Universidad Nacional de Ingeniería
Escuela Profesional de Matemática
Ciclo 2021-2

[Introducción a las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias - CM2G2]
[Prof: Los Profesores] UNI, 19 de octubre de 2021

Práctica Calificada 3

1. Dada la función $f(t) = t^p$, para $p > -1$. Demuestre que

   a) $\mathcal{L}(f)(s) = \dfrac{\Gamma(p+1)}{s^{p+1}}$, $s > 0$. [1ptos]

   b) Sea p un entero n en la parte (a). Entonces $\mathcal{L}(f)(s) = \dfrac{n!}{s^{n+1}}$, $s > 0$. [1ptos]

   c) En el caso que $p = -1/2$. Se tiene que $\mathcal{L}(f)(s) = \sqrt{\dfrac{\pi}{s}}$, $s > 0$. [1ptos]

   d) En el caso que $p = 1/2$. Se tiene que $\mathcal{L}(f)(s) = \dfrac{\sqrt{\pi}}{2s^{3/2}}$, $s > 0$. [1ptos]

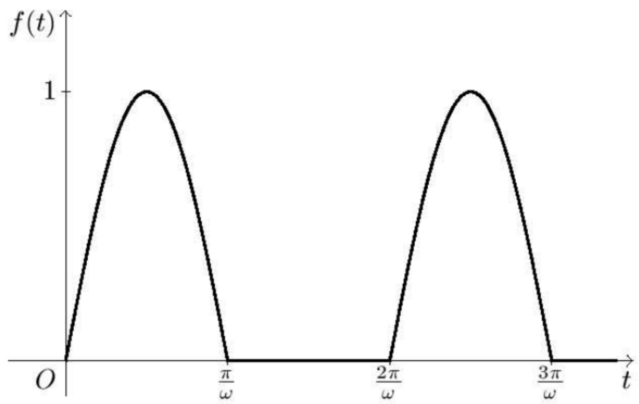
   e) Halle la transformada de Laplace de $g(t) = \dfrac{e^{3t}}{\sqrt{t}}$. [1ptos]

2. Halle la transformada de Laplace de $f(t) = 2te^{t^2}\cos(e^{t^2})$. Demuestre que no es de orden exponencial. [5ptos]

3. Hallar la transformada de Laplace de la función periódica con periodo $T = 2\pi/\omega$:

$$f(t) = \begin{cases} \sin \omega t, & \frac{2n\pi}{\omega} < t < \frac{(2n+1)\pi}{\omega} \\ 0, & \frac{(2n+1)\pi}{\omega} < t < \frac{(2n+2)\pi}{\omega}, \end{cases} \qquad n = 0, 1, 2, \cdots$$

[5ptos]



4. Resuelva el siguiente sistema EDO por medio de la transformada de Laplace.

$$x' + y' + x + y = 1,$$
$$x' + y = e^t,$$
$$x(0) = -1 \ , \ y(0) = 2.$$

[5ptos]