

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM
COMPUTACIONAL

Igor Pires dos Santos

Uma Ferramenta Computacional para Simulação de Escoamento Pulsátil em
Modelos de Árvores Arteriais 1D

Juiz de Fora

2021

Igor Pires dos Santos

**Uma Ferramenta Computacional para Simulação de Escoamento Pulsátil em
Modelos de Árvores Arteriais 1D**

Dissertação apresentada ao da Universidade
Federal de Juiz de Fora como requisito parcial
à obtenção do título de Mestre em Modelagem
Computacional.

Orientador: Titulação Rafael Alves Bonfim de Queiroz

Coorientador: Titulação Ruy Freitas Reis

Juiz de Fora

2021

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Pires dos Santos, Igor.

Uma Ferramenta Computacional para Simulação de Escoamento Pulsátil
em Modelos de Árvores Arteriais 1D / Igor Pires dos Santos. – 2021.
66 f. : il.

Orientador: Rafael Alves Bonfim de Queiroz

Coorientador: Ruy Freitas Reis

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Programa
de Pós-Graduação em Modelagem Computacional. , 2021.

1. Árvores arteriais. 2. Escoamento pulsátil. 3. Hemodinâmica
Computacional. I. Alves Bonfim de Queiroz, Rafael, orient. II. Dr..

Igor Pires dos Santos

**Uma Ferramenta Computacional para Simulação de Escoamento Pulsátil em
Modelos de Árvores Arteriais 1D**

Dissertação apresentada ao da Universidade
Federal de Juiz de Fora como requisito parcial
à obtenção do título de Mestre em Modelagem
Computacional.

Aprovada em (dia) de (mês) de (ano)

BANCA EXAMINADORA

Titulação Rafael Alves Bonfim de Queiroz - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Titulação Nome e sobrenome
Universidade ???

Titulação Nome e sobrenome
Universidade ??

Dedico este trabalho ...

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos ...

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

RESUMO

IGOR: faltar iniciar este resumo com uma introdução e motivação que podem ser tirados do seu capítulo introdução. Neste trabalho, apresentam-se: (i) modelo matemático da literatura que descreve o escoamento sanguíneo pulsátil em modelos de árvores arteriais 1D, (ii) uma ferramenta computacional desenvolvida que calcula a pressão e fluxo em cada vaso a partir do modelo matemático . Os resultados obtidos neste trabalho estão condizentes com dados numéricos relatados na literatura.

Palavras-chave: Árvores arteriais. Escoamento pulsátil. Hemodinâmica Computacional.

ABSTRACT

IGOR: escrever primeiro o resumo em português e depois traduzi-lo. In this work, the following are presented: (i) an analytical scheme based on physics and mathematics laws to calculate the local characteristics of the pressure and flux wave in 1D arterial tree's models, (ii) a computational environment developed to simulate and visualize the results of the model's construction and hemodynamic studies. The results produced in this work are consistent to real morphometric data and numeric data related in the literature.

Keywords: Árvores arteriais. Pulsatile flow. Computational hemodynamics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Notação usada para identificar cada segmento de vaso (k, j) (figura adaptada de (DUAN, 1986)).	31
Interface gráfica da ferramenta desenvolvida.	41
Representação de classes de um elemento inteligente. WiseElement a classe abstrata base e seus componentes: WiseStructure representa a estrutura contida em um arquivo VTK e DataStructure representa a estrutura de ponteiros e variáveis utilizadas na iteração. Tingido de azul as estruturas que nem sempre estão presentes.	43
Tipos de elementos inteligentes. WiseGraphic, um gráfico bidimensional. WiseMesh, uma malha bidimensional. WisePoly, uma malha tridimensional. WiseArteryTree, uma árvore arterial	43
Pontos utilizados na especificação do modelo geométrico. Linhas utilizadas na especificação do modelo geométrico, através dos pontos previamente definidos. Células utilizadas na especificação do modelo geométrico, através dos pontos previamente definidos.	44
Máquina de Status que controla o funcionamento de um elemento inteligente.	45
Elemento inteligente enquanto no estado Warming.	45
Elemento inteligente enquanto no estado Cold.	46
Elemento inteligente enquanto no estado Hot.	46
Arquitetura de classes fábrica e fluxo de trabalho do elemento inteligente WiseElement. A fábrica WiseElementFactory é responsável por criar o elementos inteligentes, a fábrica WiseIterationFactory é responsável pela iteração do elemento inteligente e a fábrica GraphicFactory é responsável por criar as estruturas de visualização.	47
Objeto inteligente WiseObject e todos seu componentes: WiseObjectFactory, fábrica responsável pela criação de objetos inteligentes de um determinado tipo; WiseIterationFactory, fábrica de iteração; WiseGraphicFactory, fábrica gráfica; WiseCollection, coleção de elementos inteligentes; GraphicModel, coleção de objetos gráficos.	49
Modelo gráfico GraphicModel, contém uma coleção de objetos gráficos. . . .	49
Modelo gráfico GraphicModel, contém uma coleção de objetos gráficos. . . .	51
Tipos de objetos gráficos GraphicObjects.	51
Tipos de elementos gráficos GraphicElements. Point, um ponto. Line, uma linha. Quad, um quadrado. Cube, um cubo. Cylinder, um cilindro. Sphere, uma esfera.	52
Representação do modelo de árvore arterial canina (figura adaptada de (DUAN, 1986)).	53

Amplitude da pressão $ P $ ao longo da árvore arterial considerando diferentes viscosidade do fluido μ e frequências: (a) $f = 3,65$ Hz, (b) $f = 7,30$ Hz.	55
Amplitude da pressão $ P $ ao longo da árvore arterial considerando diferentes viscosidade do fluido μ e frequências: (a) $f = 10,95$ Hz, (b) $f = 14,60$ Hz.	56
Amplitude da pressão $ P $ ao longo da árvore arterial considerando diferentes valores de viscoelasticidade ϕ_0 e frequências: (a) $f = 3,65$ Hz, (b) $f = 7,30$ Hz.	57
Amplitude da pressão $ P $ ao longo da árvore arterial considerando diferentes valores de viscoelasticidade ϕ_0 e frequências: (a) $f = 10,95$ Hz, (b) $f = 14,60$ Hz.	58
Amplitude da impedância de entrada $ Z $ em função da frequência f : (a) efeito da viscosidade (b) impacto da viscoelasticidade.	59
Amplitude da pressão $ P $ ao longo da árvore arterial X considerando viscosidade $\mu = 1,0\mu_0$, viscoelasticidade $\phi_0 = 8^\circ$	60
Impedância de entrada $ Z $ em função da frequência f considerando viscosidade $\mu = 1,0\mu_0$, viscoelasticidade $\phi_0 = 8^\circ$	61

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades de cada vaso arterial do modelo.	35
Tabela 2 – Propriedades dos segmentos do modelo de árvore arterial (DUAN, 1986; DUAN, 1984)	53

LISTA DE SÍMBOLOS

p	Pressão
q	Fluxo
t	Tempo
x	Coordenada axial ao longo do tubo arterial
c	Velocidade de onda
Y	Admitância do segmento arterial
Y_r	Valor da admitância característica do vaso raiz
A	Área da seção transversal do vaso
ρ	Densidade do fluido
w	Frequência angular
f	Frequência da onda
L	Comprimento do tubo arterial
k	Geração do vaso na árvore
j	Posição do vaso na geração da árvore
E	Módulo de Young
h	Espessura da parede do vaso
p_f	Pressão na posição proximal do vaso
p_b	Pressão na posição distal do vaso
R	Coefficiente de Reflexão
Y_e	Admitância efetiva do vaso
α	Número de Womersley
ϵ	Fator viscoso do vaso
ϕ	Propriedade atrelada a viscoelasticidade da parede
μ	Viscosidade no segmento arterial
J_p	Função de Bessel de índice p

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	25
2	MODELAGEM DO ESCOAMENTO SANGUÍNEO PULSÁ- TIL EM ÁRVORES ARTERIAIS	29
2.1	MODELO MATEMÁTICO	29
2.1.1	Cálculo da pressão e do fluxo sanguíneo	31
2.1.2	Cálculo dos coeficientes de reflexão e da admitância	32
2.1.3	Cálculo da impedância de entrada	33
2.1.4	Incorporação da viscosidade e viscoelasticidade no modelo	34
2.2	MODELAGEM COMPUTACIONAL	35
3	Ferramenta computacional	41
3.1	Estrutura de Dados	42
3.1.1	Elemento Inteligente	42
3.1.2	Fábricas	47
3.1.3	Objeto Inteligente	48
3.1.4	Objeto Gráfico	50
4	RESULTADOS NUMÉRICOS E DISCUSSÕES	53
5	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	63
	REFERÊNCIAS	65

1 INTRODUÇÃO

Estudos de simulação hemodinâmica têm sido frequentemente baseados em modelos de árvores arteriais para obter uma melhor compreensão de todos os aspectos relacionados ao escoamento sanguíneo, desde a propagação de ondas e análise do pulso de pressão, passando pelo diagnóstico e inclusive com aplicações no planejamento cirúrgico. Como a representação do sistema cardiovascular através de um modelo puramente 3D que leve em conta a estrutura geométrica exata de todos os vasos não é, no momento, viável computacionalmente, vêm sendo empregados modelos dimensionalmente heterogêneos conhecidos como 0D (zero-dimensional)–1D (unidimensional)–3D (tridimensional) (FORMAGGIA J.F. GERBEAU, 2001).

