



Universidad Nacional de Ingeniería
Escuela Profesional de Matemática
Ciclo 2021-1

[Introducción a las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias - CM2G2]
[Los profesores]

UNI, 20 de julio de 2021

Sexta Práctica Dirigida

1. Discuta la naturaleza de las soluciones de la ecuación de Legendre

$$(1 - t^2)x'' - 2tx' + p(p+1)x = 0,$$

en torno al punto regular $t = 0$ y en torno a los puntos singular regulares $t = 1$ y $t = -1$.

2. Discutir la solución de la ecuación de Bessel

$$t^2x'' + tx' + (t^2 - p^2)x = 0, \quad p \geq 0,$$

en torno al punto singular regular $t = 0$.

3. Discuta la naturaleza de las soluciones de la ecuación

$$2x(1+x)y'' + (3+x)y' - xy = 0,$$

en torno a sus puntos singulares.

4. Hallar la solución en torno a $t = 0$ de la ecuación de Bessel de orden cero, $p = 0$:

$$t^2x'' + tx' + t^2x = 0.$$

5. Hallar la solución en torno a $t = 0$ de la ecuación de Bessel de medio orden, $p = 1/2$:

$$t^2x'' + tx' + (t^2 - 1/4)x = 0.$$

6. Hallar la solución en torno a $t = 0$ de la ecuación de Bessel de orden uno, $p = 1$:

$$t^2x'' + tx' + (t^2 - 1)x = 0.$$

7. Resuelva la ecuación diferencial de Legendre en torno al punto regular (ordinario) $t = 0$

$$(1 - t^2)x'' - 2tx' + n(n+1)x = 0, \quad n \in \mathbb{R}, \quad x \in (-1, 1).$$

8. Resuelva la ecuación diferencial de Laguerre en torno al punto singular regular $t = 0$

$$tx'' + (1 - t)x' + nx = 0, \quad n \in \mathbb{R}, \quad x \in [0, \infty).$$

9. Resuelva la ecuación de Hermite en torno al punto regular $t = 0$

$$x'' - 2tx' + 2nx = 0, \quad n \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

10. Mostrar que las soluciones polinomiales de Legendre, Laguerre y Hermite son ortogonales y, por lo tanto, pueden usarse para formar una serie de Fourier.

11. Hallar la relación de recurrencia, la función generatriz y la Fórmula de rodriguez correspondiente a las soluciones polinomiales de Legendre, Laguerre y Hermite.

12. Halle la relación de recurrencia, la función generatriz y la Fórmula de rodriguez correspondiente a las soluciones polinomiales de la ecuación de Chebyshev:

$$(1 - t^2)x'' - tx' + \alpha^2x = 0,$$

correspondiente a los puntos singulares ± 1 y el punto regular 0 .