

一、选择题

1	2	3	4	5
D	D	A	B	B

二、填空题

1. 0.8 0.3 2. 0.25 3. $a = \frac{1}{3}$ 4. $c = 3$ 5. 3 $\frac{13}{3}$

6. $n = 2$ 7. $\frac{9}{16}$,

三、一个盒子有 3 只红笔和 2 只黑笔，无放回取出 3 只笔，求：(1) 取出黑笔数 X 的分布率；
(2) X 的分布函数 $F(x)$ 。

、解：(1) X 的可能取值为 0, 1, 2

$$P\{X = 0\} = \frac{C_3^3}{C_5^3} = \frac{1}{10}$$

$$P\{X = 2\} = \frac{C_3^1 \cdot C_2^2}{C_5^3} = \frac{3}{10}$$

$$P\{X = 1\} = 1 - P\{X = 0\} - P\{X = 2\} = \frac{3}{5}$$

$$(2) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ P\{X = 0\}, & 0 \leq x < 1 \\ P\{X = 0\} + P\{X = 1\}, & 1 \leq x < 2 \\ P\{X = 0\} + P\{X = 1\} + P\{X = 2\}, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{10}, & 0 \leq x < 1 \\ \frac{7}{10}, & 1 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

四、设随机变量 X 的分布函数 $F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \ln x & 1 \leq x < e \\ 1 & x \geq e \end{cases}$,

求：(1) $P\{2 < X \leq 3\}$; (2) X 的概率密度函数 $f(x)$; (3) 求 $E(X)$.

$$(1) P\{2 < X \leq 3\} = F(3) - F(2) = 1 - \ln 2$$

$$(2) f(x) = F'(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & 1 < x < e \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$(3) E(X) = \int_1^e x \cdot \frac{1}{x} dx = e - 1$$

五、设随机向量(X,Y)的联合概率密度为:

$$f(x,y) = \begin{cases} Ax^2y(2-y) & 0 < x < 2, 0 < y < 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}, \text{求: (1) 常数 A, (2) 判断 X,Y 是否相互独立.}$$

$$\text{解: (1) 根据 } \int_0^2 dx \int_0^2 Ax^2y(2-y)dy = 1, A = \frac{9}{32}$$

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy = \begin{cases} \int_0^2 \frac{9}{32} x^2 y(2-y)dy & 0 < x < 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{3}{8} x^2, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx = \begin{cases} \int_0^2 \frac{9}{32} x^2 y(2-y)dx & 0 < y < 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{3}{4} y(2-y), & 0 < y < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

可见 $f(x,y) = f_X(x) f_Y(y)$, 所以 X, Y 相互独立.

六、设连续型随机变量 X 的概率密度为:

$$f(x) = \begin{cases} a + bx & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}, \text{且 } E(X) = 2/3, \text{求系数 a 和 b.}$$

$$\text{六、解: 根据 } \int_0^1 (a + bx)dx = 1, \text{得 } a + \frac{b}{2} = 1$$

$$\text{根据 } E(X) = \frac{2}{3}, \text{即 } \int_0^1 x(a + bx)dx = \frac{2}{3}, \text{得 } \frac{a}{2} + \frac{b}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{联立方程组, 可得 } a = 0, b = 2$$

七、

某商店有 100 台相同型号的冰箱待售，其中 60 台是甲厂生产的，25 台是乙厂生产的，15 台是丙厂生产的。已知这三个厂生产的冰箱质量不同，它们的不合格率依次为 0.3, 0.1, 0.2。一位顾客从这批冰箱中随机地取了一台。

(1) 试求顾客取到不合格冰箱的概率；

(2) 顾客开箱测试后发现冰箱不合格，但这台冰箱的厂标已经脱落，试问这台冰箱是甲厂生产的概率是多少？

解：(1) 用 B 表示“取到的冰箱是合格品”，用 A_1, A_2, A_3 分别表示取到的冰箱是甲、乙、丙生产的则

$P(A_1) = \frac{60}{100}, P(A_2) = \frac{25}{100}, P(A_3) = \frac{15}{100}, P(B|A_1) = 0.3, P(B|A_2) = 0.1, P(B|A_3) = 0.2$ 由全概率公式得：

$$P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + P(A_3)P(B|A_3) = 0.235$$

(2) 由贝叶斯公式得：

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(B)} = \frac{0.18}{0.235} = \frac{36}{47} \approx 0.766$$

八、

已知随机变量 X 和 Y 的分布律分别为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

与

Y	0	1
P	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

且 $P\{XY=0\}=1$ ，求 (1) X 和 Y 的联合分布律；(2) X 和 Y 的相关系数 ρ_{XY} 。

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{1}{4}$	0	0

$$E(X)=1, E(Y)=\frac{1}{4}, E(X^2)=\frac{3}{2}, E(Y^2)=\frac{1}{4}, D(X)=\frac{1}{2}, D(Y)=\frac{3}{16}$$

$$E(XY)=0, \rho_{XY} = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}} = \frac{E(XY)-E(X)E(Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}} = -\frac{2}{\sqrt{6}} = -\frac{\sqrt{6}}{3}$$