Modelos 3D (PESKIN, 1972; TAYLOR T.J.R. HUGHES, 1998) são utilizados para estudar em detalhe a hemodinâmica local de distritos arteriais de interesse, e a geometria destes modelos são provenientes de dados anatômicos obtidos normalmente via reconstrução de imagens médicas de pacientes específicos. Modelos 1D (AVOLIO, 1980; FORMAGGIA D. LAMPONI, 2003; STERGIOPULOS D.F. YOUNG, 1992) são adotados para representar as artérias de maior calibre e a estrutura geométrica destes modelos pode ser construída a partir de dados anatômicos. Tais modelos são capazes de capturar os efeitos de propagação de ondas (ANLIKER R.L. ROCKWELL, 1971; DUAN, 1986), a interação das reflexões destas ondas e dar como resultado um pulso de pressão e vazão com significado fisiológico tanto em artérias centrais como periféricas. No entanto, um modelo 1D de toda a árvore arterial sistêmica não é possível devido à falta de dados anatômicos precisos das regiões periféricas. Portanto, a árvore tem que ser truncada em algum nível. Normalmente, este truncamento é feito empregando modelos 0D (MATES F.J. KLOCKE, 1988; STERGIOPULOS D.F. YOUNG, 1992) conhecidos por terminais Windkessel à jusante da posição distal do modelo 1D para representar o comportamento de distritos arteriais relacionados com o nível de arteríolas e capilares.

IGOR: os dois parágrafos acima estão legais no sentido da ideia para se colocar em uma introdução, mais necessitam ser um pouco reescritos e principalmente, citar referências mais recentes de estudos hemodinâmicas envolvendo modelos 3D, 1D, 0D, e modelos acoplados 0D-1D, 3D-1D-0D. Vale a pena buscar estas referências e ler a introdução deste artigos

A incidência maior de picos na onda de pressão ao percorrer a aorta já foi documentada como evidência para os efeitos da reflexão em árvores vasculares (KOUCHOUKOS L.C. SHEPPARD, 1970; LIGHTHILL, 1975; MCDONALD, 1974). Enquanto as áreas de reflexão não podem ser completamente conhecidas ou localizadas, é geralmente aceito que a forma da onda de pressão é modificada significativamente enquanto progride pela aorta, de uma forma que só pode ser explicada por reflexões de onda. Um entendimento mais claro

da relação entre modificações e fatores de modificação motiva a busca e desenvolvimento de modelos matemáticos que determinam a forma da onda que o pulso de pressão toma em cada ponto ao percorrer uma árvore arterial.

Dentro deste contexto, adotou-se neste trabalho o modelo matemático de Duan e Zamir (DUAN, 1986) que descreve escoamento sanguíneo pulsátil em árvores arteriais. Estes autores propuseram um modelo relativamente simples para representação da pressão sanguínea e do fluxo em um modelo de árvore arterial. Dentro de cada segmento de vaso, o escoamento sanguíneo foi calculado baseado em uma aproximação de Womersley, incluindo a elasticidade da parede, bem como a densidade do sangue e a viscosidade.

A capacidade de capturar o pico de pressão existente no escoamento sanguíneo justificativa a escolha do modelo matemático de Duan e Zamir para implementação e simulação computacional. Este modelo possibilita o cálculo correto das características locais das ondas de pressão e fluxo a medida que elas progridem ao longo de um modelo de árvore 1D e se tornam modificadas por reflexões de onda.

IGOR: escreva um parágrafo de trabalhos da literatura que citam e utilizam o modelo de Duan e Zamir. Busque referências na literatura. Lembrando que esta referência (DUAN, 1986) está errada. A referência correta é de 1995. Principalmente, cite o seu trabalho publicado na revista Mundi deste parágrafo.

1.1 Objetivos

Os objetivos que norteiam este trabalho são:

- desenvolver uma ferramenta computacional capaz de simular o modelo matemático de Duan e Zamir;
- aplicar a ferramenta desenvolvida considerando diferentes cenários hemodinâmicos para investigar os efeitos da viscosidade sanguínea e da viscoelasticidade da parede do vaso no escoamento sanguíneo

1.2 ORGANIZAÇÃO

Os demais capítulos deste trabalho estão organizados como segue:

- Capítulo 2 -
- Capítulo 3 – Neste capítulo, apresenta-se a ferramenta computacional desenvolvida em C++, a qual contou com a utilização das bibliotecas Qt/OpenGL para ajudar na elaboração da interface gráfica
- Capítulo 4 —

- Capítulo 5

IGOR: complemente esta seção de organização. Recomendo fortemente ler a introdução da minha dissertação e tese para ter mais ideias de como montar uma introdução para sua dissertação.

2 MODELAGEM DO ESCOAMENTO SANGUÍNEO

IGOR: está errada a citação do trabalho do método de Duan e Zamir (1995), não é a citação que colocou (DUAN, 1986).

Neste capítulo, apresenta-se em detalhe o modelo matemático de Duan e Zamir (DUAN, 1986), para o escoamento sanguíneo pulsátil em árvores arteriais. Por fim, apresenta um algoritmo que sistematiza os passos dos cálculos realizados para obtenção da pressão e fluxo ao longo da árvore arterial.

2.1 MODELO MATEMÁTICO

A propagação de ondas em um tubo é governada pela equações da onda para a pressão $p(x, t)$ e fluxo $q(x, t)$ como seguem:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -cY \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{c}{Y} \frac{\partial q}{\partial x}, \quad (2.2)$$

nos quais t é o tempo, x é a coordenada axial ao longo do tubo, c é a velocidade de onda, $Y = \frac{A}{\rho c}$ é a admitância e A é a área da seção transversal do tubo, e ρ é a densidade do fluido. Estas equações são baseadas na linearização das equações de movimento do fluido (DUAN, 1984; LIGHTHILL, 1975).

Para uma onda harmônica simples, as equações (2.1) e (2.2) resultam em:

$$p = \bar{p}_0 \exp \left[i\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] + R\bar{p}_0 \exp \left[i\omega \left(t - \frac{2L}{c} + \frac{x}{c} \right) \right], \quad (2.3)$$

$$q = Y \left\{ \bar{p}_0 \exp \left[i\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] - R\bar{p}_0 \exp \left[i\omega \left(t - \frac{2L}{c} + \frac{x}{c} \right) \right] \right\}, \quad (2.4)$$

onde $\omega = 2\pi f$ é a frequência angular, f é frequência em Hertz, L é o comprimento do tubo, \bar{p}_0 é a amplitude da onda incidente, R é o coeficiente de reflexão definido pela razão entre as ondas refletidas pelas ondas que chegam no local de reflexão (DUAN, 1984; KARREMAN, 1952) e i é a unidade imaginária ($i^2 = -1$).

As equações (2.3) e (2.4) para pressão e fluxo são aplicadas em cada segmento de vaso do modelo de árvore arterial, tomando $x = 0$ para o nó proximal e $x = L$ para o nó distal do segmento. Um segmento de vaso é definido pelo intervalo vascular entre dois locais de ramificação (ZAMIR, 1988). No sistema arterial, as bifurcações são os locais de ramificação mais comuns (ZAMIR, 1976).

Em (DUAN, 1986), um segmento de vaso é identificado por (k, j) , onde o primeiro k representa o nível da geração e j representa a ordem do segmento naquela geração, como mostrado na Figura 1. Desta forma, a pressão e o fluxo ao longo de um segmento (k, j) do

modelo de árvore arterial são dados por:

$$\begin{aligned} p(k, j) &= \bar{p}(k, j) \exp \left[i\omega \left(t - \frac{x(k, j)}{c(k, j)} \right) \right] \\ &+ R(k, j) \bar{p}(k, j) \exp \left[i\omega \left(t - \frac{2L(k, j)}{c(k, j)} + \frac{x(k, j)}{c(k, j)} \right) \right], \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} q(k, j) &= Y(k, j) \left\{ \bar{p}(k, j) \exp \left[i\omega \left(t - \frac{x(k, j)}{c(k, j)} \right) \right] \right. \\ &\left. - R(k, j) \bar{p}(k, j) \exp \left[i\omega \left(t - \frac{2L(k, j)}{c(k, j)} + \frac{x(k, j)}{c(k, j)} \right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

nos quais $\bar{p}(k, j)$ é a amplitude combinada do grupo de ondas progressivas no segmento (k, j) e $R(k, j)$ é o coeficiente de reflexão no final daquele segmento, como é chamado a razão das ondas progressivas pelas atrasadas avaliadas no nó distal $x(k, j) = L(k, j)$.

O grupo de ondas progressivas viaja no sentido positivo de $x(k, j)$, estas são compostas de ondas progressivas vindo de vasos acima deste, bem como, ondas refletidas na junção à montante $x(k, j) = 0$. O grupo de ondas atrasadas viaja no sentido oposto e é composto por ondas vindas de vasos à jusante como ondas refletidas na junção à jusante $x(k, j) = L(k, j)$.

As equações (2.5) e (2.6) descrevem, respectivamente, as ondas de pressão e de fluxo localmente em um segmento (k, j) do modelo de árvore, e localmente na posição $x(k, j)$ dentro deste segmento de vaso. As duas variáveis desconhecidas são a amplitude da pressão $\bar{p}(k, j)$ e o coeficiente de reflexão $R(k, j)$, que são detalhados na Seção 2.1.1.

A Figura 1 mostra a notação usada para identificar cada segmento de vaso (k, j) , onde k é a geração/nível do vaso e j é um número sequencial dentro daquela geração. Os nós proximal e distal do segmento (k, j) são denotados por A e B , respectivamente. O coeficiente de reflexão $R(k, j)$ do segmento (k, j) está associado ao nó distal B .

