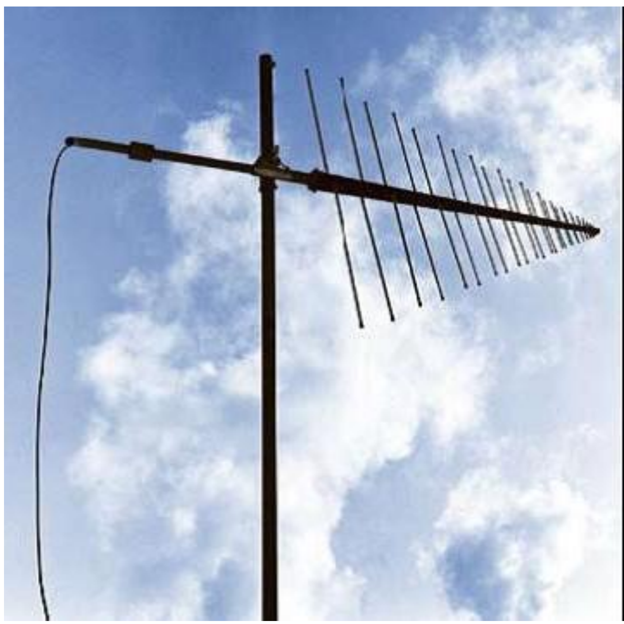
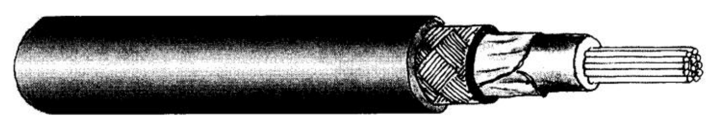
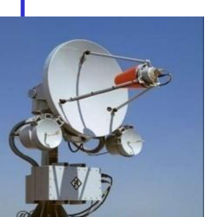
Wellenausbreitung

Freiraumausbreitung **geführte Wellen**



THIN-WIRE-ETHERNET-KABEL

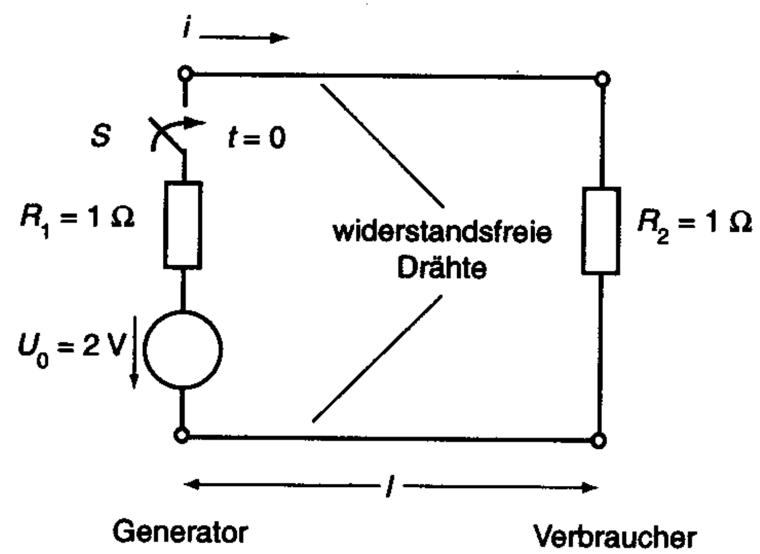




1

Wellenausbreitung: Einführende Überlegungen

- Wie groß ist der Strom im ersten Moment nach dem Einschalten?
- Die Quelle weiß noch nichts über den Verbraucher!
- Die größte bekannte Geschwindigkeit: Lichtgeschwindigkeit
- Strom hängt ab von den Eigenschaften des Ausbreitungsmediums.

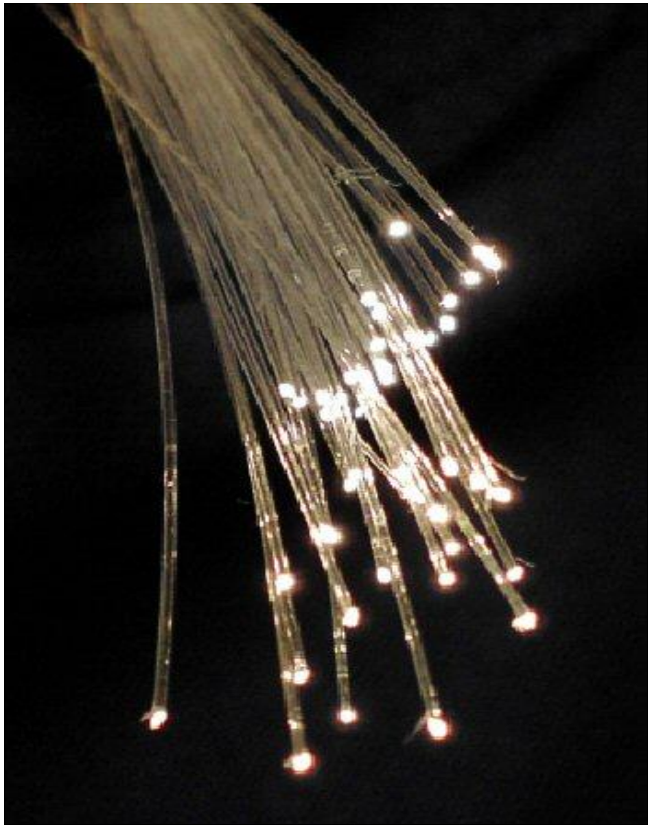


d 3.1-1 Versuch zur Wellenausbreitung

2

Wellenausbreitung: Einführende Überlegungen

- Wellenleiter geben Randbedingungen für die Wellenausbreitung.
- Elektromagnetische Wellen breiten sich ggf. **entlang** (nicht unbedingt **in**) den Wellenleitern aus.
  - Parallelleitung
  - Koaxialleitung
  - Schlitzleitung
  - Streifenleitung
  - Hohlleiter
  - Lichtwellenleiter



