

FFT-Fensterfunktion (Quelle: <http://de.wikipedia.org/wiki/Fensterfunktion>; 2011-12-20)

Der Begriff **Fensterfunktion** stammt aus der digitalen Signalverarbeitung. Die Fensterfunktion legt fest, mit welcher Gewichtung die bei der Abtastung eines Signals gewonnenen Abtastwerte innerhalb eines Ausschnittes (Fenster) in nachfolgende Berechnungen eingehen. Fensterfunktionen kommen bei der Frequenzanalyse (z. B. mittels diskreter Fouriertransformation), beim Filterdesign, beim Beamforming und anderen Signalverarbeitungsanwendungen zum Einsatz.

Frequenzanalyse

Ein andauerndes Signal wird in der Regel in Blöcken verarbeitet. Da Blocklängen in der Praxis endlich sind, kommt es zum sogenannten Leck-Effekt (englisch *Leakage effect*), wenn die Blocklänge nicht gerade ein natürlichzahliges Vielfaches der Periode des Signals ist. Das errechnete Frequenzspektrum wird zu breit, es ist bildlich gesprochen „verschmiert“. Dieser Effekt resultiert aus den Eigenschaften der Fourier-Transformation (Multiplikation von Signalen führt zu Faltung im Frequenzraum).

Durch die Verwendung einer geeigneten Fensterfunktion lässt sich der Effekt vermindern, aber nicht ganz vermeiden. Das Signal wird hierbei meistens am Fensterbeginn „eingebledet“ und am Fensterende „ausgebledet“, was zu einer künstlichen Periodisierung des Signals innerhalb der Zeitfensterlänge führt.

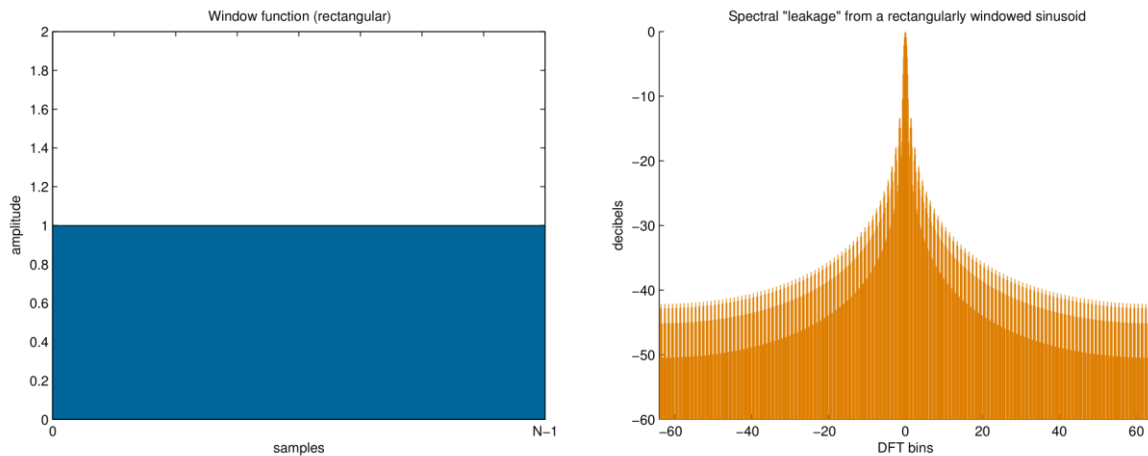
Die Fensterfunktion beeinflusst neben der spektralen Verbreiterung außerdem die Frequenzselektivität und den maximal möglichen spektralen Fehler. Es gibt verschiedene Fensterfunktionen unterschiedlicher Komplexität. Die Auswahl einer passenden Fensterfunktion ist daher stets ein Kompromiss, der den speziellen Anforderungen des jeweiligen Anwendungsfalls Rechnung trägt.

Beispiele von Fensterfunktionen

Im folgenden sind gebräuchliche Fensterfunktionen dargestellt. In den Grafiken sind in der linken Darstellung die diskreten Fensterfunktion mit N Werten dargestellt, außerhalb des dargestellten Bereiches weist jede Fensterfunktion den in den Grafiken nicht explizit dargestellten Wert 0 auf. In der rechten Darstellung ist das der Fensterfunktion zugeordnete Frequenzspektrum mit 128 Frequenzkomponenten abgebildet und wie es durch die Diskrete Fourier-Transformation (DFT) gewonnen wird. Das Signal wird im Frequenzbereich mit diesem Spektrum der Fensterfunktion gefaltet, wobei die Bewertung von idealen Fensterfunktionen meist durch ein schmales Spektrum um die Mittenfrequenz und starke Dämpfungen ausserhalb gekennzeichnet ist.

Dabei ist M gerade und die Fensterbreite. n ist der aktuelle Index des Eingangssignals.