Na equação (2.6), tem-se a admitância característica para cada segmento dada por:

$$Y(k, j) = \frac{A(k, j)}{\rho(k, j)c(k, j)}, \quad (2.7)$$

nos quais $A(k, j)$ é a área da seção transversal do segmento (k, j) , $\rho(k, j)$ é a densidade do fluido dentro do vaso e $c(k, j)$ é a velocidade da onda correspondente. A admitância de um segmento é uma medida do quanto o segmento permite o fluxo.

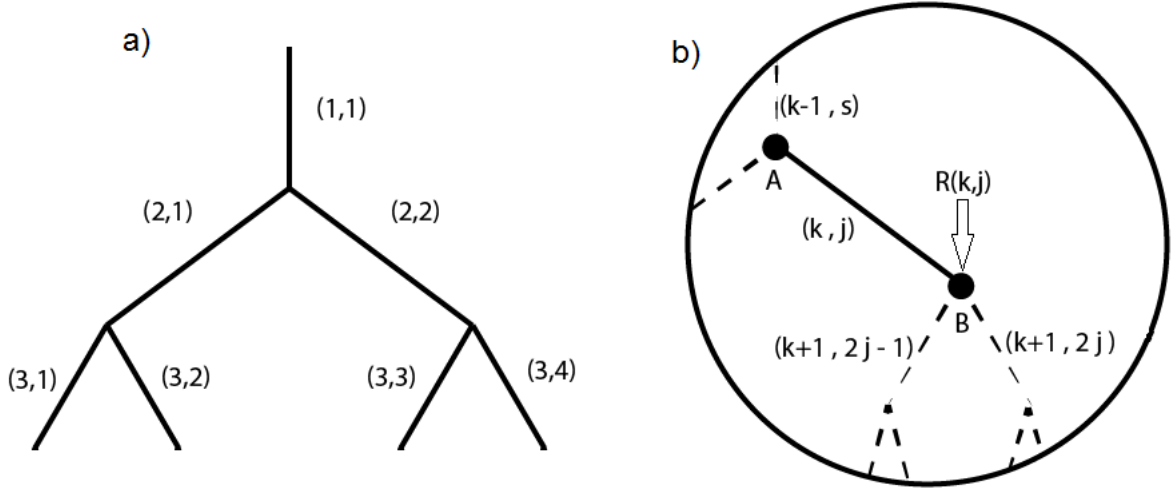
Assumindo um segmento elástico de parede fina, a velocidade da onda $c(k, j)$ é calculada por (DUAN, 1984):

$$c(k, j) = \sqrt{\frac{E(k, j)h(k, j)}{\rho(k, j)d(k, j)}}, \quad (2.8)$$

onde $E(k, j)$ é o módulo de Young, $d(k, j)$ é o diâmetro do segmento (k, j) e $h(k, j)$ é a

espessura da parede do segmento, a qual neste estudo é dada por (DUAN, 1986):

$$h(k, j) = 0,05d(k, j). \quad (2.9)$$



– Notação usada para identificar cada segmento de vaso (k, j) (figura adaptada de (DUAN, 1986)).

2.1.1 Cálculo da pressão e do fluxo sanguíneo

Para determinar a pressão $\bar{p}(k, j)$ em um certo segmento (k, j) , aplica-se a condição de continuidade de pressão no nó proximal A (ver Figura 1). Escrevendo as componentes progressiva e atrasada da onda como $p_f(k, j)$ e $p_b(k, j)$ respectivamente, a pressão na posição proximal do segmento $x(k, j) = 0$ é dada por:

$$[p(k, j)]_A = [p_f(k, j)]_A + [p_b(k, j)]_A, \quad (2.10)$$

nos quais as pressões $[p_f(k, j)]_A$ e $[p_b(k, j)]_A$ são expressas por:

$$[p_f(k, j)]_A = \bar{p}(k, j) \exp[i\omega t], \quad (2.11)$$

$$[p_b(k, j)]_A = R(k, j)\bar{p}(k, j) \exp\left[i\omega\left(t - \frac{2L(k, j)}{c(k, j)}\right)\right]. \quad (2.12)$$

Similarmente, a pressão no segmento pai $(k - 1, s)$ pode ser escrita como:

$$p(k - 1, s) = p_f(k - 1, s) + p_b(k - 1, s), \quad (2.13)$$

nos quais s é um número sequencial do segmento pai e as pressões $p_f(k - 1, s)$ e $p_b(k - 1, s)$ são dadas por:

$$p_f(k - 1, s) = \bar{p}(k - 1, s) \exp\left[i\omega\left(t - \frac{x(k - 1, s)}{c(k - 1, s)}\right)\right], \quad (2.14)$$

$$p_b(k - 1, s) = R(k - 1, s)\bar{p}(k - 1, s) \exp\left[i\omega\left(t - \frac{2L(k - 1, s)}{c(k - 1, s)} + \frac{x(k - 1, s)}{c(k - 1, s)}\right)\right].$$

No nó distal do vaso superior, $x(k-1, s) = L(k-1, s)$, a pressão é dada por:

$$[p(k-1, s)]_A = [p_f(k-1, s)]_A + [p_b(k-1, s)]_A, \quad (2.15)$$

nos quais

$$[p_f(k-1, s)]_A = \bar{p}(k-1, s) \exp \left[i\omega \left(t - \frac{L(k-1, s)}{c(k-1, s)} \right) \right], \quad (2.16)$$

$$[p_b(k-1, s)]_A = R(k-1, s) \bar{p}(k-1, s) \exp \left[i\omega \left(t - \frac{L(k-1, s)}{c(k-1, s)} \right) \right]. \quad (2.17)$$

A condição de continuidade da pressão exige que na junção ela assuma um único valor, portanto

$$[p_f(k-1, s)]_A + [p_b(k-1, s)]_A = [p_f(k, j)]_A + [p_b(k, j)]_A. \quad (2.18)$$

Substituindo as equações (2.11), (2.12), (2.16) e (2.17) na equação (2.18) e resolvendo para $\bar{p}(k, j)$, resulta em:

$$\bar{p}(k, s) = \frac{\bar{p}(k-1, s) [1 + R(k-1, s)] \exp \left[-\frac{i\omega L(k-1, s)}{c(k-1, s)} \right]}{1 + R(k, j) \exp \left[-2i\omega \frac{L(k, j)}{c(k, j)} \right]}. \quad (2.19)$$

Conforme Duan e Zamir (DUAN, 1986), para efeitos de cálculo da pressão e fluxo, adimensionalizam-se as pressões em (2.19) em termos da pressão de entrada $p_0 = \bar{p}_0 \exp[i\omega t]$.

Considerando $P(k, j) = \frac{p(k, j)}{p_0}$ e $\bar{P}(k, j) = \frac{\bar{p}(k, j)}{\bar{p}_0}$, a equação (2.5) para o cálculo da pressão pode ser expressa de forma adimensionalizada por:

$$\begin{aligned} P(k, j) &= \bar{P}(k, j) \{ \exp[-i\beta(k, j)X(k, j)] \\ &\quad + R(k, j) \exp[-i2\beta(k, j)] \exp[i\beta(k, j)X(k, j)] \}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

nos quais $\beta(k, j) = \frac{\omega L(k, j)}{c(k, j)}$ e $X = \frac{x(k, j)}{L(k, j)}$. Similarmente, a equação (2.6) para o fluxo $q(k, j)$ pode ser obtida de forma adimensionalizada por:

$$\begin{aligned} Q(k, j) &= M(k, j) \bar{P}(k, j) \{ \exp[-i\beta(k, j)X(k, j)] \\ &\quad - R(k, j) \exp[-i2\beta(k, j)] \exp[i\beta(k, j)X(k, j)] \}, \end{aligned} \quad (2.21)$$

nos quais $Q(k, j) = \frac{q(k, j)}{q_0}$, $M = \frac{Y(k, j)}{Y(1, 1)}$ e $q_0 = Y(1, 1)p_0$. O cálculo da admitância $Y(1, 1)$ na posição proximal do segmento raiz, ou seja, da artéria de alimentação é apresentado na próxima seção.

2.1.2 Cálculo dos coeficientes de reflexão e da admitância

Para determinar os coeficientes de reflexão nas junções, consideram-se as duas junções A e B das extremidades de um segmento genérico (k, j) de um modelo de árvore

arterial (ver Figura 1). Na posição distal B , o coeficiente de reflexão é definido por (DUAN, 1984; LIGHTHILL, 1975):

$$R(k, j) = \frac{Y(k, j) - [Y_e(k+1, 2j) + Y_e(k+1, 2j-1)]}{Y(k, j) + [Y_e(k+1, 2j) + Y_e(k+1, 2j-1)]}, \quad (2.22)$$

nos quais $Y_e(k+1, 2j-1)$ e $Y_e(k+1, 2j)$ são admitâncias efetivas nos segmentos à jusante de B . Estas admitâncias são determinadas pela razão entre o fluxo e pressão naquela posição, que é dada por:

$$Y_e(k+1, s) = \frac{Y(k+1, s) \{1 - R(k+1, s) \exp[-i2\beta(k+1, s)]\}}{1 + R(k+1, s) \exp[-i2\beta(k+1, s)]}, \quad (2.23)$$

nos quais $s = 2j-1$ e $2j$ são os números sequenciais dos dois segmentos filhos e $R(k+1, s)$ é o coeficiente de reflexão na posição distal de cada segmento. Similarmente, $Y_e(k, j)$, a admitância na posição proximal A do segmento (k, j) pode ser dada por:

$$Y_e(k, j) = \frac{Y(k, j) \{1 - R(k, j) \exp[-i2\beta(k, j)]\}}{1 + R(k, j) \exp[-i2\beta(k, j)]}. \quad (2.24)$$

Substituindo $R(k, j)$ da equação (2.22) em (2.24), obtém-se uma equação para cálculo das admitâncias efetivas ao longo do modelo de árvore arterial:

$$Y_e(k, j) = \frac{Y(k, j)[Y_e(k+1, 2j) + Y_e(k+1, 2j-1) + iY(k, j) \tan \beta(k, j)]}{Y(k, j) + i[Y_e(k+1, 2j) + Y_e(k+1, 2j-1)] \tan \beta(k, j)}. \quad (2.25)$$

Em segmentos terminais, pode ser assumido que não ocorrem mais reflexões à jusante das posições distais destes segmentos, portanto a admitância efetiva destes segmentos é igual às suas admitâncias características. Adotando a equação (2.24), todas as admitâncias efetivas podem ser determinadas percorrendo a árvore a partir dos segmentos terminais até o segmento raiz.

