



Universidad Nacional de Ingeniería
Escuela Profesional de Matemática
Ciclo 2021-2

[Introducción a las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias - CM2G2]

[Prof: Los Profesores]

UNI, 21 de septiembre de 2021

Práctica Calificada 1

1. Sea el problema de valor inicial (PVI) [5ptos]

$$x' = f(t, x), \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

sea $D = \{(t, x) : t \in [a, b], |x - x_0| \leq M\}$ ó $D = \{(t, x) : t \in [a, b], |x| < \infty\}$, $f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ continua y $(t_0, x_0) \in D$. Si f satisface una condición Lipschitz sobre D , es decir

$$\exists L \geq 0 \text{ t.q. } |f(t, u) - f(t, v)| \leq L|u - v| \quad \forall (t, u), (t, v) \in D. \quad (2)$$

Entonces (1) tiene una única solución $x = x(t)$ sobre algún intervalo que contenga a t_0 . Probar

- a) Si $\frac{\partial f}{\partial x}$ existe, es continua sobre D y

$$\exists K \geq 0 \text{ t.q. } \left| \frac{\partial f}{\partial x}(t, x) \right| \leq K \quad \forall (t, x) \in D,$$

entonces f satisface (2).

2. Diga el valor de verdad de las siguientes proposiciones y justifique.

- a) La EDO $xy''' + 2xy(y'')^2 + 3xy = 5x^3$ es no lineal, su orden es mayor que su grado y su término fuente es $5x^3$. Considere y variable dependiente. [1ptos]
- b) No existe una EDO donde alguna isoclina sea solución de ella. [2ptos]
- c) La función $f(t, x) = t + \arctan x$ satisface una condición de Lipschitz. [2ptos]

3. Un tanque contiene 200 L de salmuera con 10 kg de sal. Ahora entra agua pura al tanque a razón de 5 L/min, y la mezcla bien agitada sale de éste a la misma velocidad. Determine la cantidad de la sal en el tanque después de 30 min. ¿Cuánto tardará la cantidad de sal en el tanque para ser 1 kg? [5ptos]

4. Halle la solución general de la siguiente EDO no lineal de primer orden [5ptos]

$$y' = 3(x - y) - (x - y)^2 + 1,$$

con solución particular $y_1 = x$.