3

Maxwellgleichungen lieferten bereits 1864 die mathematischen Grundlagen, um Wellenausbreitungsvorgänge zu beschreiben

$$\oint_C \boldsymbol{E}\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_A \boldsymbol{B}\,\mathrm{d}\boldsymbol{A}$$

$$\oint_C \boldsymbol{H}\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_A \left(\boldsymbol{J} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{D}}{\mathrm{d}t}\right)\mathrm{d}\boldsymbol{A}$$

$$\oint_A \boldsymbol{B}\,\mathrm{d}\boldsymbol{A} = 0 \qquad \oint_A \boldsymbol{D}\,\mathrm{d}\boldsymbol{A} = Q$$

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} \qquad \boldsymbol{J} = \kappa \boldsymbol{E} \qquad \boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E}$$

Bild 3.2-4 Integralform der Maxwell'schen Gleichungen

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H} = -\boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{B} = 0 \qquad \mathrm{div}\,\boldsymbol{D} = \rho$$

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} \qquad \boldsymbol{J} = \kappa \boldsymbol{E} \qquad \boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E}$$

Bild 3.2-5 Differenzialform der Maxwell'schen Gleichungen (ρ ist die Raumladungsdichte)

4

Leitungsgleichungen

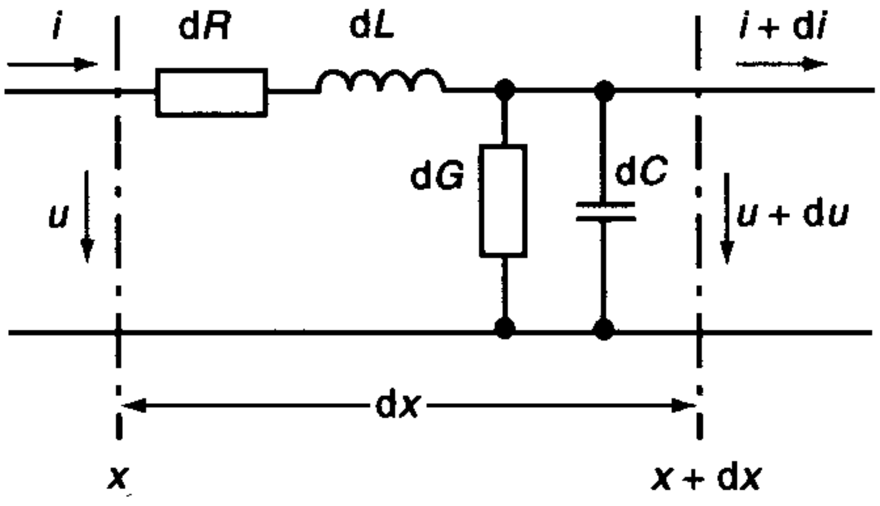


Bild 3.3-4 Ortsabhängigkeit der Spannungen und Ströme am differenziellen Leitungsstück

Leitungsbeläge:

L`,R`,C`,G`

dL = L`*dx

dR = R`*dx

dC = C`*dx

dG = G`*dx

Leitungsgleichung

Maschen- und Knotenregel für das Leitungselement ergibt die Leitungsgleichung (Telegrafengleichung):

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = R'i + L'\frac{\partial i}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = G'u + C'\frac{\partial u}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = L'C'\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (R'C' + L'G')\frac{\partial u}{\partial t} + R'G'u$$

6

Lösungsansatz für die Leitungsgleichung

FACHHOCHSCHULE TECHNIKUM WIEN

- Superposition einer vorlaufenden und rücklaufenden Spannungswelle erfüllt die Leitungsgleichungen.

- Beliebige Form der Spannungswelle:
  - pulsförmig
  - sinusförmig

$$u(x,t) = u_h(x - v_p t) + u_r(x + v_r t)$$

7

Ergebnisse des Lösungsansatzes

Einsetzen des Lösungsansatzes in die Wellengleichung und Anpassung an Randbedingungen ergibt:

Ausbreitungsgeschwindigkeit:

$$v = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_r \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} c_0$$

Wellenwiderstand für verlustlose Leitung (R´=G´=0):

$$Z_W = \frac{u_h}{i_h} = \frac{u_r}{-i_r} = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

8

Wellenwiderstand einer Leitung

- Der Wellenwiderstand ist der Quotient von hinlaufender Spannungswelle und und hinlaufender Stromwelle:

$$Z_W = \frac{u_h}{i_h} = \frac{u_r}{-i_r}$$

- Gibt es keine Reflexionen, so ist $u=u_h$ und $i=i_h$ daher gilt:

$$Z_W = \frac{u_h}{i_h} = \frac{u}{i}$$

9

Wellenwiderstand einer Leitung

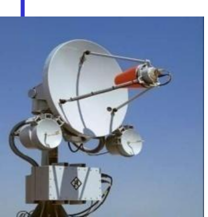
- Der Wellenwiderstand ist der Eingangswiderstand einer reflexionsfrei abgeschlossenen Leitung.

- Bei einer unendlich langen Leitung gibt es keine Reflexionen, daher gilt: Der Wellenwiderstand ist der Eingangswiderstand einer unendlich langen Leitung.

