# Aplicación de algoritmos de CONVEX-HULL en 2D

# Integrantes

## Grupo A ABET 2021

- Aguilar Romero, Jhon Hamilton
- Larreategui Castro, Angel Vidal
- Reymundo Pariona, Juan Pablo
- Ventura Eugenio, James Jeanpierre

# Introducción

**La geometría computacional es una rama de la ciencia de la computación que estudia algoritmos para resolver problemas geométricos, eso nos motivó a investigar y entender los algoritmos para poder diferenciar y cuales son más eficientes al aplicarlo.**

**En este trabajo dilucidaremos ¿cómo funciona la cápsula convexa para el reconocimiento facial y por qué utilizarla? Para poder resolver estas preguntas, lo primero que tiene que conocer de antemano el investigador son los conceptos básicos de cápsula convexa, así como plantearse la siguiente pregunta ¿cómo determinar la cáscara convexa (convex-hull) de un conjunto de puntos? y saber resolverlo.**

# Introducción

Los **objetivos parciales** del presente estudio son el análisis de todos los algoritmos de la convex hull, su comprensión y posterior aplicación en dos dimensiones usando el lenguaje de programación Python.

El **objetivo general** es ¿cómo introducir la cápsula convexa en el reconocimiento facial?

# Marco teórico

## Convexidad

### Conjunto convexo

Un conjunto $S \subseteq \mathbb{R}^n$ es **convexo** si, para todo $x, y \in S$,
$\lambda x + (1-\lambda)y \in S$, para todo $\lambda \in [0,1]$

### Cápsula convexa

Sea $K \subset \mathbb{R}^n$ un conjunto cualquiera. Definimos la **cápsula convexa** de $K$, que representaremos por $\mathbf{co(K)}$, como la intersección de todos los subconjuntos convexos de $\mathbb{R}^n$ que contienen a $K$. Notación:

$$co(K) := \bigcap \left\{ A : A \text{ es convexo y } K \subset A \right\}$$

# Marco teórico

## Convexidad

**Teorema ( caracterización de cápsula convexa)**

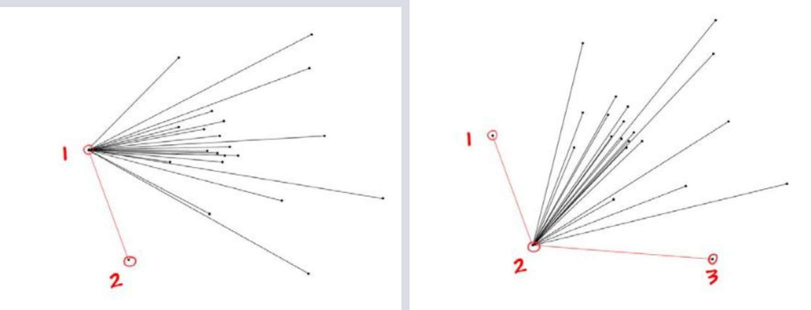
Para todo $S \subset \mathbb{R}^n$ su cápsula convexa admite la representación:

$$co(S) = \left\{ \sum_{i=1}^{p} \lambda_i x_i : \sum_{i=1}^{p} \lambda_i = 1, \quad \lambda_i \geq 0, x_i \in S, \quad p \in \mathbb{N} \right\}$$

