Universidad Nacional de Ingeniería
Escuela Profesional de Matemática
Ciclo 2021-2

[Introducción a las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias - CM2G2]
[Los profesores] UNI, 22 de noviembre de 2021

Quinta Práctica Dirigida

1. Analice si el punto $x = 0$ es un punto ordinario de las siguientes ecuaciones:
   a) $xy'' + (\sin x)y' + x^2y = 0$.
   b) $y'' + x^2y' + \sqrt{x}y = 0$.

2. Encontrar la solución de
$$2y'' + x^2y' + \sqrt{x}y = 0,$$
en forma de serie de potencias en torno al punto ordinario $x = 0$.

3. Encontrar la solución de
$$2y'' + xy' + y = 0,$$
en forma de serie de potencias en torno al punto ordinario $x = 0$.

4. Analice la singularidad en los puntos $x = 0$ y $x = -1$ de la ecuación diferencial
$$x^2(x+1)^2y'' + (x^2 - 1)y' + 2y = 0.$$

5. Encontrar la solución de
$$3xy'' + y' - y = 0,$$
en forma de serie de potencias en torno al punto singular regular $x = 0$.

6. Resuelva la EDO $2xy'' + (1 + x)y' + y = 0$ por el método de Frobenius.

7. Resuelva la EDO $xy'' + (x - 6)y' - 3y = 0$ por el método de Frobenius.

8. Encontrar la solución general de la ecuación $y'' - xy' + 2y = 0$ en una vecindad del punto $x_0 = 0$.

9. Determinar la solución general por series de potencias en torno al punto ordinario $x = 0$ de la siguiente ecuación diferencial
$$xy'' + (\sin x)y = 0.$$

10. Halle la solución general por serie de potencias de la siguiente EDO en el intervalo $(0, +\infty)$
$$2xy'' + 5y' + xy = 0\,,$$
demuestre que las raíces del polinomio indicial no defieren en un entero. (Sug. Halle dos soluciones en serie linealmente independientes por el método de Frobenius alrededor del punto singular regular $x_0 = 0$)

11. a) Sea $f(x) = x + x^3$ para $x \in [0, \pi]$. ¿Cuáles coeficientes de la serie de Fourier de f son cero? ¿Cúales son no nulos? ¿Por qué?
    b) Sea $g(x) = \cos(x^5) + \sin(x^2)$. ¿Cuáles coeficientes de la serie de Fourier de g son cero? ¿Cúales son no nulos? ¿Por qué?

12. Suponga que $f(x)$ es definida para $x \in [0,7]$, y $f(x) = 2e^{-4x}$. Otra función, $F(x)$, dada por

$$F(x) = \sum_{n \geq 0} a_n \cos(\pi n x/7), \quad a_n = \frac{2}{7} \int_0^7 2e^{-4x} \cos(\pi n x/7)\, dx.$$

Hallar $F(3)$ y $F(-2)$.

13. Encontrar la serie de Fourier para la función

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \leq x \leq -\pi/2 \\ 0, & -\pi/2 < x \leq \pi/2 \\ 1, & \pi/2 < x \leq \pi, \end{cases}$$

definida sobre el intervalo $[-\pi, \pi]$.

14. Escriba la representación en serie de Fourier de la función periódica $f(t)$ si en un período $f(t) = t$, $-\pi < t < \pi$