mid ((x_1 \sim x_3) \downarrow x_1)$
3.  $\Phi = x_2 x_3 (\overline{(x_3 \mid (x_3 \downarrow x_2))} \vee (x_2 \sim (x_3 \oplus x_1))), \Psi = (x_2 \mid x_3) \downarrow (x_1 x_3)$
4.  $\Phi = (x_2 \mid x_1) \sim (x_3 \oplus x_1) \sim (x_1 \vee x_3), \Psi = \overline{x_1} \vee (x_2 \sim x_3)$
5.  $\Phi = (x_3 \sim (x_2 x_3)) \oplus ((x_2 \vee x_1) x_1), \Psi = x_1 \oplus (x_3 \rightarrow x_2)$
6.  $\Phi = ((x_1 \oplus x_2) \mid (x_2 \vee x_1)) \sim (x_3 \mid x_2), \Psi = x_1 \oplus (x_2 \rightarrow x_3)$
7.  $\Phi = ((x_3 \sim x_1) \mid x_1) \downarrow (x_3 \mid x_2), \Psi = x_1 (x_2 x_3 \vee (x_1 \downarrow x_2))$
8.  $\Phi = (x_3 \vee (x_2 \sim x_1)) \rightarrow (\overline{x_3} \rightarrow x_1), \Psi = \overline{((x_2 \sim x_3) \downarrow (x_2 \vee x_1))}$
9.  $\Phi = (x_1 x_3) \rightarrow ((x_1 \oplus x_2) \vee x_2 \vee x_1), \Psi = (\overline{x_1} \downarrow (x_1 \vee x_3)) \mid (x_1 \vee x_2 x_3)$
10.  $\Phi = (x_1 (x_3 \sim x_1)) \downarrow (\overline{x_1} \vee (x_2 \mid x_1)), \Psi = \overline{((x_1 x_1 x_2) \rightarrow (x_3 x_1))}$
11.  $\Phi = (x_2 (x_3 \rightarrow x_2)) \downarrow ((x_1 \rightarrow x_2) \vee x_3), \Psi = \overline{\overline{x_3} (x_1 \mid (x_3 \sim x_2))}$
12.  $\Phi = (x_2 \rightarrow x_1) \mid (x_3 \vee x_1 \vee (x_1 \mid x_2)), \Psi = x_1 \oplus (x_1 \vee (x_1 \oplus x_2))$
13.  $\Phi = ((x_2 \oplus x_3) \mid (x_1 \sim x_2)) x_3 x_1, \Psi = ((x_2 \downarrow x_1) \vee (x_1 \sim x_3)) x_1$
14.  $\Phi = ((x_1 \rightarrow x_2) \mid x_1) (x_3 \vee (x_3 \mid x_2)), \Psi = x_1 \rightarrow ((x_2 \vee x_3) \rightarrow \overline{x_2})$
15.  $\Phi = ((x_2 \oplus x_3) (x_3 \mid x_1)) \mid (\overline{x_3} \oplus (x_3 \mid x_2)), \Psi = (x_1 \oplus x_3) \mid (x_1 \downarrow x_2)$
16.  $\Phi = ((x_3 \vee x_1) \sim (x_3 \oplus x_2)) \vee (x_3 \mid \overline{x_2}), \Psi = x_3 \vee \overline{(x_2 \mid x_3)} \vee (x_1 \mid x_3)$

3) Эквивалентными преобразованиями привести формулу к ДНФ. Из полученной ДНФ получить СДНФ. Рассмотреть Сокр.ДНФ, МДНФ (метод Куайна-Мак-Класки, карты Карно, таблицы покрытия (таблицы Куайна)).

- |   |   |
|---|---|
| 1. $(x_2 \vee x_1) \mid \overline{(x_3 \sim \bar{x}_1)}$                    | 10. $\overline{((x_2 \rightarrow \bar{x}_1)x_3)} \mid \bar{x}_2$  |
| 2. $(x_1 \mid x_2) \downarrow (x_3 \mid x_1)$                               | 11. $\overline{(x_3 \mid x_2)} \vee x_1 \downarrow x_3$           |
| 3. $\overline{(((x_2x_1) \vee \bar{x}_3) \rightarrow \bar{x}_3)}$           | 12. $\overline{((x_1 \vee x_2) \sim x_3)} \downarrow x_1$         |
| 4. $\overline{(((x_1x_2) \rightarrow x_3) \vee \bar{x}_2)}$                 | 13. $(x_1 \vee (x_3x_2)) \oplus x_2$                              |
| 5. $\overline{((x_2 \vee x_3)x_1) \sim (x_1 \vee x_2)}$                     | 14. $(x_3 \mid x_2) \sim (x_1 \vee x_2)$                          |
| 6. $\overline{((x_3 \rightarrow x_1) \downarrow \bar{x}_2)} \mid \bar{x}_1$ | 15. $(x_1 \rightarrow x_3) \downarrow (x_2 \rightarrow (x_1x_3))$ |
| 7. $\overline{x_2 \sim x_3} \rightarrow (x_1 \vee x_2)$                     | 16. $(x_3 \oplus x_2) \rightarrow (x_1 \mid x_3)$                 |
| 8. $\overline{((x_2 \mid x_3) \downarrow x_3) \downarrow x_1}$              |   |
| 9. $x_2 \rightarrow x_3 \mid \overline{x_1 \sim x_1}$                       |   |

4) Построить полином Жегалкина, используя эквивалентные преобразования. Проверить результат методом неопределенных коэффициентов и треугольником Паскаля.