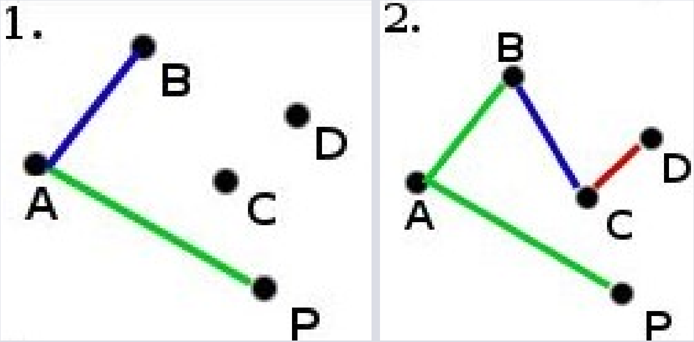
# Algoritmos de la Cápsula Convexa

## Algoritmo de Gift Wrapping (Jarvis March)

### Algoritmo de Gift Wrapping (Jarvis March)



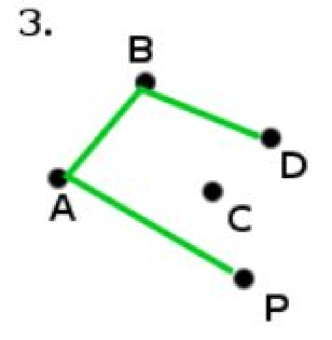
## Algoritmo de Graham



# Algoritmos de la Cápsula Convexa

## Algoritmo de Graham

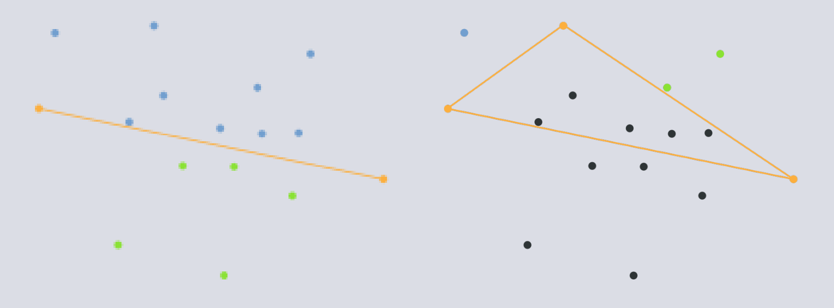
### Algoritmo de Graham



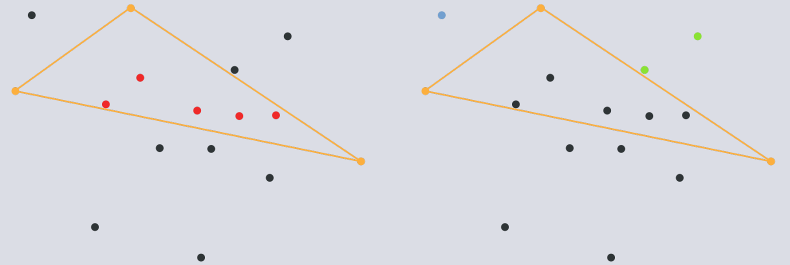
# Algoritmos de la Cápsula Convexa

## Algoritmo de Quickhull

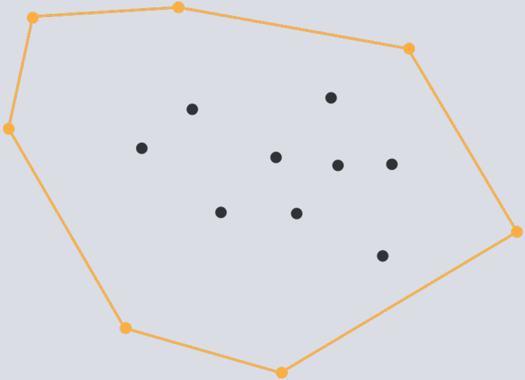
### Algoritmo de Quickhull



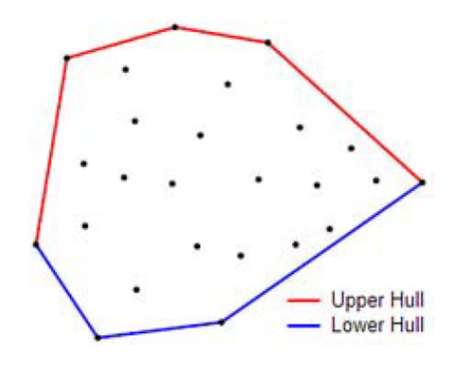
### Algoritmo de Quickhull



## Algoritmo de Quickhull



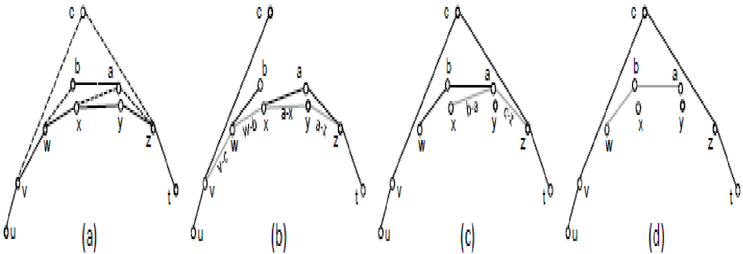
### Algoritmo Cadena Monótona



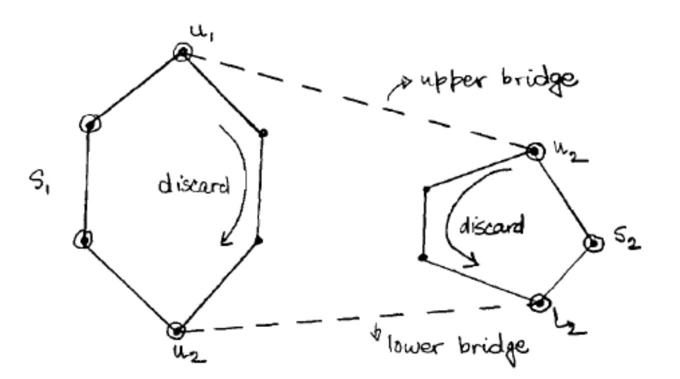
# Algoritmos de la Cápsula Convexa

## Algoritmo Incremental

### Algoritmo Incremental



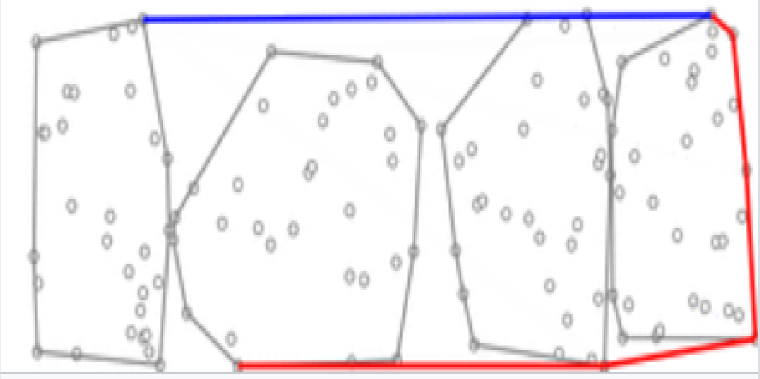
### Algoritmo Kirkpatrick-Seidel



# Algoritmos de la Cápsula Convexa

## Algoritmo Chan

### Algoritmo Chan



## Comparación de algoritmos de la cápsula convexa

| Algorithm | Discoverer | Year | Speed |
|---|---|---|---|
| Brute Force | - | - | $O(n^4)$ |
| Gift Wrapping | Chan and Kapur | 1970 | $O(nh)$ |
| Graham Scan | Graham | 1972 | $O(n \log n)$ |
| Jarvis March | Jarvis | 1973 | $O(nh)$ |
| Quick Hull | Eddy, Bykat | 1977, 1978 | $O(nh)$ |
| Divide-and-Conquer | Preparata and Hong | 1977 | $O(n \log n)$ |
| Monotone Chain | Andrew | 1979 | $O(n \log n)$ |
| Incremental | Kallay | 1984 | $O(n \log n)$ |
| Marriage-before-Conquest | Kirkpatrick and Seidel | 1986 | $O(n \log h)$ |

# Análisis

## Comparación de algoritmos de la cápsula convexa

### Pre-procesamiento

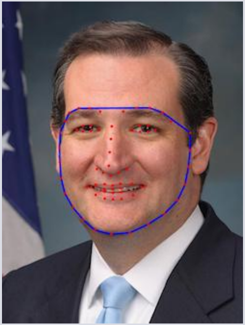
1. Se extrae el fondo de la imagen, para ello se emplea un contexto geométrico con coherencia(puede ser centro geométrico de la foto, un rayo hacia la izquierda o distancia entre ojos).
2. Se tiene en cuenta otros parámetros como RGB (red, green, blue) o HSV (Hue, saturation o Value).
3. Se contempla otros detalles como: Tonalidad de gris, filtrado, rostro respecto al ROI (Region of Interest), etc.