2.1.3 Cálculo da impedância de entrada

A impedância vascular de um modelo de árvore arterial é expresso por

$$z = \frac{p}{q}, \quad (2.26)$$

onde p e q podem ser definidos pelas equações (2.3) e (2.4), respectivamente. Dados que $p(k, j) = P(k, j)p_0$, $q(k, j) = Q(k, j)q_0$ e $q_0 = Y(1, 1)p_0$, em termos de variáveis adimensionalizadas, a impedância pode ser reescrita por

$$Z = \frac{P(k, j)}{Y(1, 1)Q(k, j)}. \quad (2.27)$$

A impedância de entrada de um modelo de árvore arterial determina Z na posição proximal do vaso raiz, ou seja, em $x(k, j) = 0$.

Adotando as equações (2.20) e (2.21) com $x(k, j) = 0$, obtém-se a impedância de entrada:

$$Z = \frac{-1}{Y(1, 1)}. \quad (2.28)$$

Em suma, a impedância de entrada em módulo é o inverso da admitância característica da artéria de alimentação.

2.1.4 Incorporação da viscosidade e viscoelasticidade no modelo

A partir do modelo matemático aqui apresentado, os seguintes cenários podem ser investigados nas simulações hemodinâmicas:

- **cenário 1:** análise do impacto da viscosidade sanguínea ($\mu(k, j)$).

Os efeitos da viscosidade sanguínea podem ser investigados por substituir a velocidade da onda $c(k, j)$ por uma velocidade da onda complexa (DUAN, 1995):

$$c_v(k, j) = c(k, j)\sqrt{\epsilon}, \quad (2.29)$$

onde ϵ é um fator viscoso que corresponde a um tubo elástico com restrições (DUAN, 1995). Seja α o número de Womersley adimensional

$$\alpha = r(k, j)\sqrt{\frac{\omega\rho(k, j)}{\mu(k, j)}}, \quad (2.30)$$

o fator viscoso ϵ é calculado por:

$$\epsilon = 1 - F_{10}(\alpha), \quad (2.31)$$

onde a função F_{10} é avaliada deste modo:

$$F_{10}(\alpha) = \frac{2J_1(i^{1,5}\alpha)}{\alpha i^{1,5}J_0(i^{1,5}\alpha)}, \quad (2.32)$$

onde J_p denota a função de Bessel de índice p .

- **cenário 2:** análise do impacto da viscoelasticidade da parede do vaso (ϕ_0).

A viscoelasticidade da parede do segmento é incorporado substituindo o módulo de Young estático $E(k, j)$ por um módulo elástico complexo $E_c(k, j)$ no cálculo da velocidade $c(k, j)$ na equação (2.8) da seguinte forma (DUAN, 1986):

$$E_c(k, j) = |E_c(k, j)|\exp\{i\phi\}, \quad (2.33)$$

onde ϕ é o ângulo de fase entre a pressão e o deslocamento da parede do segmento (TAYLOR, 1966) expresso por $\phi = \phi_0[1 - \exp(-\omega)]$ e $|E_c(k, j)|$ corresponde ao módulo de Young fornecido para a simulação.

- **cenário 3:** efeitos da viscosidade sanguínea ($\mu(k, j)$) e da viscoelasticidade da parede do segmento (ϕ_0) de forma combinada.

Neste último cenário, utiliza-se a equação (2.33) para determinar a velocidade da onda $c(k, j)$ (2.8) no modelo. Com este resultado, calcula-se a equação (2.29) para determinar a velocidade complexa $c_v(k, j)$ a ser considerada no modelo.

2.2 MODELAGEM COMPUTACIONAL

IGOR: fiz mais uma revisão nesta seção. Cheque se tudo está coerente com o quis dizer após minhas alterações no texto.

Nesta seção, detalham-se alguns aspectos da estrutura de dados e algoritmos que descrevem os passos para o cálculo das equações da pressão P e fluxo Q definidas em (2.20) (2.21), respectivamente.

Inicialmente, salientam-se que as equações (2.22) e (2.23) expõem a necessidade de valores $Y_e(k + 1, 2j)$ e $Y_e(k + 1, 2j - 1)$ atrelados aos vasos adjacentes na posição distal do vaso (k, j) . Por outro lado, o valor da pressão média do vaso (k, j) calculado usando a equação (2.19) depende de valores à montante desse vaso, ou seja, do valor $\bar{p}(k - 1, s)$. Tendo isto em vista, a estrutura de dados desenvolvida utiliza de ponteiros para acessar as propriedades de artérias à montante e a jusante de um vaso do modelo.

Neste trabalho, adotou-se a linguagem de programação C++. Essa linguagem de programação escolhida permite que objetos **sejam passados por referência**. **Ao passar um objeto por referência, o endereço de memória é enviado, dando total acesso aos parâmetros do objeto, este endereço é chamado de ponteiro. Ao enviar o ponteiro do vaso raiz, é possível acessar todo o modelo de árvore arterial.** Cada vaso arterial do modelo contém as propriedades apresentadas na Tabela 1, além de ponteiros para os vasos adjacentes.

valores conhecidos	unidade	valores calculados	unidade
comprimento (L)	cm	velocidade da onda (c)	cm/s
densidade (ρ)	g/cm ³	beta (β)	—
módulo de Young (E)	g/cms ²	velocidade angular (ω)	rad/s
viscosidade (μ_0)	cm ² /s	espessura da parede (h)	cm
raio (r)	cm	número de Womersley (α)	—
		admitância característica (Y)	cm ⁴ s/g
		admitância efetiva (Y_e)	cm ⁴ s/g
		coeficiente de reflexão (R)	g/cm ⁴ s
		fator viscoso (ϵ)	—
		pressão (P)	—
		pressão média (\bar{p})	—
		fluxo (Q)	—

Tabela 1 – Propriedades de cada vaso arterial do modelo.

Além das propriedades especificadas na Tabela 1, o vaso possui ainda três ponteiros para os seus vasos adjacentes. Um destes ponteiros, para o vaso adjacente ao seu nó proximal, ou seja, para o seu vaso pai $(k - 1, s)$. Os demais ponteiros para os vasos adjacentes ao seu nó distal, ou seja, para seus vasos filhos à esquerda (*esq*) e à direita (*dir*) expressos por $(k + 1, 2j - 1)$ e $(k + 1, 2j)$, respectivamente. Este arranjo de ponteiros é equivalente a uma árvore duplamente encadeada, onde através de um único ponteiro para um vaso é possível trafegar a árvore nos dois sentidos. Isto é útil quando é necessário acessar propriedades de outro vaso para se determinarem por exemplo, a pressão média, coeficientes de reflexão e admitâncias de um dado vaso.

Os ponteiros permitem também definir se o vaso é a raiz ou uma folha. Caso o ponteiro para o segmento superior $(k - 1, s)$ seja igual ao valor da *flag* nula se trata de um vaso raiz. Caso ambos vasos $(k + 1, 2j - 1)$ e $(k + 1, 2j)$ sejam iguais ao valor da *flag* nula se trata de vaso folha, isto é, um vaso terminal.

Basicamente, os passos para determinar as ondas de pressão e fluxo que percorrem um modelo de árvore arterial usando o modelo de Duan e Zamir são dados por:

1. Cálculo da admitância característica (Y) de cada vaso;
2. Cálculo da admitância efetiva (Y_e) de cada vaso;
3. Cálculo do coeficiente de reflexão (R) de cada vaso;
4. Armazenar valor da admitância característica (Y_r) do vaso raiz, isto é, o valor de $Y(1, 1)$;
5. Cálculo da pressão média (\bar{p}) em cada vaso;
6. Cálculo das ondas de pressão e fluxo P e Q .

Os passos acima mencionados podem ser organizados no Algoritmo 1. Esse algoritmo tem como entrada: o modelo de árvore arterial (\mathcal{MAA}) com seus vasos caracterizados por suas propriedades, a frequência (f) em Hz, um fator de escala da viscosidade (γ_μ), o parâmetro da viscoelasticidade da parede (ϕ) e a quantidade de espaçamento para discretização de um vaso (N).

O Algoritmo 1 proposto tem dois módulos, a saber: \mathcal{M}_1 e \mathcal{M}_2 . O módulo \mathcal{M}_1 realiza o cálculo percorrendo o caminho a partir dos vasos finais até o vaso raiz (estratégia do tipo *bottom-up*). O módulo \mathcal{M}_2 realiza os cálculos percorrendo o modelo a partir do

vaso raiz até os vasos terminais (abordagem do tipo *top-bottom*).

Algoritmo 1: Cálculos hemodinâmicos do modelo de árvore arterial (\mathcal{MAA}).