- |   |  |
|---|--|
| 1. $x_1 \rightarrow ((x_2 \vee x_3) \downarrow x_1)$                | 10. $\overline{x_1 \sim (x_2 \downarrow (x_1 \mid x_3))}$              |
| 2. $(x_1 \downarrow (x_2 \sim x_3)) \rightarrow x_2$                | 11. $(x_1 \rightarrow x_2) \sim (x_1 \mid x_3)$                        |
| 3. $x_1 \sim ((x_2 \sim x_3) \rightarrow x_3)$                      | 12. $x_1 \rightarrow (x_1 \rightarrow \overline{x_2 \rightarrow x_3})$ |
| 4. $\overline{(\bar{x}_1\bar{x}_2 \rightarrow x_3)} \oplus x_1$     | 13. $x_1x_2 \downarrow (x_3 \oplus x_1)$                               |
| 5. $\overline{x_1 \downarrow (x_1 \sim x_2)} \rightarrow x_3$       | 14. $x_1(x_2 \sim x_1) \downarrow x_3$                                 |
| 6. $(x_1 \mid (x_2 \vee x_3)) \oplus x_1$                           | 15. $(x_1 \sim \overline{x_2 \vee x_3}) \vee x_2$                      |
| 7. $(x_1 \oplus x_2) \vee (x_1 \downarrow x_3)$                     | 16. $\overline{x_1 \rightarrow x_2} \vee x_2x_3$                       |
| 8. $\overline{x_1 \downarrow x_2} \downarrow (x_3 \rightarrow x_1)$ |  |
| 9. $\overline{(x_1 \sim x_2)} \downarrow x_3x_1$                    |  |

5) Проверить на полноту системы функций  $A$ . Применить леммы о немонотонной функции, о нелинейной функции, о несамодвойственной функции.

\*решить 2 примера

1.  $A = \{0, xy, x(\overline{y \mid z})\}$
2.  $A = \{\overline{x}, x \oplus y, x \sim y \sim z\}$
3.  $A = \{1, x \oplus y, x \vee y \vee z\}$
4.  $A = \{0, xy, x \oplus y \oplus z\}$
5.  $A = \{\overline{x}, x \oplus y, (x \rightarrow y) \rightarrow z\}$
6.  $A = \{1, x \sim y, xyz\}$
7.  $A = \{0, x \vee y, x \sim y \sim z\}$
8.  $A = \{\overline{x}, x \sim y, x \rightarrow (y \rightarrow z)\}$
9.  $A = \{1, xy, x \vee y \vee z\}$
10.  $A = \{0, xy, (x \rightarrow y) \rightarrow z\}$
11.  $A = \{x, x \rightarrow y, x \vee y \vee z\}$
12.  $A = \{1, x \oplus y, xy \rightarrow z\}$
13.  $A = \{0, x \sim y, (x \rightarrow y) \oplus z\}$
14.  $A = \{x, x \rightarrow y, (x \oplus y) \vee z\}$
15.  $A = \{1, x \vee y, x(y \sim z)\}$
16.  $A = \{0, xy, x \rightarrow \overline{yz}\}$

1.  $A = \{(0001), (01011100), (00101111)\}$
2.  $A = \{(0111), (00001111), (10010111)\}$
3.  $A = \{(1001), (10010101), (11001011)\}$
4.  $A = \{(0110), (11001011), (11100011)\}$
5.  $A = \{(1101), (11000111), (11110001)\}$
6.  $A = \{(1011), (11000011), (01010111)\}$
7.  $A = \{(0010), (11110000), (10101011)\}$
8.  $A = \{(0100), (11110110), (11010101)\}$
9.  $A = \{(0001), (11110101), (11101010)\}$
10.  $A = \{(0111), (11110010), (01110101)\}$
11.  $A = \{(1001), (11110001), (10111010)\}$
12.  $A = \{(0110), (00111111), (01101001)\}$
13.  $A = \{(1101), (10011111), (10010110)\}$
14.  $A = \{(1011), (00110111), (00011110)\}$
15.  $A = \{(0010), (01010101), (11010010)\}$
16.  $A = \{(0100), (11100011), (10101011)\}$