4. Terminado el proceso obtenemos un conjunto de puntos al cual se le puede aplicar los algoritmos ya mencionados para hallar su respectiva cápsula convexa (Convex Hull).

# Análisis

## Reconocimiento Facial

### Reconocimiento Facial

En la figura podemos ver como actúa el análisis convexo en el rostro de una persona. Podemos observar que cada parte del rostro actúa como un punto suponiendo que el rostro de la persona es el plano XY. Entonces, lo que debemos hallar es la cápsula convexa de los puntos en rojo en la figura que se muestra, esta es representada por la línea azul.



# Conclusiones

1. En la actualidad se están investigando otros métodos para la aplicación del Reconocimiento facial como:
   - Método de Cascada de Haar
   - PCA o Análisis de componentes principales
   - Momentos invariantes de Hu
   - Contornos activos y snakes (The greedy snake algorithm)
2. El algoritmo de la cápsula convexa no solo es utilizado en el Reconocimiento facial, otras de sus aplicaciones son:
   - Recopilación de datos de sensores disjuntos.
   - Coordinación de robot en un sistema de enjambre.
3. Los algoritmos de Jarvis y Graham son los más usados en los proyectos a pesar que existen otros algoritmos más eficientes.
4. En lo que respecta a nuestro código, podemos concluir que el tiempo que el programa tarda en ejecutarse va en aumento si la cantidad de puntos que el usuario es mayor. Si el usuario ingresa unos 10 puntos el programa va a ejecutarse mucho más rápido que si ingresamos 1000 puntos.

# Referencias


- Williamson and Divya S. https://people.orie.cornell.edu/dpw/orie6300/Lectures/lec03.pdf.year = 2014
- Sabilarrusyda, Nyimas Ariny and Basuki, Achmad and Fathoni, Kholid(2017). Game mobile application history of Uthman Ibn Affan based on monotone chain convex hull algorithm. year=2017. pages=200–205
- Blelloch, Guy E and Gu, Yan and Shun, Julian and Sun, Yihan(2020). Randomized incremental convex hull is highly parallel.pages=103–115
- Snyder, Timothy Law and Steele, J Michael (1993). Convex hulls of random walks. pages=1165–1173
- Alzubaidi, Asia Mahdi Naser (2014). Minimum Bounding Circle of 2D Convex Hull. pages=364–367