Entrada: $\mathcal{MAA}, f, \gamma_\mu, \phi, \bar{p}_0, N$

início

- | inicializa vaso v a partir do vaso raiz;
- | **se** $existe(v)$ **então**
- | | Chama $\mathcal{M}_1(v, f, \gamma_\mu, \phi_0)$ e armazena Y_r ;
- | **fim**
- | **se** $existe(Y(1, 1))$ **então**
- | | Chama $\mathcal{M}_2(v, \bar{p}_0, Y_r, N)$;
- | **fim**

fim

O módulo \mathcal{M}_1 do Algoritmo 1 visa calcular os valores de admitância efetiva (Y_e), admitância característica (Y) e coeficiente de reflexão (R) de cada vaso. Este módulo é definido pelo Algoritmo ???. Necessitam-se das admitâncias efetivas dos vasos à justante do vaso k ($Y_e(k+1, 2j-1)$ e $Y_e(k+1, 2j)$) estejam definidas. Em vista disso, verifica-se a existência dos vasos à justante do vaso atual tanto a esquerda (*esq*) quanto a direita (*dir*) e caso existam realiza-se uma chamada recursiva. Após o retorno das chamadas recursivas, calculam-se as propriedades do vaso atual. Assim, as propriedades do vasos à jusante do vaso atual serão conhecidas, ou seja, já terão sido determinadas $Y_e(k+1, 2j-1)$ e $Y_e(k+1, 2j)$.

Algoritmo 2: \mathcal{M}_1 – Cálculo das admitâncias e coeficiente de reflexão.

```

 $\mathcal{M}_1(v, f, \gamma_\mu, \phi)$ 
início
  se existe( $v \rightarrow esq$ ) então
    |  $\mathcal{M}_1(v \rightarrow esq, f, \gamma_\mu, \phi)$ ;
  fim
  se existe( $v \rightarrow dir$ ) então
    |  $\mathcal{M}_1(v \rightarrow dir, f, \gamma_\mu, \phi)$ ;
  fim
  Calcula as propriedades  $c, \omega, \beta$ ;
  se ( $\gamma_\mu == 0$ ) e ( $\phi == 0$ ) então
    | Calcula  $Y$ ;
  fim
  senão
    | se ( $\gamma_\mu \neq 0$ ) então
      | Calcula  $\alpha, \epsilon, E_v, c_v$  e  $Y_v$ ;
      | Atualiza  $E = E_v, c = c_v$  e  $Y = Y_v$ ;
    | fim
    | se ( $\phi \neq 0$ ) então
      | Calcula  $E_c$ ;
      | Atualize  $E = E_c$ ;
    | fim
  fim
  se ( $v$  é um vaso terminal) então
    |  $Y_e = Y$  e  $R = 0$ ;
  fim
  senão
    | Calcula  $Y_e$  e  $R$ ;
  fim
fim

```

O módulo 2 (\mathcal{M}_2) do Algoritmo 1 visa calcular o valor da pressão média, pressão e fluxo em cada vaso. Esse módulo é expresso no Algoritmo ???. Como expresso na equação (2.19), o valor da pressão média requer o valor da pressão média do vaso à montante ($k - 1, s$). Com isso, inicialmente, se o vaso atual é a artéria de alimentação (raiz), neste caso $\bar{p} = \bar{p}_0$. Caso contrário, calcula-se \bar{p} com a equação (2.19). Em seguida, o valor das ondas de pressão e fluxo são obtidas ao longo de cada vaso 1D, que são discretizados. Por fim, a recursão é enviada aos segmentos inferiores, desta forma se

garante a existência de um valor $\bar{p}(k-1, s)$.

Algoritmo 3: \mathcal{M}_2 – Cálculo da pressão e fluxo ao longo de cada vaso.

$\mathcal{M}_2(v, \bar{p}_0, Y_r, N)$

início

se *(v é o vaso raiz)* **então**
 | $\bar{p} = \bar{p}_0$;

fim

senão

 | Calcula \bar{p} ;

fim

 Calcula $P(X_i)$ e $Q(X_i)$, onde $X_i \in [0, 1]$;

se *existe*($v \rightarrow \text{esq}$) **então**

 | $\mathcal{M}_2(v \rightarrow \text{esq}, \bar{p}_0, Y_r, N)$;

fim

se *existe*($v \rightarrow \text{dir}$) **então**

 | $\mathcal{M}_2(v \rightarrow \text{dir}, \bar{p}_0, Y_r, N)$;

fim

fim

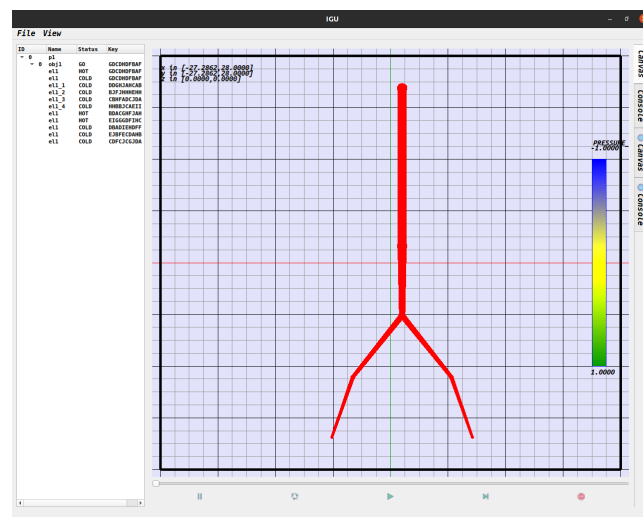
No Algoritmo ?? tem-se que N denota a quantidade de espaçamento dX no intervalo $[0, 1]$ para discretização de um vaso. Assim, $dX = 1/N$ e $X_i = idX$ ($i = 0, 1, \dots, N$).

3 FERRAMENTA COMPUTACIONAL

Nesta seção apresentam-se detalhes da ferramenta computacional desenvolvida para simulação do escoamento sanguíneo em modelos de árvores arteriais. Com esta ferramenta, o usuário poderá visualizar a estrutura da árvore arterial e depois da simulação hemodinâmica, visualizar curvas de distribuição de fluxo sanguíneo e pressão.

Esta ferramenta foi desenvolvida em C++ utilizando as bibliotecas comuns do Qt 5.15.0 (QT, 2019) e do OpenGL (GROUP, 2019), que ajudam na construção da interface gráfica e na exibição de objetos, como árvores arteriais e gráficos. Ela foi nomeada de *Iterador Gráfico Universal* (IGU), pois em seu modelo de classes qualquer objeto que implemente a classe *WiseObject*, elucidada na Seção 3.1, está apto para realizar iterações e desenhar-se através de diretivas OpenGL em um objeto de interface gráfica. Buscou-se no desenvolvimento desta ferramenta alto grau de generalização para que possa ser utilizada por diferentes objetos dentro do ambiente. Além de árvores arteriais menciona-se que a ferramenta itera diferentes estruturas de dados, entre eles malhas estruturadas e não estruturadas, por isto uma nomenclatura genérica.

A Figura 2 ilustra a ferramenta desenvolvida. À seguir, apresentam-se em detalhes a implementação computacional realizada.



– Interface gráfica da ferramenta desenvolvida.

Através da modelagem de classes no paradigma do C++ (PARKER, 1959), foi possível realizar diversas generalizações para ampliar a quantidade de objetos que podem ser inseridos neste modelo de classes. Na seção seguinte apresentamos um esquema de classes virtuais, ou abstratas, que foram criadas para facilitar o manuseio dos objetos dentro do ambiente computacional e prover funções básicas, a classe *WiseElement*. Objetos que recebem essa estrutura básica por herança são nomeados de elementos inteligentes.

3.1 Estrutura de Dados

Nesta seção apresentam-se detalhes da estrutura de dados adotada no funcionamento da ferramenta computacional. Como mencionado na Seção 2.2 é utilizada uma estrutura de ponteiros que é capaz de armazenar todas as informações do modelo geométrico da árvore arterial. A ferramenta computacional foi desenvolvida para ser capaz de armazenar, carregar e iterar este modelo bem como gerar novas estruturas para visualização.

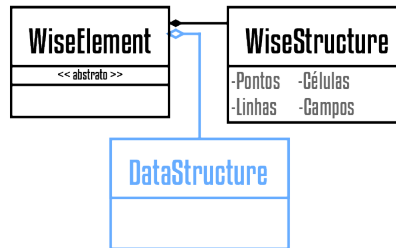
As seções à seguir descrevem a estrutura de dados genérica, sendo o modelo principal de estudo é o estudo do fluxo pulsátil atravessando a estrutura de uma árvore arterial e a visualização de seus resultados. Em versões anteriores deste ambiente computacional os objetos eram definidos em apenas uma classe abstrata, com diversos métodos virtuais que precisavam ser implementados, isto acarretava em classes herdeiras extremamente complexas. Isto porque o mesmo objeto ficava responsável por mais de uma função, era capaz de se instanciar, de se iterar e se desenhar na tela através de diretivas OpenGL. Além disso, após iterar o objeto repetidas vezes não era possível analisar objetos de iterações passadas, isto porque os dados eram sempre sobrescritos.

Com estas barreiras em mente, a classe representante do modelo foi dividida em suas funções e fábricas ficam responsáveis por suas novas instâncias. A classe de elemento inteligente, *WiseElement*, que é responsável por manter uma estrutura genérica do modelo e gerenciar a localização desta estrutura. Outra atribuição dada as fábricas foi a iteração dos modelos contidos em um elemento inteligente, isto porque o processo de iteração envolve a criação de um novo objeto para que não haja sobrescrita. Os objetos gráficos, *GraphicObject*, são objetos criados à partir da estrutura contida em um elemento inteligente que são capazes de se desenhar.

