Universidad Nacional de Ingeniería

Facultad de Ciencias

Escuela Profesional de Matemática

INTRODUCCIÓN A ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS CM-2G2

CICLO 2021-2

REPASO _EXAMEN FINAL

Pregunta 1.-

Considere la ecuación diferencial

$$2xy'' - (3+2x)y\prime + y = 0$$

a) comprobar que $x_0 = 0$ es un punto singular regular

b) Determine las raíces del polinomio indicial y comprobar que la diferencia de sus raíces no es un número entero

Pregunta 2

Considere la ecuación diferencial

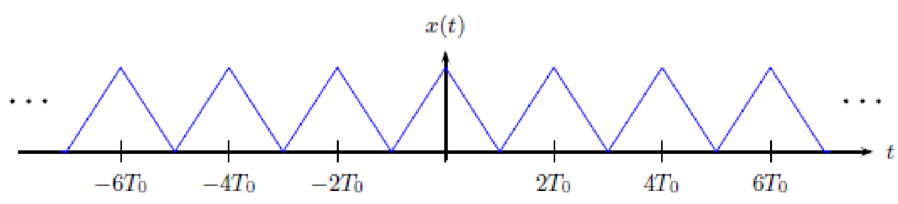
$$x^2y'' + x(x-3)y\prime + 3y = 0$$

a) Demuestre que $m = 1$, $m = 3$ son dos raíces de la ecuación indicial

b) Encuentre una solución en serie de potencias de la forma $y_1(x) = x^3 \sum_{n\geq 0} a_n x^n, \quad a_0 = 1$

c) Compruebe que también se puede expresar $y_1(x) = x^3 e^{-x}$.

Pregunta 3.- Considere la siguiente función



Encuentre su representación en serie de fourier.

Pregunta 4

Sea $x(t) = e^{-\pi t^2}$ determine su transformada de Fourier

Fecha: Lima, 13 de Diciembre del 2021

Pregunta 5.-Demostrar que la ecuación

$x^2y''+xy'+(4x^2-\frac{1}{9})y=0$ Tiene como solución a

$y(x)=C_1J_{1/3}(x)+C_2J_{-1/3}(2x)$ *donde* $J,$ es la función de Bessel de orden 1/3

Pregunta 6.-

Sea $c_n \geq c_{n+1} > 0,\ c_n < \frac{A}{n}$. Demuestra que

$$\sum_{k=1}^{n} c_k \operatorname{sen}(kx) \leq K.$$

Deduce que $f \in \mathcal{L}^1(\mathbb{T})$, donde

$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \operatorname{sen}(kx)$$

y calcula su serie de Fourier.

Pregunta 7

Halla transformada seno de $\frac{x}{1+x^2+x^4}$ y transformada coseno de $\frac{1}{(x^2+y^2)^2}$.

Pregunta 8

Dado $a > 0$, sea $f_a(x) = \frac{a}{\pi(x^2+a^2)}$. Usar la transformada de Fourier para demostrar que $f_a * f_b = f_{a+b}$.

Fecha: Lima, 13 de Diciembre del 2021