- Im Einschaltaugenblick gibt es keine Reflexionen, daher gilt:
  Der Wellenwiderstand ist der Eingangswiderstand im Einschaltaugenblick

$$Z_{IN} = \frac{u_{IN}}{i_{IN}} = \frac{u_{IN,h} + u_{IN,r}}{i_{IN,h} + i_{IN,r}} \underset{\uparrow}{=} \frac{u_{IN,h}}{i_{IN,h}} = Z_W$$

keine Reflexionen



10

Reflexionsfaktor r

Definition: $$r = \frac{u_r}{u_h}$$

anpassen an Randbedingung:

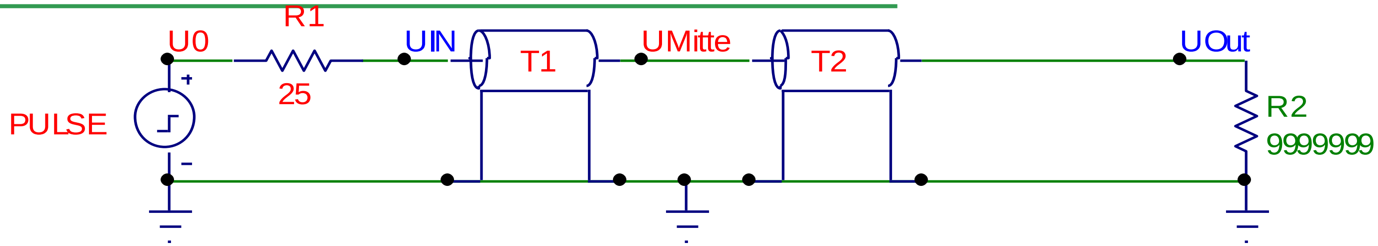
$$Z_L = \frac{u_L}{i_L} = \frac{u_h + u_r}{i_h + i_r} = \frac{u_h(1 + \frac{u_r}{u_h})}{i_h(1 + \frac{i_r}{i_h})} = Z_W \frac{1+r}{1-r}$$

umformen: $$r = \frac{Z_L - Z_W}{Z_L + Z_W}$$

r ist eine komplexe Größe!

11

Pulse auf Leitungen



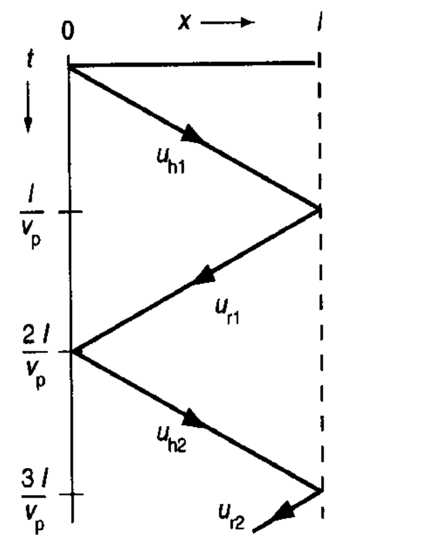
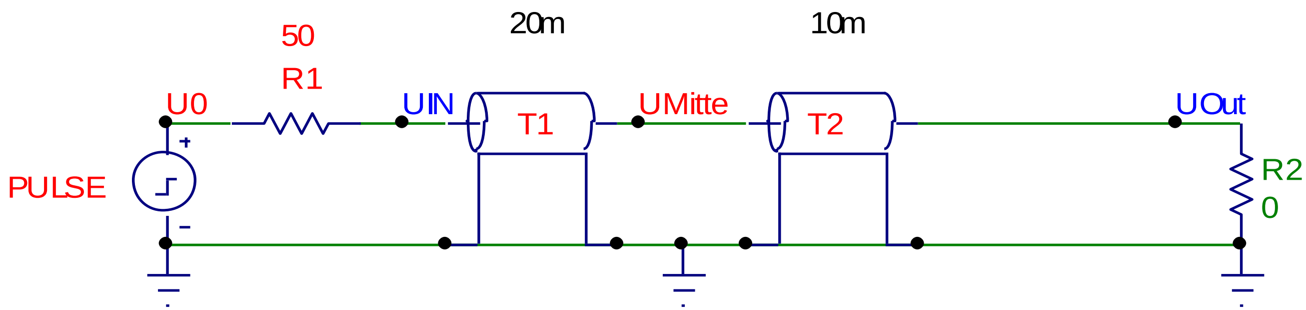