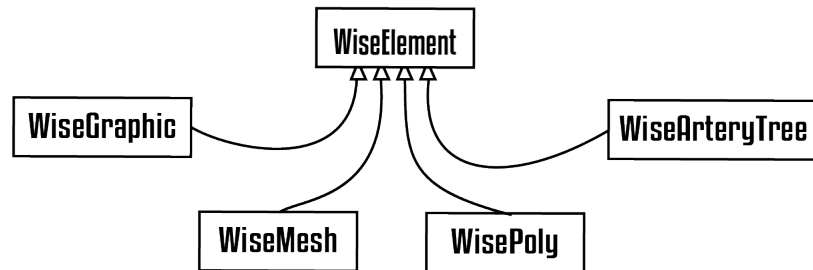
3.1.1 Elemento Inteligente

Através das estruturas estruturadas e desestruturadas presentes na biblioteca *VTK* (*Visualization ToolKit*) é possível descrever os mais diversos tipos de dados com diretivas simples. Baseando-se nessa estrutura básica a arquitetura presente na Figura 3 foi criada.

A Figura 3 mostra que um elemento inteligente é composto por duas outras estruturas: A primeira *WiseStructure*, utiliza pontos, linhas, células e campos para determinar estruturas geométricas; A segunda *DataStructure*, representa os dados abstratos específicos de cada elemento. Estas estruturas são equivalentes entre si, isto é feito para que a estrutura siga um formato padrão de pontos, linhas, células e campos seja mantida enquanto dados abstratos equivalentes podem ser utilizados. Isto significa que os dados de uma árvore arterial estão disponíveis na estrutura padrão *WiseStructure* e também disponibiliza ponteiros através da *DataStructure* de uma *WiseArteryTree*.



- Representação de classes de um elemento inteligente. *WiseElement* a classe abstrata base e seus componentes: *WiseStructure* representa a estrutura contida em um arquivo VTK e *DataStructure* representa a estrutura de ponteiros e variáveis utilizadas na iteração. Tingido de azul as estruturas que nem sempre estão presentes.



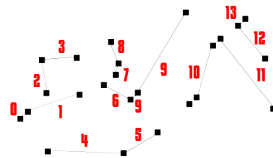
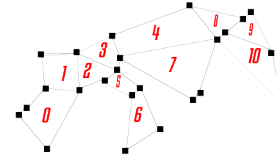
- Tipos de elementos inteligentes. *WiseGraphic*, um gráfico bidimensional. *WiseMesh*, uma malha bidimensional. *WisePoly*, uma malha tridimensional. *WiseArteryTree*, uma árvore arterial

Como demonstrado na Figura 4 um elemento inteligente é aquele que implementa a classe abstrata *WiseElement*, os dados abstratos de cada classe podem ser salvos na estrutura disponível (*WiseStructure*) e utilizados quando necessário.

Os elementos inteligentes servem como estruturas de armazenamento padrão para que possam ser utilizados por outros objetos. O ciclo de manipulação desses elementos se divide em três partes: A criação, aonde os objetos podem ser criados à partir de exemplos pré-definidos ou através de um arquivo de entrada *VTK* ou *XML* (*eXtensible Markup Language*); A iteração, processo em que o elemento inteligente com todas as estruturas definidas e consistentes é utilizado para o cálculo de alguma lógica pré-definida; A exibição, como os elementos inteligentes possuem uma variedade de parâmetros, foi criada uma estrutura com um único parâmetro que é especializada em desenhar-se na tela.

O elemento inteligente então poderá ser representado em qualquer uma das estruturas que o compõe, sendo *DataStructure* a estrutura de dados abstratos utilizados em cada

iteração e a *WiseStructure* utilizada principalmente para leitura e escrita. Em seguida, poderá ser também visualizado ao criar-se uma estrutura equivalente *GraphicObject*, que possuirá os elementos gráficos e as diretivas *OpenGL* necessárias para visualizar a forma.

Pontos**Linhas****Células**

- Pontos utilizados na especificação do modelo geométrico. Linhas utilizadas na especificação do modelo geométrico, através dos pontos previamente definidos. Células utilizadas na especificação do modelo geométrico, através dos pontos previamente definidos.

Utilizando pontos e linhas é possível representar o mesmo modelo geométrico de uma árvore arterial, basta considerar cada ponto uma bifurcação de vasos e cada segmento de vaso uma linha. Através dessa estrutura de dados é possível armazenar e acessar dados sobre cada ponto e linha, desta forma é possível armazenar as informações de cada segmento pertencente à uma árvore arterial através da estrutura *WiseStructure*. Para dados gerais do modelo, como a frequência f , os campos da estrutura são utilizados.

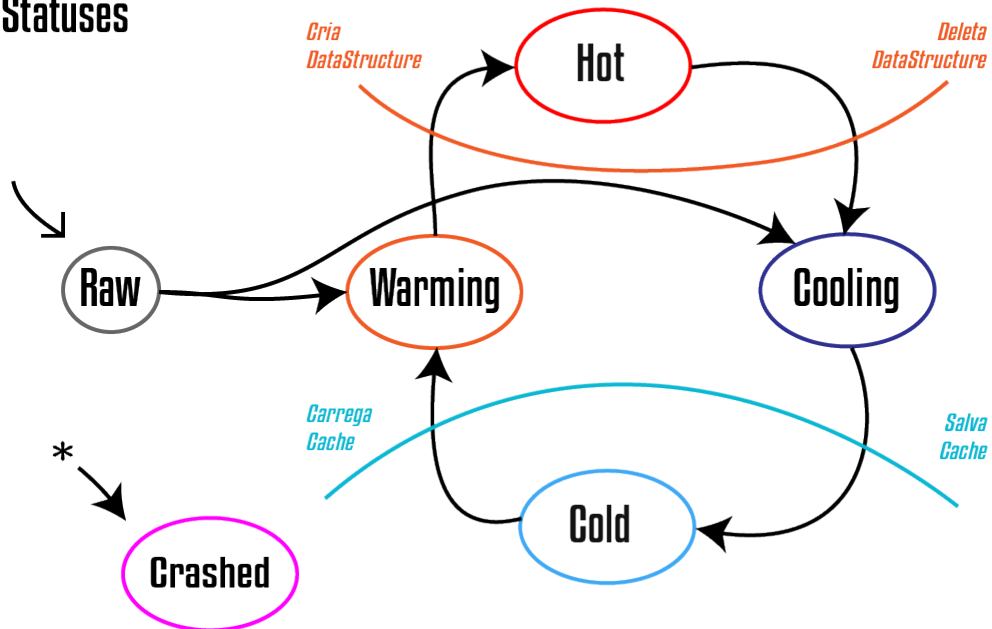
Isto foi feito para facilitar a leitura e escrita de objetos, pois a classe *WiseElement* foi desenvolvida para construir a estrutura abstrata (*DataStructure*) à partir das informações contidas na estrutura inteligente (*WiseStructure*). A estrutura abstrata não está sempre presente, pois como veremos é custoso manter em memória esta estrutura para todos os elementos. Portanto, todos os elementos inteligente obedecem à máquina de status contida na Figura 6.

Todo elemento inteligente é criado no estado *Raw*, ou cru, que representa um elemento ainda sem estruturas carregadas. Uma vez que a estrutura inteligente é inserida e verificada o elemento muda para o status *Warming* ou *Cooling*, respectivamente esquentando ou esfriando, que estão representados na Figura 7.

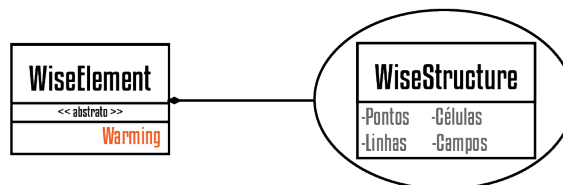
A estrutura contida em um elemento no estado *Warming* é igual à dos estados *Raw* e *Cooling*. Os estados diferem em finalidade, enquanto o estado *Warming* indica que o elemento está esperando a construção de sua estrutura abstrata (*DataStructure*). O estado *Raw* indica que não é esperado que os dados sejam consistentes e o estado *Cooling* indica que o elemento aguarda que seus dados sejam salvos em cache.

Como demonstrado na figura 6, o estado frio (*Cold*) está associado com o uso de um cache para elementos estruturais, onde somente a estrutura *WiseStructure* é salva. A estrutura representa um arquivo VTK mas são efetivamente salvos em um arquivo *XML*. Caso sejam novamente carregados por uma mudança de estado ou deletados o arquivo em

WiseElement Statuses

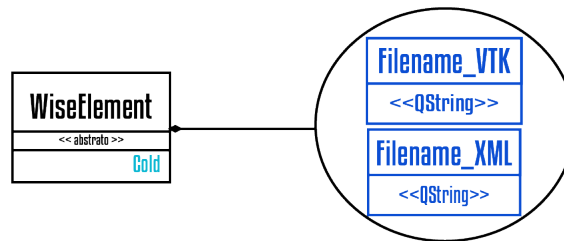


- Máquina de Status que controla o funcionamento de um elemento inteligente.



- Elemento inteligente enquanto no estado *Warming*.

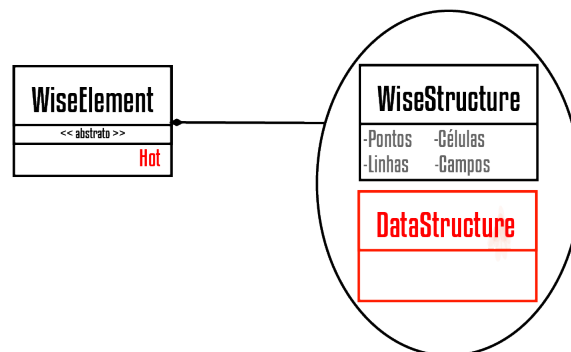
cache é deletado. Quando um elemento inteligente está neste estado ele contém apenas o endereço para o arquivo em que foi armazenado.



– Elemento inteligente enquanto no estado *Cold*.

