

## 《概率统计》(B)

### 一、选择题

- 1、对于任意事件  $A$ ，以下错误的是 ( )
- A.  $AA = A$       B.  $A + A = 2A$       C.  $A - A = \Phi$       D.  $\overline{\overline{A}} = A$
- 2、以下正确的是 ( )
- A. 概率为 1 的是必然事件      B. 必然事件的概率为 1
- C.  $P(A - B) = P(A) - P(B)$       D.  $P(A + B) = P(A) + P(B)$
- 3、设  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，当  $\mu$  不变、 $\sigma$  增大时  $P\{|X - \mu| < \sigma\}$  ( )
- A. 增大      B. 减少      C. 不变      D. 以上均不对
- 4、设随机变量  $X \sim f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ ，那么  $E(X) =$  ( )
- A.  $\lambda$       B.  $\lambda^2$       C.  $\lambda^{-1}$       D.  $\lambda^{-2}$
- 5、以下总体均值  $\mu$  的无偏估计中最有效的是 ( )
- A.  $0.3X_1 + 0.7X_2$       B.  $0.4X_1 + 0.6X_2$
- C.  $0.2X_1 + 0.8X_2$       D.  $0.5X_1 + 0.5X_2$

### 二、填空题

- 1、设  $X$  是连续型随机变量，则  $P(X = 1) =$ \_\_\_\_\_.
- 2、二维随机向量  $(X, Y)$  的联合密度函数为  $f(x, y)$ ，则关于  $Y$  的边缘密度函数  $f_X(x) =$ \_\_\_\_\_.
- 3、统计量就是不含未知参数的样本的\_\_\_\_\_.
- 4、对随机变量  $X$ ，已知  $D(X) = 2$ ,  $E(X) = 1$ ，则  $E(X^2) =$ \_\_\_\_\_.
- 5、参数估计的两种常用估计方法是点估计和\_\_\_\_\_.

### 三、计算题

- 1、有甲乙丙三个罐子，甲装有 2 红 1 白共三个球，乙装有 3 红 1 白共四个球，丙装有 2 红 2 白共四个球；现从中任取一罐，从中任取一球. 求：
- (1) 取到的是红球的概率；(2) 如果取到的是红球，那么来自甲罐的概率.

2、设离散随机变量  $X$  的分布律为

$X$	-2	-1	0	1	2
$p_k$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$a$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

求：(1)  $a$  的值；(2) 期望  $E(X)$ ；(3)  $Y = X^2$  的分布律。

3、设随机变量  $X$  的密度函数为  $f(x) = \begin{cases} ax, & 0 \leq x < 3 \\ 2 - \frac{1}{2}x, & 3 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ 。求：(1) 常数  $a$ ；(2)

概率  $P(1 < X < 3)$ ；(3) 数学期望  $E(X)$ 。

4、设随机向量  $(X, Y)$  的联合密度函数为： $f(x, y) = \begin{cases} kxy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

求 (1)  $k$  的值；(2)  $f_X(x)$  和  $f_Y(y)$ ；(3)  $P(X+Y \leq 1)$ 。

5、设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的一个样本，总体  $X \sim U(0, \theta)$ ，试求  $\theta$  的矩估计  $\theta$ 。

6、某工厂生产的水泥重量  $X$  服从正态分布。现随机抽取 9 袋水泥，测得均值  $\bar{x} = 49.9$ ，标准差  $s = 0.3$ ，求总体均值  $\mu$  的置信度为  $1 - \alpha = 0.95$  的置信区间。（ $t_{0.025}(8) = 2.3060$ ,  $t_{0.05}(8) = 1.8595$ ）

#### 四、应用题

某工厂生产灯泡，灯泡寿命  $X \sim N(1000, 8^2)$ 。现在一批灯泡中随机抽取 16 只，测得平均寿命为 1003.6，试问生产是否正常？

（ $\alpha = 0.05$ ,  $u_{0.025} = 1.96$ ,  $u_{0.05} = 1.65$ ）