



Universidad Nacional de Ingeniería  
Escuela Profesional de Matemática  
Ciclo 2021-1

[Introducción a las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias - CM2G2]  
[Prof: Los Profesores]

UNI, 15 de junio de 2021

Práctica Calificada 4

1. Use la transformada de Laplace para resolver el problema:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + y = t^2 + 1; \quad y(\pi) = \pi^2, \quad \frac{dy}{dt}(\pi) = 2\pi.$$

[Sugerencia: hacer primero la sustitución de  $x = t - \pi$ .]

[5ptos]

2. Use la transformada de Laplace para resolver el problema:

$$\frac{d^2y}{dt^2} - y = -10 \sin 2t; \quad y(\pi) = -1, \quad \frac{dy}{dt}(\pi) = 0.$$

[5ptos]

3. a) Encuentre la función de Green para el problema de valor de frontera

$$\begin{cases} y'' + y = h \\ y(0) = y(\pi/2) = 0, \end{cases}$$

donde  $h \in C[0, \pi/2]$ .

[2.5ptos]

- b) Use el resultado en a) para encontrar la solución de

$$\begin{cases} y'' + y = x \\ y(0) = 0, \quad y(\pi/2) = 1. \end{cases}$$

[2.5ptos]

4. Sea el operador diferencial

$$L = x^2 \frac{d^2}{dx^2} + x \frac{d}{dx} + 2I,$$

donde  $I$  es el operador identidad.

- a) Expresa  $L$  de la siguiente forma:

$$\mathcal{L} = \frac{d}{dx} \left( p(x) \frac{d}{dx} \right) + q(x)I \quad (\text{operador Sturm-Liouville}).$$

[1ptos]

- b) Halle todos los valores de  $\lambda$  (valores propios) para los cuales el problema de valor de frontera

$$\mathcal{L}y = \lambda \sigma y, \quad y'(1) = 0, \quad y'(2) = 0.$$

tiene soluciones  $y_\lambda$  no triviales (vectores propios). Considere  $\sigma(x) = x^{-1}$ .

[2ptos]

- c) Dado el producto interno

$$\langle f, g \rangle = \int_1^2 f(x)g(x)\sigma(x) dx,$$

¿Bajo qué condiciones de frontera se cumple que  $\langle \mathcal{L}f, g \rangle = \langle f, \mathcal{L}g \rangle$  ( $\mathcal{L}$  es simétrico)?

[2ptos]