Bild 3.4-5 Grafischer Wellenfahrplan

Aufgaben: Pulse auf Leitungen



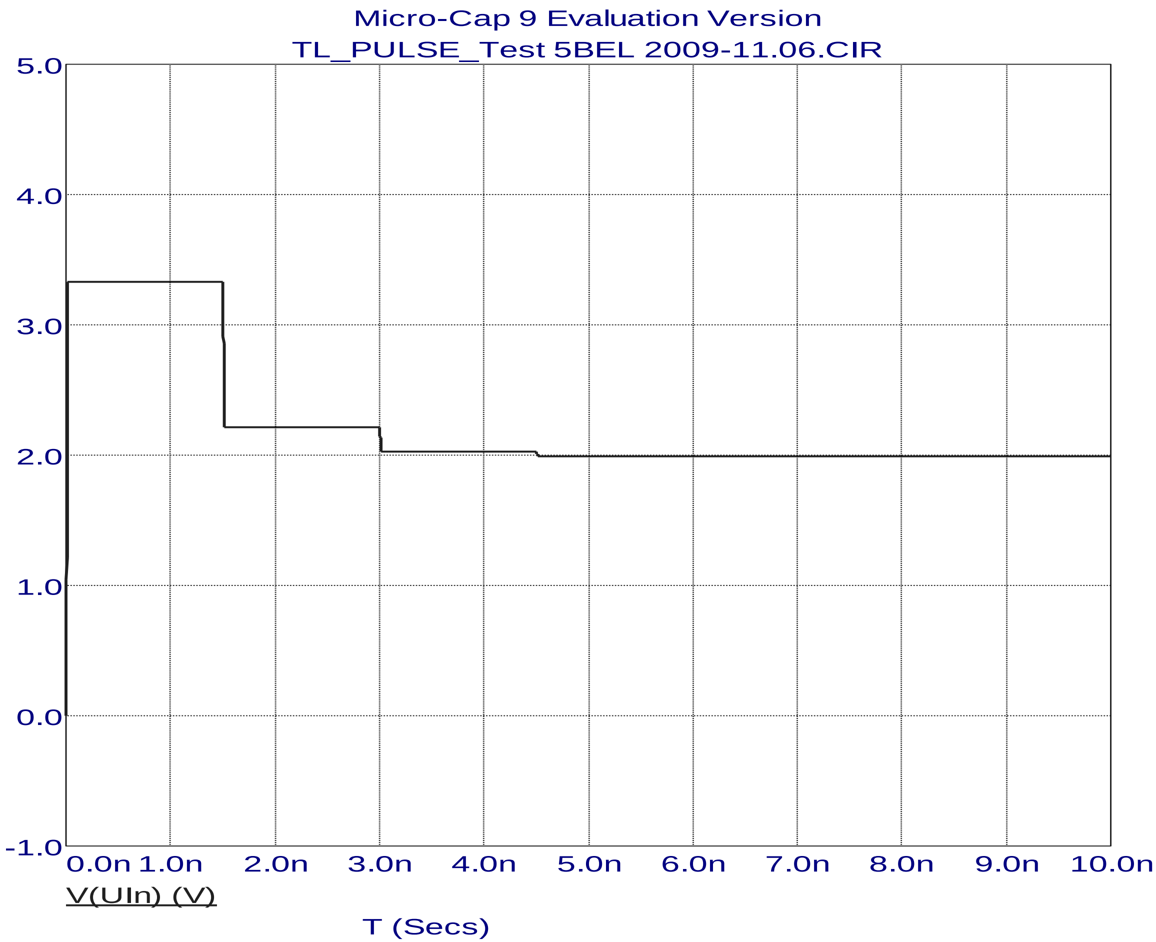
geg:
Zwei verbundene RG58-Kabelstücke, angesteuert mit einem einzelnen Impuls: u = 5V, t_P = 30ns, 300ns, 3000ns
R1 = 50Ω, 20Ω; R2= 50Ω, ∞Ω, 0Ω, 25Ω, 100Ω,

ges:
Zeitverlauf der Spannungen u_0, u_{IN}, u_{Mitte}, u_{OUT}

Aufgabe: Leitungsmessung mit Spannungssprung

geg:
Generator: Ri =50Ω
U_0=5V
Leitungslänge: 17cm

ges: Z_L; Zw; c; L´; C´



Wellenausbreitungsvorgänge

FACHHOCHSCHULE TECHNIKUM WIEN

- Wellenausbreitungsvorgänge muss man bei „schnellen“ Signalen berücksichtigen! Wann ist ein Signal schnell?

- Faustregel 1: Anstiegszeiten kürzer als Laufzeiten, d.h.

$$t_r \cdot c \leq Leitungslängen$$

- Faustregel 2: Wellenlänge kleiner als zehnfache Leitungslängen, d.h.

$$Leitungslänge \geq \frac{\lambda}{10}$$

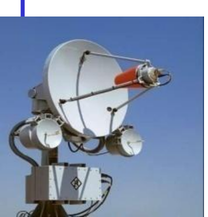
15

Messung des Wellenwiderstandes einer Leitung durch Pulsreflektrometrie

- Methode 1:
  Im Einschaltaugenblick gilt der Spannungsteiler

$$u_1 = u_0 \cdot \frac{Z_W}{Z_w + R_i}$$

- Methode 2:
  - Leitung mit Lastwiderstand abschließen.
  - Reflexion bei u1 (Leitungseingang) beobachten (Oszilloskop).
  - Den Lastwiderstand R_L solange ändern, bis keine Reflexionen mehr auftreten.
  - keine Reflexionen -> $R_L = Z_w$
  - „Keine Reflexion“ ist auch daran erkennbar, dass der Eingangsimpuls und der Ausgangsimpuls gleich sind.

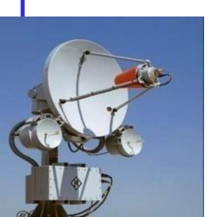


16

Aufgabe: schnelle Signale

- Ein FPGA-Baustein auf einer Printplatte ist mit weiteren Bausteinen verbunden. Die größte Leitungslänge ist 3cm. Welche minimale Anstiegszeit dürfen die Signalflanken nicht unterschreiten, damit man Wellenausbreitungs-vorgänge unberücksichtigt lassen darf?

- Bei einem Laboraufbau sind ein Signalgenerator, ein Oszilloskop und eine hochohmige Schaltung mit RG58-Kabel verbunden. Die drei 1m langen Kabelstücke sind mit einem BNC-T-Stücken verzweigt. Bis zu welcher maximalen Frequenz darf dieser Schaltungsaufbau verwendet werden?



