

2. SCHULARBEIT 4AHELT

17. 12. 2012

Gruppe: B

- 1) Berechne $\det A$ und das Element a_{23} der Kehrmatrix :

7

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & -2 & 0 \\ 2 & 4 & -3 & 6 \end{pmatrix}$$

- 2) Löse folgende Matrizengleichung für:

7

$$A := \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad C := \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

det. A, B, C

$$C + B \cdot X = A \cdot X$$

- 3) Löse folgendes Integral durch Reihenentwicklung - min. 5 Glieder :

8

$$\int \frac{1}{\sqrt{4+x^2}} dx$$

- 4) Stelle folgende Funktion als Fourierreihe dar (mind. 10 Glieder)

10

$$f(x) := \begin{cases} 1 & \text{if } 0 \leq x < \frac{3\pi}{2} \\ 0 & \text{if } \frac{3\pi}{2} \leq x < 2\pi \end{cases} \quad \text{in periodischer Fortsetzung!}$$

HTBL u. VA. ST. PÖLTEN

Schuljahr: 2012/13

Vor- und Zuname: Clemens Ull

Klasse: GAHEL

Kat.-Nr. 19

2. Schularbeit

aus Mathematik

am 17.12.12

Aufgabe:

1) $\det A = -3 \cdot \begin{vmatrix} 15 & 3 \\ -10 & -2 \\ 24 & -3 \end{vmatrix} + 6 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 5 \\ -10 & -2 \end{vmatrix}$

$$= -3(-20 - 12 - (15 \cdot 8)) + 6(-20 - 12 - (-5 \cdot 8))$$

$$= -3(-39) + 6(-19) = 3 \Rightarrow A^{-1} \checkmark$$

a_{23} von A^{-1} : $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & -3 & 6 \end{vmatrix} \cdot \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}(3 \cdot 6 - 9 - (18 + 6))$

$$= -\frac{1}{3} \cdot 3 = -1 \checkmark$$

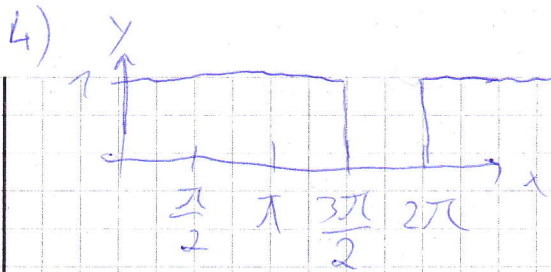
2) $\frac{1}{2} \left(1 + \frac{x^2}{4} \right)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow 1 + \left(-\frac{1}{2} \right) \frac{x^2}{4} + \left(-\frac{1}{2} \right) \left(\frac{x^2}{4} \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} \right) \left(\frac{x^2}{4} \right)^3 + \left(-\frac{1}{2} \right) \left(\frac{x^2}{4} \right)^4$

$$-\frac{1}{2} \left(-\frac{3}{2} \right) = \frac{3}{8} \left(-\frac{5}{2} \right) = -\frac{5}{16} \left(-\frac{7}{2} \right) = \frac{35}{128}$$

$$\frac{1}{2} \int \left(1 + \left(-\frac{1}{2} \right) \frac{x^2}{4} + \frac{3}{8} \frac{x^4}{16} - \frac{5}{16} \frac{x^6}{64} + \frac{35}{128} \frac{x^8}{256} + \dots \right) dx$$

$$\frac{1}{2} \left(x - \frac{x^3}{24} + \frac{3x^5}{640} - \frac{5x^7}{7168} + \frac{35x^9}{294912} \right) + C$$

$$\approx \frac{x}{2} - \frac{x^3}{48} + \frac{3x^5}{1280} - \frac{5x^7}{14336} + \frac{35x^9}{589824} + C \checkmark$$



$$A_0 = \frac{3}{4} \checkmark$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{3\pi}{2}} f(x) \cdot \cos(nx) dx$$