O estado *Crashed* serve para identificar objetos que não tem mais o funcionamento esperado. Durante a troca de estados do elemento é sempre verificado se os elementos esperados estão presentes, caso não estejam o objeto fica com este estado.

Finalmente, o estado *Hot* representa os elementos que possuem todas as estruturas presentes. No caso de uma árvore arterial *WiseArteryTree* isto significa que a estrutura geométrica da *WiseStructure* está carregada e a estrutura abstrata equivalente *DataStructure* está presente e consistente.

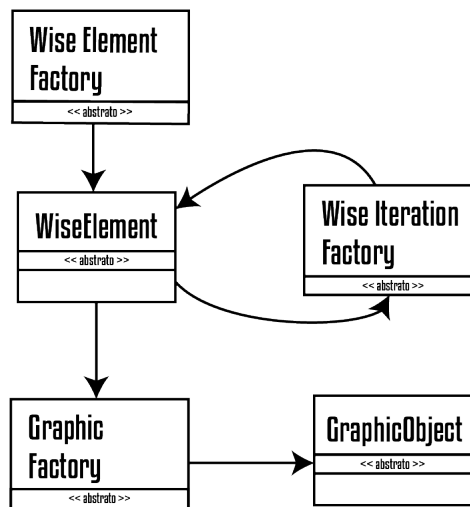


– Elemento inteligente enquanto no estado *Hot*.

Para que um elemento possa ser iterado por alguma fábrica do tipo *WiseIterationFactory* ele precisa estar no estado *Hot*, isto porque durante a iteração os dados abstratos são utilizados. A cada passo da iteração a estrutura *DataStructure* é atualizada, exigindo uma atualização da estrutura *WiseStructure*. Apenas a estrutura de um elemento inteligente não é capaz de armazenar todos os passos da iteração, isto é, a cada atualização os dados são sobrescritos.

3.1.2 Fábricas

Com estes passos em mente foi idealizada uma arquitetura de classes que permite a execução de cada passo através do paradigma de Fábricas Dinâmicas (??). Uma arquitetura com fábricas permite a criação de instâncias com definições concretas, armazenadas como metadados. Isso facilita a adição de novos objetos que podem ser interpretados sem modificar o código da fábrica em si.



– Arquitetura de classes fábrica e fluxo de trabalho do elemento inteligente WiseElement. A fábrica WiseElementFactory é responsável por criar o elementos inteligentes, a fábrica WiseIterationFactory é responsável pela iteração do elemento inteligente e a fábrica GraphicFactory é responsável por criar as estruturas de visualização.

Primeiramente, a fábrica *WiseElementFactory* é utilizada para a criação de elementos inteligentes, ao se criar um elemento à partir de um exemplo é preciso identificar o tipo de objeto à ser criado e qual exemplo será utilizado. Caso seja um arquivo *VTK* é necessário informar apenas o tipo e caminho do arquivo. Com um arquivo *XML* só o caminho do arquivo é necessário, pois a fábrica ao ler o XML identifica o tipo de elemento inteligente e identifica qual fábrica é a responsável por recriar aquele tipo de objeto. Devido à forma como os dados são carregados para cada elemento, é necessário que haja uma fábrica para cada tipo de elemento inteligente.

A fábrica *WiseIterationFactory* também só pode operar com um tipo específico de elemento inteligente, entretanto é possível que haja mais de uma fábrica de iteração disponível por tipo de elemento inteligente. Desta forma uma árvore arterial pode ser

iterada por diferentes algoritmos de iteração e o mesmo ocorre com os outros tipos de elementos. Estas fábricas são responsáveis por executar algum algoritmo que utilize o tipo de dados do elemento inteligente. No caso de uma árvore arterial é possível utilizar uma fábrica que irá executar o modelo matemático descrito na seção 2.2 utilizando os ponteiros para segmentos disponíveis em uma *WiseArteryTree*.

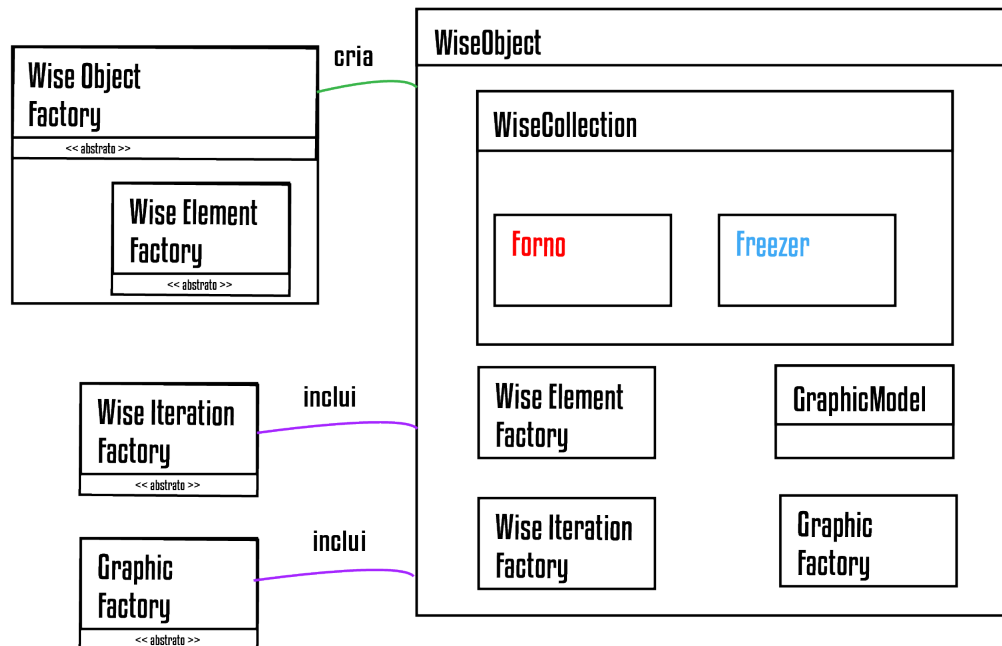
Por último, a fábrica *GraphicFactory* irá criar o objeto gráfico correspondente ao elemento inteligente. Assim como um elemento inteligente um objeto gráfico pode ser salvo em cache, contudo somente em um arquivo *XML*. Um elemento inteligente é composto por todas as linhas, pontos, células e seus valores associados, enquanto um objeto gráfico contém todos os elementos gráficos, como esferas, pontos e outros elementos gráficos, entretanto armazena apenas um valor associado à cada elemento gráfico. O que significa que só é possível selecionar um parâmetro por vez ao visualizar um objeto gráfico.

3.1.3 Objeto Inteligente

Para preservar todos os passos de iteração e poupar a quantidade de recursos mantida em memória, a classe *WiseObject*, ou objeto inteligente foi idealizada. Um objeto inteligente é composto por uma coleção de elementos inteligentes e objetos gráficos equivalentes entre si. Neste tipo de objeto é facultativa a presença de uma fábrica gráfica, possibilitando que objetos sejam iterados sem que alguma estrutura seja disponibilizada para visualização. Foi utilizada novamente uma arquitetura de fábricas para garantir que um objeto inteligente seja criado corretamente, pode-se criar um objeto inteligente através de um elemento inteligente previamente definido, este elemento será clonado e uma instância será aquecida na estrutura *Forno* enquanto a outra será congelada na estrutura *Freezer*.

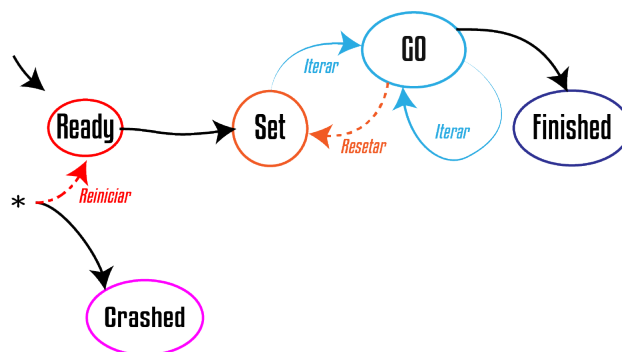
Através do modelo de classes de um objeto inteligente presente na Figura 11 é possível identificar todos os componentes presentes em um objeto inteligente. Quando se gera um objeto inteligente é incluída a fábrica de criação de elementos inteligentes correspondente, *WiseElementFactory*, que é capaz de criar elementos vazios ou cloná-los. A coleção de elementos inteligentes, *WiseCollection*, contém duas outras estruturas, um forno e um freezer. Estas estruturas são um ponteiro para um elemento obrigatoriamente no estado quente e uma lista de objetos frios, respectivamente. O forno apresenta com o elemento que será utilizado durante as iterações, enquanto o freezer é responsável por gerir as estruturas que foram geradas previamente.

Objetos inteligentes também tem seu funcionamento descrito por uma máquina de estados. Diferentemente dos estados de um elemento inteligente os estados de um objeto inteligente não tem relação com os dados armazenados em cache ou com os dados abstratos. Os estados de um objeto inteligente regulam o processo iterativo e de visualização de um objeto inteligente.



- Objeto inteligente *WiseObject* e todos seu componentes: *WiseObjectFactory*, fábrica responsável pela criação de objetos inteligentes de um determinado tipo; *WiseIterationFactory*, fábrica de iteração; *WiseGraphicFactory*, fábrica gráfica; *WiseCollection*, coleção de elementos inteligentes; *GraphicModel*, coleção de objetos gráficos.

WiseObject Statuses



- Modelo gráfico *GraphicModel*, contém uma coleção de objetos gráficos.

