**Universidad Nacional de Ingeniería**
**Escuela Profesional de Matemática**
**Ciclo 2021-1**

**[Introducción a las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias - CM2G2]**
**[Los profesores]** UNI, 14 de septiembre de 2021

---

# Primera Práctica Dirigida

1. Determine el orden de cada una de las siguientes ecuaciones diferenciales, indique si son lineales o no, si tienen coeficientes constantes o variables, y cuáles son homogéneas:

   a) $y'' + 3y = 2x + 5$
   b) $y'' + 3yy' = 0$
   c) $y'' + 3xy^4 = e^{-2x}$
   d) $y'' + 3x^4 y = 0$
   e) $y''' + y' + \sin y = 0{,}2$

2. Resuelva las siguientes ecuaciones mediante la separación de las variables:

   a) $yy' = x^3 + 1$
   b) $(x + 2)y' = y^2 + 2$

3. Transformar por medio de un cambio de variable apropiado a una ecuación separable, las siguiente ecuaciones:

   *a)* $y' = \dfrac{(2x + y - 1)^2}{e^{4x+2y-2}} - 2x - y + 1$
   *b)* $y' = (2x + 2y + 3)^2 + 4x + 4y + 6$

4. Resuelva los siguientes problemas de valor inicial homogéneos (o reducibles a homogéneos):

   a) $y' = y/x - 1$, $y(1) = 0$
   b) $y' = \dfrac{x^3 - xy^2}{x^2 y}$, $y(1) = 1$

5. Un árbol recién plantado crece lentamente, pero gradualmente crecerá a una velocidad más rápida. Cuando alcanza cierta altura, la tasa de crecimiento se estabilizará gradualmente y luego disminuirá lentamente. Halle y resuelva la EDO que modele el crecimiento de los árboles por años, bajo los siguientes supuestos:

   i) Suponga que hay una altura máxima a la que un árbol puede crecer, cuando se alcanza esta altura, el árbol dejará de crecer más alto.
   ii) Suponga que la tasa de crecimiento de un árbol solo está relacionada con su altura actual y la diferencia entre la altura máxima y su altura actual. No está influenciada por otros factores ambientales.

6. Un atrevido paracaidista equipado salta desde la cúspide de un edificio de 100 m en una ubicación donde la aceleración gravitacional es $g = 9{,}8$ m/s$^2$ . El paracaídas se abre 3 s después del salto. Despreciando la resistencia del aire, determine la altura del individuo cuando se abre el paracaídas.

7. Resuelva los problemas de valor inicial por la técnica de factor de integración

   a) $y' + 3(y - 1) = 2x$, $y(0) = 4$
   b) $y' - 3y = -9x$, $y(2) = 13$
   c) $(x + 1)y' + y = 5x^2(x + 1)$, $y(2) = 3$

8. Un tanque contiene 200 L de salmuera con 10 kg de sal. Ahora entra agua pura al tanque a razón de 5 L/min, y la mezcla bien agitada sale de éste a la misma velocidad. Determine la cantidad de la sal en el tanque después de 30 min. ¿Cuánto tardará la cantidad de sal en el tanque para ser 1 kg?

9. Para los problemas de valor inicial de primer orden dados, determine aproximadamente la región del plano $xy$ donde se garantiza la existencia de una solución. También establezca la región donde la solución es única.
   a) $y' = \sqrt{x^2 - y^2}$, $y(0) = 1$
   b) $y' = x^2y^3$, $y(0) = 0$
   c) $y' = x/y$, $y(1) = 3$

10. Dada la EDO $y' = y - x^2$. Calcular
    a) Las isoclinas.
    b) Un esbozo del campo de direcciones.
    c) Aproximadamente las soluciones que pasen por $A(-2,-2)$, $B(0,-2)$, $C(0,0)$ y $D(3,-1)$.

11. Resuelva los siguientes problemas de valor inicial después de comprobar que la ecuación diferencial es exacta:
    a) $(2x^2 + 1) + (4y^3 - 2y + 1)y' = 0$, $y(0) = 1$
    b) $(3x^2 \sin y + xe^x) + (x^3 \cos y - y^2 + 1)y' = 0$, $y(0) = 0$
    c) $2xy + x^2y' = 0$, $y(1) = 1$

12. Resuelva la ecuación de Bernoulli $y' - y = e^x y^{-2}$. (Sug. Utilice un cambio de variable $u = y^3$)

13. Resuelva la ecuación de Riccati $y' + y^2 + (2x - 4)y = 4(x - 1)$ con la siguiente solución conocida $y_1 = -x$. (Sug. Utilice la transformación $y = y_1 + 1/z$)