1. $P(X\ge a)=1-P(X<a)=1-P\left(\frac{X-\mu}{\sigma}<\frac{a-\mu}{\sigma}\right)=\frac{1}{2}$

$X\sim N(1,4)$ $\mu=1,\sigma=2$. $\Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)=\frac{1}{2}$ $\frac{a-1}{2}=0$, $a=1$

2. $\frac{a\left(\sum_{k=0}^{N}k\right)}{N}=1$ $\frac{N}{a}=\sum_{k=1}^{N}k$

第二章大作业

$\frac{N}{a}=\frac{1+N}{2}\cdot N$

一、填空题

1. 设随机变量 $X\sim N(1,4), P(X\ge a)=1/2$，则 $a=$ __1__。

2. 设随机变量 X 的分布律为 $P(X=k)=\frac{ak}{N}(k=1,2\cdots N)$，则 $a=$ __$\frac{2}{1+N}$__。

3. 若 $P(X\le x_2)=1-\beta, P(X>x_1)=\alpha, x_1<x_2$，则 $P(x_1<X\le x_2)=$ __$\alpha-\beta$__。

4. 设离散型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0 & x<-1\\ a & -1\le x<1\\ \frac{2}{3}-a & 1\le x<2\\ a+b & x\ge 2\end{cases}$$

且 $P(X=2)=\frac{1}{2}$，则 $a=$ __$\frac{1}{6}$__，$b=$ __$\frac{5}{6}$__。

$\frac{2}{3}-a=\frac{1}{2}$

$a+b=1$

指分: $f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x>0\\ 0, & 其他\end{cases}$

$\lambda=-\frac{1}{2}=k$

5. 设连续型随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}ke^{-\frac{x}{2}} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}$，则 $k=$ __$\frac{1}{2}$__。

2次 正3次

$\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{10}$

6. 设 5 个晶体管中有 2 个次品，3 个正品，如果每次从中任取 1 个进行测试，测试后的产品不放回，直到把 2 个次品都找到为止，设 X 为需要进行测试的次数，则 $P(X=3)=$ __$\frac{1}{5}$__。

5 {2次, 3正}

X	0	1	2	3	4
P					

正 次 次

$\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2}$

7. 设 $F(x)$ 为离散型随机变量的分布函数为，若 $P(a<X<b)=F(b)-F(a)$，则 $P(X=b)=$ __0__。

8. 一颗均匀骰子重复掷 10 次，设 X 表示点 3 出现的次数，则 X 的分布律 $P(X=k)=$ __$C_{10}^{k}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^k\left(\frac{5}{6}\right)^{10-k}$__ $\frac{1}{6}$

$P\{X=k\}=e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$

9. 设随机变量 X 服从 Poisson 分布，且 $P(X=1)=P(X=2)$，则 $P(X\ge 1)=$ __$1-e^{-2}$__。

$e^{-\lambda}\cdot 2\lambda=e^{-\lambda}\cdot\lambda^2$ $(\lambda=2)$，$P\{X\ge 1\}=\sum_{k=1}^{+\infty}P\{X=k\}$

$=1-e^{-2}\cdot\frac{2^0}{0!}$

二、单项选择题

1. 设随机变量 X 的概率分布为 $P(X=k)=b\lambda^k$，$k=1,2,\cdots,b>0$，则（ C ）

（A）λ 为任意正实数　　（B）$\lambda=b+1$

（C）$\lambda=\frac{1}{1+b}$　　（D）$\lambda=\frac{1}{b-1}$

2. 设连续型随机变量 X 的概率密度和分布函数分别为 $f(x)$ 和 $F(x)$，则下列各式正确的是（ ~~B~~ ）. D

$f(x)=f(x)=P\{X=x\}$

（A）$0\le f(x)\le 1$　　（B）$P(X=x)=f(x)$

（C）$P(X=x)=F(x)$ ×　　（D）$P(X=x)\le F(x)$

A. 概率密度是没有一定的取值范围 但概率分布有

1. $b\lambda+b\lambda^2+b\lambda^3+\cdots+b\lambda^n=1$

$b\cdot\frac{\lambda}{1-\lambda}=1\Rightarrow b\lambda=1-\lambda\Rightarrow(1+b)\lambda=1$

B. 连续型随机变量取某一值的概率为0

2、

$f_1(x)$ $f_2(x)$ $\int f(x) = \int a f_1(x)dx - \int b f_2(x)\, dx = 1$

3. 设 X_1, X_2 是随机变量，其分布函数分别为 $F_1(x)$, $F_2(x)$，为使 $F(x)=aF_1(x)-bF_2(x)$ 是某一随机变量的分布函数，在下列给定的各组数值中应取（ A ）.