17

Leitungsgleichungen bei sinusförmiger Erregung

Übergang zur komplexen Wechselstromrechnung:

$$L'\frac{di}{dt} \longrightarrow j\omega L'$$

$$C'\frac{du}{dt} \longrightarrow j\omega C'$$

ergibt:

$$\frac{d^2U(x)}{dx^2} = (R' + j\omega L')('G' + j\omega C')U(x)$$

Lösungsansatz bei sinusförmigen Signalen

Der Ansatz: $$U(x) = U'e^{-\gamma x} + U''e^{+\gamma x} = U_h(x) + U_r(x)$$

gibt folgende Ergebnisse:

$$\gamma = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} = \alpha + j\beta$$ ....komplexe Ausbreitungskonstante

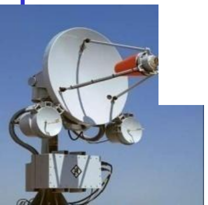
$$Z_W = \frac{U_h}{I_h} = \frac{U_r}{-I_r} = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$ ..... komplexer Wellenwiderstand

19

Leitungstypen

„RG“-Leitung (praktisch uninteressant)	Übertragungstechnik		Höchstfrequenztechnik „verlustlose“ Leitung
	„stark gedämpfte“ Leitung	„schwach gedämpfte“ Leitung	
$G' \gg j\omega C'$ $R' \gg j\omega L'$	$G' \ll j\omega C'$ $R' \gg j\omega L'$	$G' \ll j\omega C'$ $R' < j\omega L'$	$G' \ll j\omega C'$ $R' \ll j\omega L'$
$\alpha \approx \sqrt{R'G'}$ $\beta \approx 0$ $\underline{Z}_W = \sqrt{\frac{R'}{G'}}$	$\alpha = \beta \approx \sqrt{\frac{\omega R'C'}{2}}$ $\gamma = \alpha + j\beta \approx \approx \sqrt{j}\sqrt{\omega R'C'}$ $\underline{Z}_W \approx \sqrt{\frac{R'}{j\omega C'}} = = \sqrt{\frac{R'}{\omega C'}}\, e^{-j\frac{\pi}{4}}$	$\alpha \approx \frac{R'}{2\,\lvert\underline{Z}_W\rvert}$ $\beta \approx \omega\sqrt{L'C'}$ $\underline{Z}_W \approx \lvert\underline{Z}_W\rvert e^{j\varphi_Z}$ $\lvert\underline{Z}_W\rvert \approx \sqrt{\frac{L'}{C'}}$ $\varphi_Z \approx -\frac{R'}{2\omega L'}$	$\alpha\lambda \approx 0$ $\beta \approx \omega\sqrt{L'C'}$ $\underline{Z}_W \approx \sqrt{\frac{L'}{C'}}$

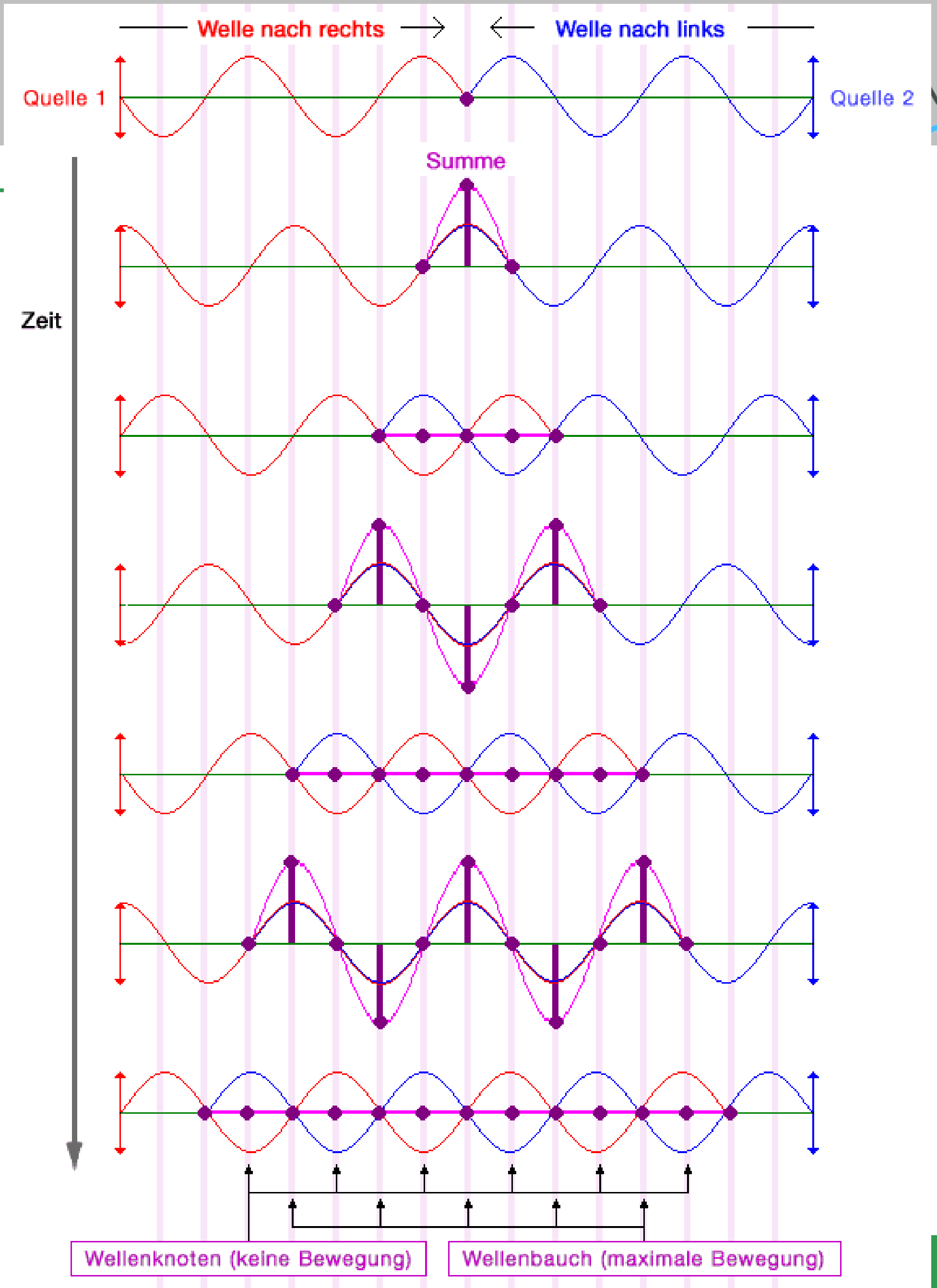
Bild 3.5-5 Frequenzabhängigkeit von γ und Z_W



