# 《概率统计》（B）参考答案

## 一、选择题

1、B　　2、B　　3、A　　4、C　　5、D

## 二、填空题

1、0　　2、$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy$　　3、函数　　4、3　　5、区间估计

## 三、计算题

1、解：设 $A_1=$｛来自甲｝，$A_2=$｛来自乙｝，$A_3=$｛来自丙｝，$B=$｛取到红球｝，

则 $P(A_1)=P(A_2)=P(A_3)=\frac{1}{3}$，$P(B|A_1)=\frac{2}{3}, P(B|A_2)=\frac{3}{4}, P(B|A_3)=\frac{1}{2}$，

（1）由全概率公式得，

$$P(B)=\sum_{i=1}^{3}P(A_i)P(B|A_i)=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{23}{36};$$

（2）由贝叶斯公式得 $P(A_1|B)=\dfrac{P(B|A_1)P(A_1)}{P(B)}=\dfrac{8}{23}$；

2、解：（1）由 $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+a+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=1$ 解得 $a=\frac{1}{4}$；

（2）$E(X)=(-2)\frac{1}{8}+(-1)\frac{1}{8}+0\times\frac{1}{4}+1\times\frac{1}{4}+2\times\frac{1}{4}=\frac{3}{8}$；

（3）$P(Y=0)=P(X=0)=\frac{1}{4}$，$P(Y=1)=P(X=\pm1)=\frac{3}{8}$，

$P(Y=4)=P(X=\pm2)=\frac{3}{8}$，故随机变量 $X$ 的分布律为

| $Y$ | 0 | 1 | 4 |
|---|---|---|---|
| $p_k$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{3}{8}$ |

3、解：（1）$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=\int_0^3 axdx+\int_3^4\left(2-\frac{1}{2}x\right)dx=\frac{9a}{2}+\frac{1}{4}=1$，

所以 $a=\frac{1}{6}$；

（2） $P(1<X<3)=\int_1^3 f(x)dx=\int_1^3 \frac{1}{6}xdx=\frac{2}{3}$；

（3） $E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx=\frac{1}{6}\int_0^3 x^2dx+\int_3^4 x(2-\frac{1}{2}x)dx=\frac{7}{3}$，

4、解：（1） $1=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dxdy=\int_0^1\int_0^1 kxydxdy=\frac{k}{4}$，故 $k=4$；

（2）当 $x<0$ 或 $x>1$ 时，$f_X(x)=0$；当 $0\le x\le 1$ 时，$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy=4\int_0^1 xydy$

$=2x$，故关于 $X$ 的边缘分布律为: $f_X(x)=\begin{cases}2x,\ 0\le x\le 1\\ 0,\ 其它\end{cases}$； 同理可得:

$$f_Y(y)=\begin{cases}2y,\ 0\le y\le 1\\ 0,\ 其它\end{cases};$$

（3） $P(X+Y\le 1)=\iint\limits_{x+y\le 1} f(x,y)dxdy=4\int_0^1 dx\int_0^{1-x} xydy=\frac{1}{6}$

5、解: 由题意可知 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\theta},\ 0\le x\le \theta\\ 0,\ 其它\end{cases}$，故 $\mu_1=E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx=\int_0^\theta \frac{x}{\theta}dx=\frac{\theta}{2}$，

解得 $\theta=2\mu_1$，用 $\overline{X}$ 代替 $\mu_1$ 得 $\theta$ 的矩估计值为: $\theta=2\overline{X}$ .

6、解：期望 $\mu$ 的置信区间为 $(\bar{x}-\frac{s}{\sqrt{n}}t_{0.025}(8),\bar{x}+\frac{s}{\sqrt{n}}t_{0.025}(8))$， 经计算可得置信区间为 $(49.6694,50.1306)$ .

## 四、应用题

解： $H_0:\mu=1000, H_1:\mu\ne 1000$， $\sigma$ 已知，取统计量 $U=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$，

$|U|=|\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}|=\frac{1003.6-1000}{8/\sqrt{16}}=1.8<1.96=u_{0.025}$，

接受 $H_0$，也就是生产正常.