$\lim\limits_{x\to\infty} F(x)=1$，$1=a-b$，故 A

（A） $a=\frac{3}{5},\ b=-\frac{2}{5}$　　（B） $a=\frac{2}{3},\ b=\frac{2}{3}$

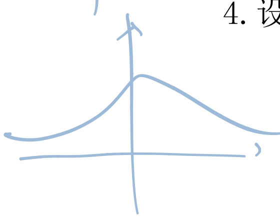
（C） $a=-\frac{1}{2},\ b=\frac{3}{2}$　　（D） ~~$a=\frac{1}{2}$~~，$b=\frac{3}{2}$

$\int f(x)dx = F(x)$

$F'(x)=f(x)$

$F(0)=\frac{1}{2}$

$f(x)$



4. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)$，且 $f(-x)=f(x)$，$F(x)$ 是 X 的分布函数，则对任意实数 a 有（ B ）.

$F(a)=\int_{-\infty}^{a} f(x)dx$

（A） $F(-a)=1-\int_0^a f(x)dx$　　（B） $F(-a)=\frac{1}{2}-\int_0^a f(x)dx$

（C） $F(-a)=F(a)$　　（D） $F(-a)=2F(a)-1$

$F(-a)=\int_{-\infty}^{-a} f(x)dx$

$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

5. 设随机变量 X 的概率密度为 $\frac{1}{2\sqrt{\pi}}e^{-\frac{(x+3)^2}{4}}$，则 X 服下面哪个分布（ D ）.

$\sigma=\sqrt{2}$

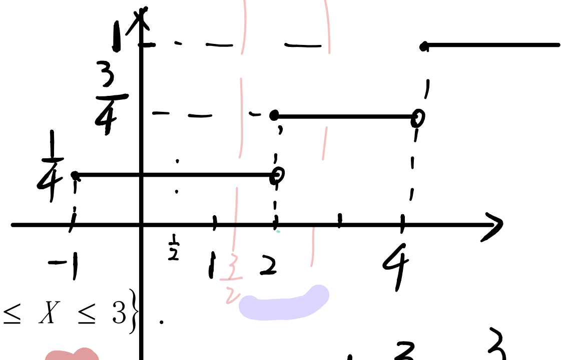
$\mu=3$

（A） $N(3,2)$　　（B） $N(-3,\sqrt{2})$

（C） $N(3,\sqrt{2})$　　（D） $N(-3,2)$

$N\sim(\mu,\sigma^2)$

三、计算题



1. 设随机变量 X 的概率分布为

X	-1	2	4
p_i	$1/4$	$1/2$	$1/4$

求：（1） X 的的分布函数；

（2） $P\{X\le 1/2\}$、$P\{3/2<X\le 5/2\}$、$P\{2\le X\le 3\}$.

解：

(1) 当 $x<-1$ 时，由 $\{X\le x\}=\varnothing$

得 $F(x)=P\{X\le x\}=0$

当 $-1\le x<2$ 时，

$F(x)=P\{X\le x\}$

$=P\{X=-1\}=\frac{1}{4}$

当 $2\le x<4$ 时，

$F(x)=P\{X=-1\}+P\{X=2\}$

$=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$

当 $x\ge 4$ 时

$F(x)=P\{X=-1\}+P\{X=2\}$

$+P\{X=4\}=1$

(2) $P\{X\le$

$P\{X\le\frac{1}{2}\}=$ ~~$\frac{1}{4}\ \frac{3}{2}$~~ $=\frac{3}{8}$

$P_2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{2}$

$P_3=\frac{3}{4}$

2. 已知 $X\sim N(8,0.5^2)$，求：

(1) $F(9), F(7)$;　　(2) $P\{7.5\le X\le 10\}$;

(3) $P\{|X-8|\le 1\}$;　　(4) $P\{|X-9|<0.5\}$.

3. 设 X 的分布列为

X	-1	0	1	2	$5/2$
p_i	$1/5$	$1/10$	$3/10$	$1/10$	$3/10$

试求：(1) $2X$ 的分布律；　　(2) X^2 的分布律.

4. 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}2x/\pi^2, & 0<x<\pi,\\ 0, & \text{其它.}\end{cases}$$

求：$Y=\sin X$ 的概率密度.

2.解：$\mu=8$　$\sigma=0.5$

(1) $\because \mu=8$ $\therefore F(8)=\frac{1}{2}$

$F(9)=P\{X\le 9\}=P\{\frac{X-8}{0.5}\le 2\}=\Phi(2)=0.9772$

$F(7)=\frac{1}{2}-(0.9772-\frac{1}{2})=0.0228$

(2) $P\{7.5\le X\le 10\}=P(X\le 10)-P(X\le 7.5)$

$$= P\left(\frac{X-8}{0.5} \le \frac{10-8}{0.5}\right) - P\left(\frac{X-8}{0.5} < \frac{7.5-8}{0.5}\right)$$

$$= \Phi(4) - \Phi(-1) = \Phi(4) - (1 - \Phi(1))$$

$$= \cancel{0 - 1 +} \quad \Phi(4) - \Phi(-1) = 0.8413$$

(3) $P\{|X-8| \le 1\} = P\{7 \le X \le 9\} = 0.9772 - 0.0228 = 0.9544$

(4) $P\{8.5 < X < 9.5\} = \Phi(3) - \Phi(1) = 0.9987 - 0.8413 = 0.1574$