20

Stehende Welle 1

- Hinlaufende und rücklaufende Welle überlagern sich:
  - u_h+u_r
  - i_h+i_r
- Es entstehen ortsfeste Spannungs- bzw. Strom-Maxima und Minima
  - u_h gleichphasig zu ur -> Spannungsmaximum
  - u_h gegenphasig zu ur -> Spannungsminimum

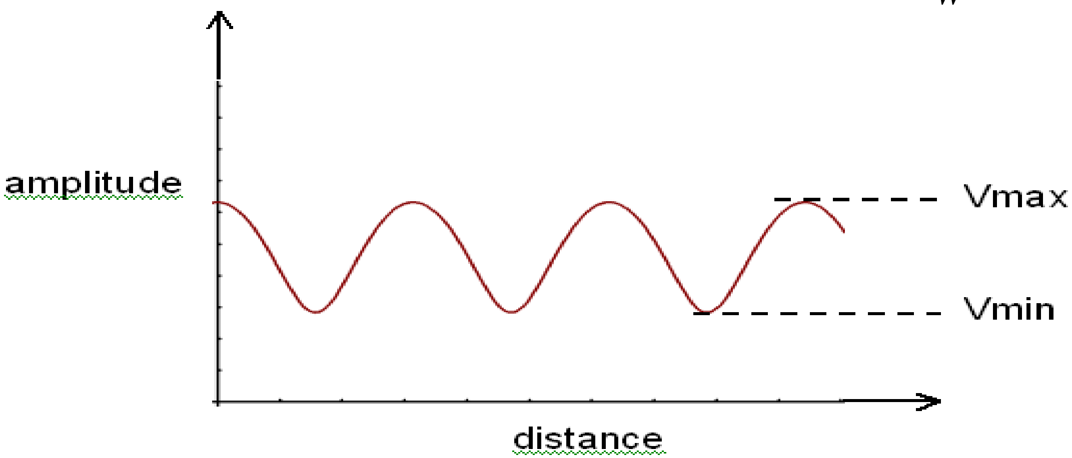


Stehende Welle 2

$$VSWR = \frac{u_{\max}}{u_{\min}} = \frac{|u_h| + |u_r|}{|u_h| - |u_r|} = \frac{1+|r|}{1-|r|}$$

$$Z_W > Z_L \Rightarrow VSWR = \frac{Z_W}{Z_L}$$

$$Z_W < Z_L \Rightarrow VSWR = \frac{Z_L}{Z_W}$$



Wertebereich von VSWR:

- Anpassung: r=0 -> VSWR=1
- Totalreflexion: r=1 -> VSWR=∞

Eingangswiderstand einer abgeschlossenen Leitung

Abschlusswiderstand Z_L
Der Eingangswiderstand ist periodisch mit $\lambda/2$

$$Z_{IN} = Z_0 \frac{\frac{Z_L}{Z_0} + j\tan(2\pi\frac{l}{\lambda})}{1 + j\frac{Z_L}{Z_0}\tan(2\pi\frac{l}{\lambda})}$$

Leerlauf-Eingangswiderstand: $Z_L = \infty$
kurze Leitung entspricht Kondensator

$$Z_{IN,LL} = -j\cot(2\pi\frac{l}{\lambda})$$

Kurzschluss-Eingangswiderstand: $Z_L = 0$
kurze Leitung entspricht Induktivität

$$Z_{IN,K} = j\tan(2\pi\frac{l}{\lambda})$$

23

Leitung als Bauelement

- Durch Kurzschluss und Leerlauf am Leitungsende sind beliebige Induktivitätswerte und Kapazitätswerte realisierbar.

  - Anwendung:
    - Stichleitung zur Anpassung
    - Stichleitung als Filter

- λ/4-Transformator: $Z_{IN} Z_L = Z_0^2$

24

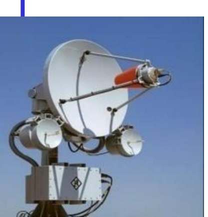
Aufgabe: Stehende Welle

geg:

RG58 Kabel mit der Länge 1m. Die Leitung wird mit einem Generator mit Ri = 50Ω angesteuert (f=300MHz), und ist mit RL = 100Ω abgeschlossen.

ges:

Skizziere die Anordnung. Berechne und skizziere die Stehwelle entlang der Leitung.