Rechteck-Fenster



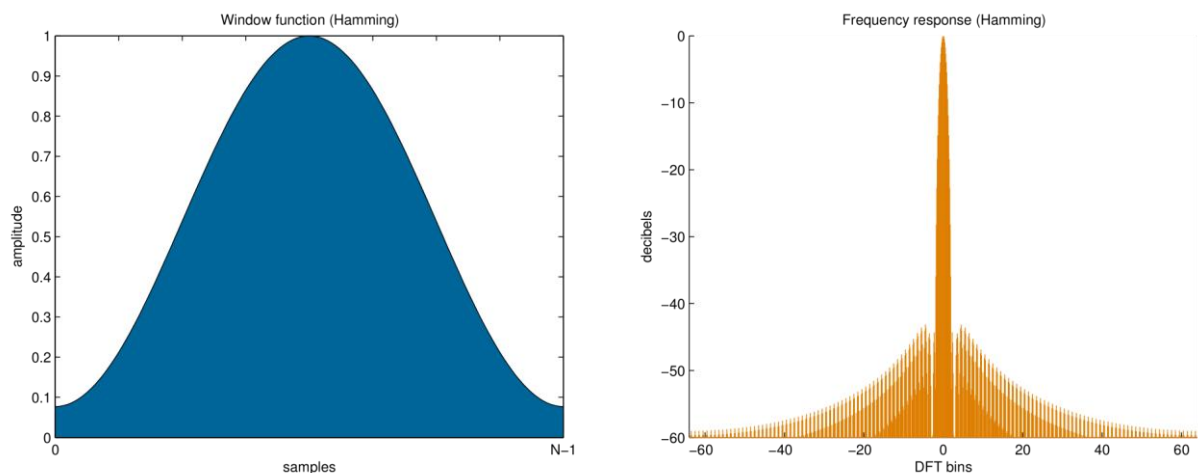
Rechteck-Fensterfunktion

Die Rechteck-Fensterfunktion ist im gesamten Fensterbereich 1 und außerhalb 0. Die Funktion ist gegeben als:

$$w(n) = 1, \quad n = 0 \dots M - 1$$

Die einfache Verarbeitung des Eingangssignals in Blöcken entspricht der Anwendung dieser Fensterfunktion. Das Betragsspektrum entspricht dem Betragsverlauf der si-Funktion. Nur im Sonderfall wenn die Fensterbreite exakt ein ganzzahliges Vielfaches der Periodendauer der harmonischen Signalschwingung umfasst, tritt bei zeitdiskreten Signalen zufolge der Fensterung mit dem Rechteck-Fenster kein Leckeffekt auf.

Hamming-Fenster



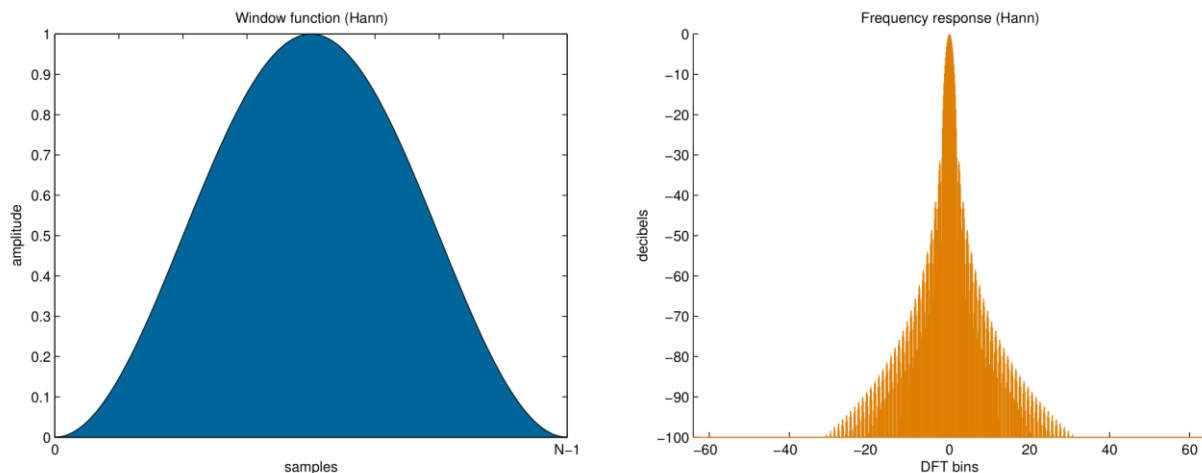
Hamming-Fensterfunktion

Funktion:

$$w(n) = 0,54 + 0,46 \cdot \cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right), \quad n = -\frac{M}{2}, \dots, \frac{M}{2} - 1$$

dabei ist M die Fensterbreite und n der aktuelle Index des Eingangssignals. Diese Fensterfunktion ist benannt nach Richard Hamming.

von-Hann-Fenster



Hann-Fensterfunktion

Auch bezeichnet als Raised-Cosinus-Fenster, mit folgender Funktion:

$$w(n) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right) \right],$$

mit

$$n = -\frac{M}{2}, \dots, \frac{M}{2} - 1$$

Die Bezeichnung Hann-Fenster stammt aus der Publikation „Particular Pairs of Windows.“ von R. B. Blackman und John W. Tukey (veröffentlicht in „The Measurement of Power Spectra, From the Point of View of Communications Engineering“, New York: Dover, 1959, pp. 98-99), die dieses nach Julius von Hann benannt haben. Aus diesem Artikel stammt auch die weit verbreitete Bezeichnung **Hanning-Fenster**, wobei dort jedoch lediglich die Anwendung des Hann-Fensters als „hanning“ (abgeleitet von „to hann“) bezeichnet wird.

Weitere Fensterfunktionen: Siehe Quellenangabe