# Ecuaciones Diferenciales de coeficientes analíticos- Método series de Potencia

irlamn@uni.edu.pe

# INTRODUCCIÓN

Consideremos de nuevo una ecuación lineal de segundo orden:

$$p(t)x'' + q(t)x' + r(t)x = 0$$

podemos dividir por $p(t)$

esto puede plantear problemas cuando

$p(t) = 0$ para algún valor de $t$.

la solución general se puede escribir en la forma

$$x(t) = c_1 x_1(t) + c_2 x_2(t)$$

siendo $x_1(t)$ y $x_2(t)$ dos soluciones linealmente independientes.

Intentamos encontrar dos soluciones que sean polinomios. Pero no está claro cuál debe ser el grado de dichos polinomios, así que en vez de un polinomio consideramos una serie de potencias (o si se quiere pensar intuitivamente, un polinomio de grado infinito):

$$x(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} a_n t^n$$

**Teorema** *Consideremos la ecuación diferencial lineal de segundo orden*

$$p(t)x'' + q(t)x' + r(t) = 0 \qquad (*)$$

*y supongamos que las funciones* $\dfrac{q(t)}{p(t)}$ *y* $\dfrac{r(t)}{p(t)}$ *admiten desarrollos en series de Taylor alrededor de* $t = t_0$ *y con radio de convergencia* $\rho$*. Entonces, todas las soluciones de* (*) *son analíticas en* $t = t_0$ *y el radio de convergencia de su desarrollo en serie de Taylor es por lo menos* $\rho$*. Los coeficientes en el desarrollo de la serie de Taylor de la solución*

$$x(t) = a_0 + a_1(t - t_0) + a_2(t - t_0)^2 + \cdots$$

*se pueden obtener sustituyendo esta expresión en la ecuación (*) e igualando a cero los coeficientes correspondientes a la misma potencia de $(t - t_0)$ en la expresión obtenida. Para obtener dos soluciones linealmente independientes se dan a $a_0$ y $a_1$ dos pares de valores que formen vectores linealmente independientes.*

EJEMPLO

a) Encontrar dos soluciones linealmente independientes de la ecuación

$$x'' + \frac{3t}{1+t^2}x' + \frac{1}{1+t^2}x = 0$$

b) Hállese la solución de esta ecuación que satisface la condición inicial $x(0) = 2, x'(0) = 3$.