25

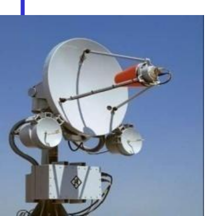
Aufgabe Leitungsfilter

geg:

Ein Sendeverstärker sendet mit einer Frequenz von 400MHz. Mit einer Stichleitung soll ein Leitungsfilter konstruiert werden, das die erste Oberwelle wegfiltert.

ges:

- Leitungsanordnung
- Übertragungsfunktion des Leitungsfilters.



26

Aufgabe: $\lambda/4$ Transformator

Ein HF-Verstärker wird mit einer HF-Leitung mit einer Antenne verbunden. Der Abstand von Verstärker und Antenne ist 2m. Die Sendefrequenz ist 500MHz. Die Antenne hat einen Eingangswiderstand von 50Ω. Der Verstärker hat einen Ausgangswiderstand von 20Ω.

Ein Teil der 2m langen Anschlussleitung wird als $\lambda/4$-Transformator ausgeführt, um damit eine Anpassung vorzunehmen.

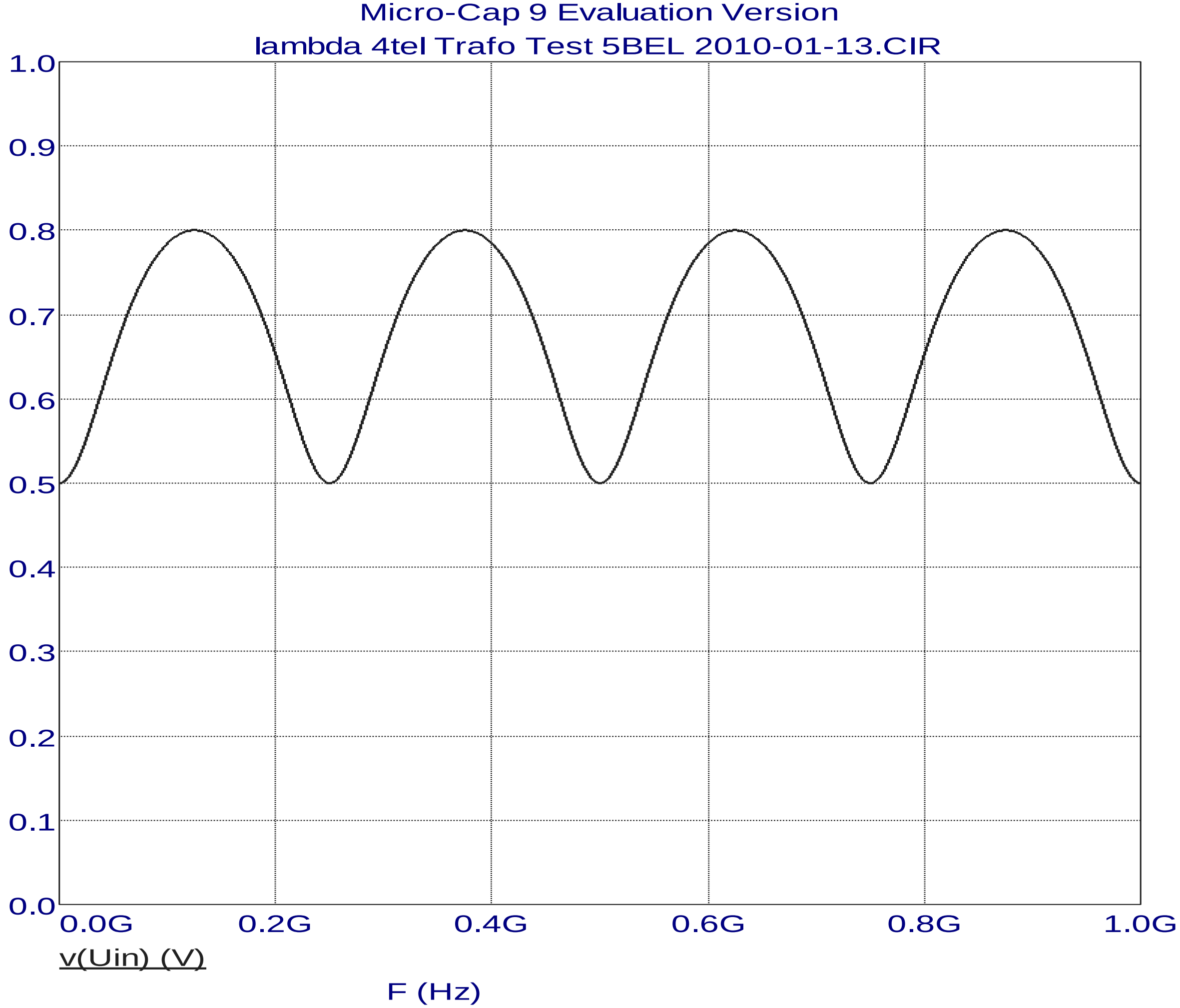
Skizziere die Anordnung und gib die Wellenwiderstände und die Längen der Leitungsstücke an.

27

Aufgabe: Leitungsmessung 1

geg:

- Generator: Ri =50Ω; U_0=1V
- Leitungslänge: 40cm
- Die Frequenz wird von 0Hz bis 1GHz durchgestimmt und es wird die Spannung am Eingang der Leitung gemessen. Dabei ergibt sich der in der nebenstehenden Abbildung gezeigte Frequenzverlauf.