$$= \frac{1}{n\pi} \cdot (\underbrace{\sin(n \cdot \frac{3\pi}{2})}_{0} - \underbrace{\sin(0)}_0) \checkmark$$

$$n = 2, 4, 6, 8, \dots \rightarrow a_n = 0$$

$$n = 1, 5, 9, \dots \rightarrow a_n = -\frac{1}{n\pi}$$

$$n = 3, 7, 11, \dots \rightarrow a_n = \frac{1}{n\pi} \checkmark$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{3\pi}{2}} f(x) \cdot \sin(nx) dx$$

$$= \frac{1}{n\pi} \cdot (-\underbrace{\cos(n \cdot \frac{3\pi}{2})}_1 + \underbrace{\cos(0)}_1) = \frac{1}{n\pi} (1 - \cos(n \cdot \frac{3\pi}{2})) \checkmark$$

$$\rightarrow n = 4, 8, 12, \dots \rightarrow b_n = 0$$

$$n = 1, 3, 5, \dots \rightarrow b_n = \frac{1}{n\pi}$$

$$n = 2, 6, 10, \dots \rightarrow b_n = \frac{2}{n\pi} \checkmark$$

$$a_1 = -\frac{1}{\pi}$$

$$a_2 = 0$$

$$a_3 = \frac{1}{3\pi}$$

$$a_4 = 0$$

$$a_5 = -\frac{1}{5\pi}$$

$$a_6 = 0$$

$$a_7 = \frac{1}{7\pi}$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi}$$

$$b_2 = \frac{1}{2\pi} = \frac{1}{\pi}$$

$$b_3 = \frac{1}{3\pi}$$

$$b_4 = 0 \quad b_5 = \frac{1}{5\pi}$$

$$b_6 = \frac{2}{6\pi} = \frac{1}{3\pi} \quad b_7 = \frac{1}{7\pi}$$

$$f(x) = \frac{3}{4} - \frac{1}{\pi} \cos x + \frac{1}{\pi} \sin x + \frac{21}{2\pi} \sin 2x + \frac{1}{\pi} \frac{\cos 3x}{3} +$$

$$\frac{1}{\pi} \frac{\sin 3x}{3} - \frac{1}{\pi} \frac{\cos 5x}{5} + \frac{1}{\pi} \frac{\sin 5x}{5} + \frac{21}{\pi} \frac{\sin 6x}{6 \cdot 3}$$

$$\frac{1}{\pi} \frac{\cos 7x}{7} + \frac{1}{\pi} \frac{\sin 7x}{7} + \dots \checkmark$$

$$\frac{1}{20} \begin{pmatrix} 5 & -5 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 25 \\ -25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{20} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2) C + D \cdot X = A \cdot X$$

$$C = A \cdot X - B \cdot X$$

$$C = (A - B) \cdot X$$

$$\star (A - B)^{-1} \cdot C = X$$

$$X = (A - B)^{-1} \cdot C$$

$$\det(A - B) = 20$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 5 & -5 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(A - B)^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{20}$$

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ -10 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{20} = \begin{pmatrix} -1 & 15 \\ -9 & 15 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{20} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{20} & \frac{15}{20} \\ -\frac{9}{20} & \frac{15}{20} \end{pmatrix}$$

1)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & -2 & 0 \\ 2 & 4 & -3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\det A = -1 \begin{vmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 0 \\ 4 & -3 & 6 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 0 \\ 2 & 4 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= -(72 - 45 - (36 + 30)) - 2(60 + 12 - (30 + 24))$$

$$= -(-39) - 2(18) = 3 \checkmark$$

$$2) (A - B) X$$

$$\begin{pmatrix} 5 & -5 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 15 \\ -9 & 15 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{20} = \begin{pmatrix} -40 & 0 \\ -20 & 60 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{20} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = C \checkmark$$

32/32

+ Selamat