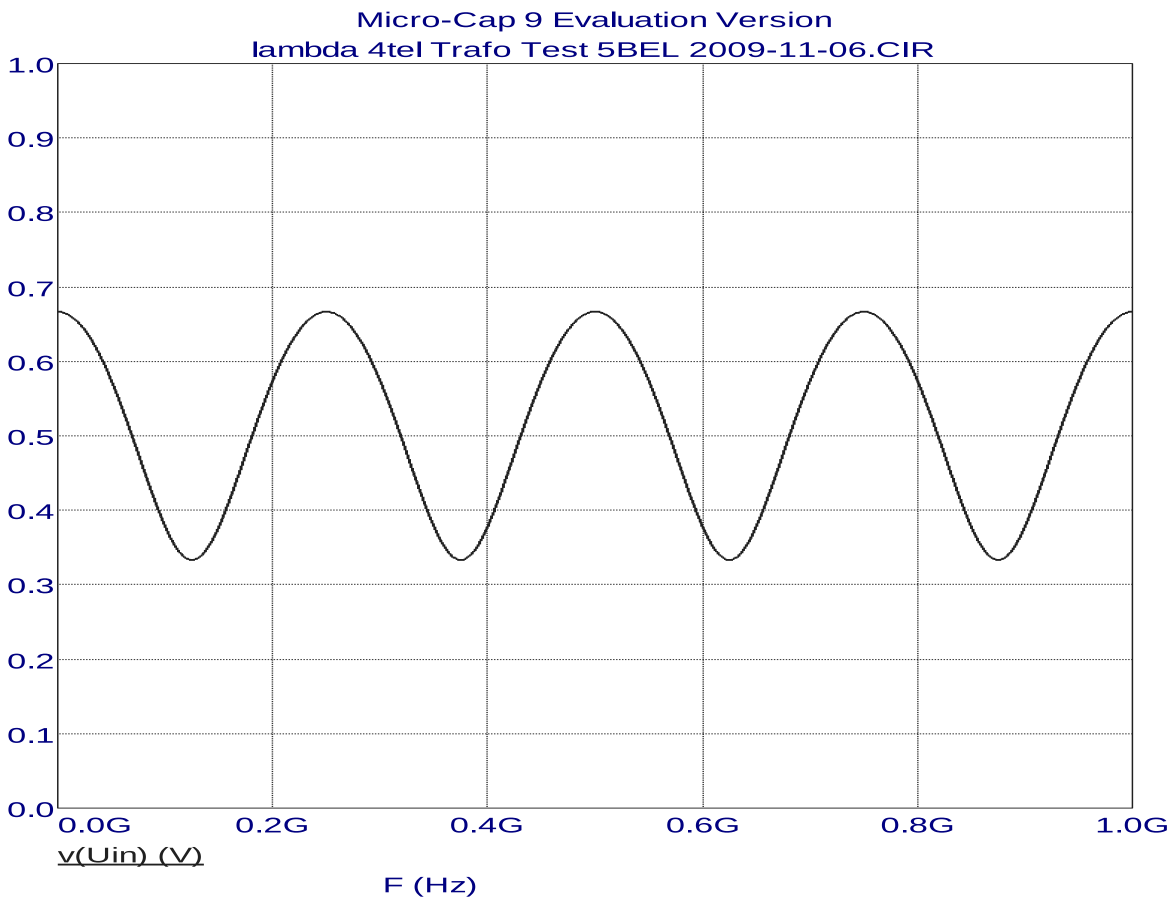
ges: VSWR; Z_L; Zw; c; L´; C´

28

Aufgabe: Leitungsmessung 2

geg:

- Generator: Ri =50Ω; U_0=1V
- Leitungslänge: 36cm
- Die Frequenz wird von 0Hz bis 1GHz durchgestimmt und es wird die Spannung am Eingang der Leitung gemessen. Dabei ergibt sich der in der nebenstehenden Abbildung gezeigte Frequenzverlauf.



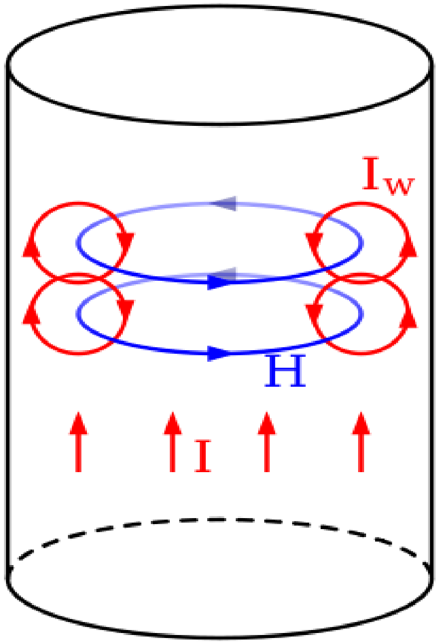
ges: VSWR; Z_L; Zw; c; L´; C´

29

Skineffekt Ursache

- Wechselstrom induziert Wirbelströme, die dem ursprünglichen Strom entgegengerichtet sind.

Frequenz	δ
50 Hz	9.38 mm
60 Hz	8.57 mm
10 kHz	0.66 mm
10 MHz	21 µm



$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\,\sigma\,\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu_0 \mu_r \sigma}}$$

σ ....Leitfähigkeit

Skineffekt Gegenmaßnahmen

- Leitungen mit möglichst großer Oberfläche:
  Rohre sparen Material und Gewicht. Wo kein Strom fließt, braucht man auch kein Leitermaterial.
- Oberfläche hochleitfähig beschichten: Gold, Silber
- Oberfläche sehr glatt -> Stromweg kürzer
- Hochfrequenzlitze: viele gegeneinander isolierte Drähte;
  so verflochten, dass im Mittel jeder Einzeldraht möglichst jede Stelle im Gesamtquerschnitt der Litze gleich oft einnimmt.

31