Diferentemente da troca de estados presente nos elementos inteligentes, aqui a troca se dá por comandos do usuário. Portanto cabe ao usuário indicar as fábricas à serem adicionadas bem como os valores de parâmetros desejados. Para o caso de escoamento pulsátil através de uma árvore arterial é necessário se adicionar a fábrica de iteração correspondente ao algoritmo da seção 2.2 e em seguida definir os parâmetros desejados, como a frequência, a viscosidade e o ângulo de fase. Quando as alterações são concluídas pelo usuário é ele que faz também a mudança de estados.

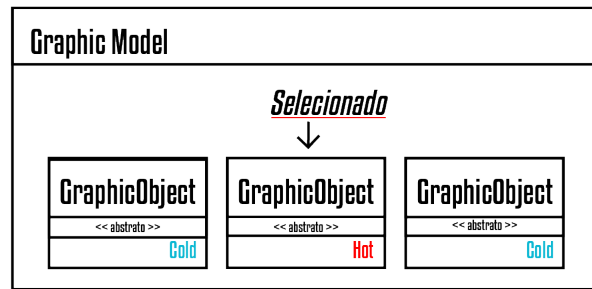
Inicialmente, um objeto é criado no estado *Ready* com somente dois elementos gráficos e uma fábrica do tipo *WiseElementFactory*. Neste estado é esperada a inclusão das fábricas de iteração e gráficas. Uma vez que elas estejam corretamente acopladas ao objeto inteligente, é possível fazer a troca do estado *Ready* para o estado *Set*. Com a mudança de estado, é adicionado à estrutura *WiseStructure* todos os parâmetros disponibilizados pela fábrica de iteração e, caso tenha sido incluída, fábrica gráfica. Um objeto no estado *Set* indica que o objeto foi corretamente criado, uma fábrica de iteração foi adicionada, possivelmente uma fábrica gráfica também foi adicionada e agora aguarda alterações nestes parâmetros.

Com os parâmetros definidos e as fábricas devidamente acopladas o objeto está pronto para a iteração. O processo iterativo de um objeto inteligente é representado na transição para o estado *Go*. Uma iteração de uma *WiseArteryTree* representa o cálculo dos valores de pressão e fluxo em toda a árvore arterial. Caso algum erro ocorra durante o processamento de dados o objeto se desloca para o estado *Crashed*, assim como elementos inteligentes. É possível também finalizar a execução de um objeto inteligente o enviando para o estado *Finished*, neste estado o objeto não poderá ser iterado novamente. O objeto inteligente também pode ser reiniciado à partir de qualquer estado, o que significa que todas as alterações feitas na estrutura do objeto inteligente serão apagadas. Para que parâmetros da iteração possam ser alterados sem que se perda os dados até então definidos é possível que um objeto no estado *Go* seja resetado e transite para o estado *Set*.

3.1.4 Objeto Gráfico

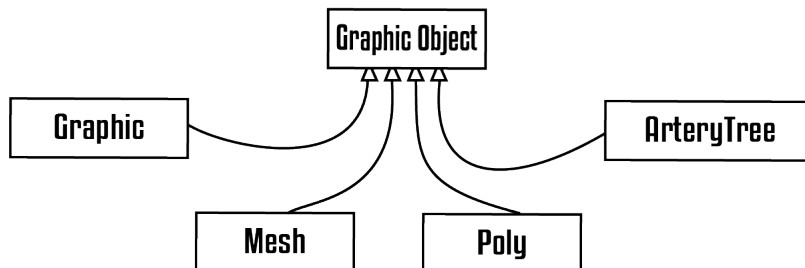
Caso seja configurado, o objeto inteligente pode incluir os componentes de visualização: fábrica gráfica *GraphicFactory* e coleção de objetos gráficos *GraphicModel*. Somente depois de adicionar uma fábrica gráfica à um objeto que a coleção de objetos gráficos é alocada e o primeiro objeto gráfico criado. Objetos gráficos assim como elementos inteligentes são colecionados por outras estruturas. Enquanto a estrutura responsável por elementos inteligentes, *WiseCollection*, é responsável por manter os últimos dados de iteração aquecidos, a estrutura *GraphicModel* mantém o objeto que está sendo exibido por alguma tela e elementos próximos.

Presente na Figura 13 estão os componentes que permitem armazenar todos os



- Modelo gráfico *GraphicModel*, contém uma coleção de objetos gráficos.

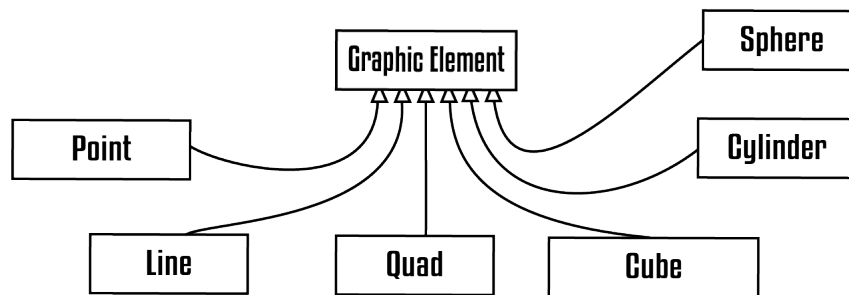
quadros da animação final ao visualizar algum parâmetro contido na estrutura *WiseStructure*. Quando um objeto *WiseObject* está corretamente configurado com uma instância de fábrica gráfica *GraphicFactory*, seu método iterativo é atrelado à iteração do objeto. Isso permite que o objeto iterado crie um elemento inteligente *WiseElement* e um objeto gráfico *GraphicObject* à cada iteração.



- Tipos de objetos gráficos *GraphicObjects*.

Os objetos gráficos contidos na Figura 14 de cada tipo se desenha através de um gradiente de cores e formas geométricas padrão, bidimensionais ou tridimensionais. Cada forma geométrica utilizada é representada por elementos gráficos, objeto que implementam a classe abstrata *GraphicElement*. Cada elemento gráfico é atrelado à um valor ou à uma lista de valores, estes valores são utilizados para dar cor aos elementos gráficos. Cada objeto gráfico possui um valor máximo e mínimo que é vinculado ao gradiente cores, com isso as cores representam os valores armazenados em cada elemento.

Os elementos gráficos podem ser utilizados por qualquer tipo de objeto gráfico. A representação geométrica de uma árvore arterial é construída utilizando cilindros e esferas, que representam segmentos de vaso e terminais, respectivamente. Os cilindros receberão



- Tipos de elementos gráficos *GraphicElements*. *Point*, um ponto. *Line*, uma linha. *Quad*, um quadrado. *Cube*, um cubo. *Cylinder*, um cilindro. *Sphere*, uma esfera.

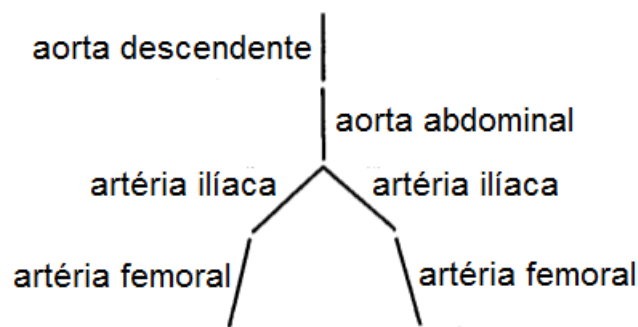
uma lista de valores da pressão $P(X) \forall X \in [0, 1]$, enquanto as esferas receberão os valores da pressão $P(X)$ quando $X = 0$ ou $X = 1$, dependendo se é o nó distal($X = 1$) ou o nó proximal($X = 0$).

4 RESULTADOS NUMÉRICOS E DISCUSSÕES

Assim como os objetos inteligentes *WiseObject* têm seus tipos definidos pelo tipo de elemento inteligente que o compõe, o tipo de objeto gráfico segue o tipo de elemento inteligente que representa. IGOR: já fiz uma primeira revisão deste capítulo e indico em vermelho o que deve fazer para melhorar este capítulo. Tudo que acrescentar ou mudar coloque em azul. XXXXXXXXXXXXXXXX. IGOR: não está aparecendo a numeração das Figuras no caption. Algo de errado está acontecendo no modelo que está utilizando. IGOR: está errada a citação do trabalho do método de Duan e Zamir (1995), não é a citação que colocou (DUAN, 1986).

Nesta seção, apresentam-se resultados obtidos com a implementação computacional e simulação do modelo matemático de Duan e Zamir (DUAN, 1986). As simulações realizadas aqui tratam da propagação de uma onda harmônica simples ao longo de uma árvore, onde reflexões de onda modificam a amplitude da onda de pressão enquanto ela avança. A escolha de uma onda harmônica simples neste estudo possibilita investigar os efeitos da frequência, fluido viscoso e viscoelasticidade da parede do segmento de vaso.

Considerou-se neste estudo um modelo de árvore arterial canina como ilustrado na Figura 16. As propriedades dos segmentos foram escolhidas oriundas dos dados de Fung (DUAN, 1984) e são descritas na Tabela 2.



– Representação do modelo de árvore arterial canina (figura adaptada de (DUAN, 1986)).

Tabela 2 – Propriedades dos segmentos do modelo de árvore arterial (DUAN, 1986; DUAN, 1984)

Artéria	Comprimento (cm)	Densidade ρ (g/cm ³)	Viscosidade μ_0 (g/cms)	Diâmetro (cm)	Módulo de Young (dyn/cm ²)
Aorta Descendente	25	0,960	0,0385	1,3	$4,8 \times 10^6$
Aorta Abdominal	11	1,134	0,0449	0,9	$1,0 \times 10^7$
Ilíaca	12	1,172	0,0472	0,6	$1,0 \times 10^7$
Femoral	10	1,235	0,0494	0,4	$1,0 \times 10^7$

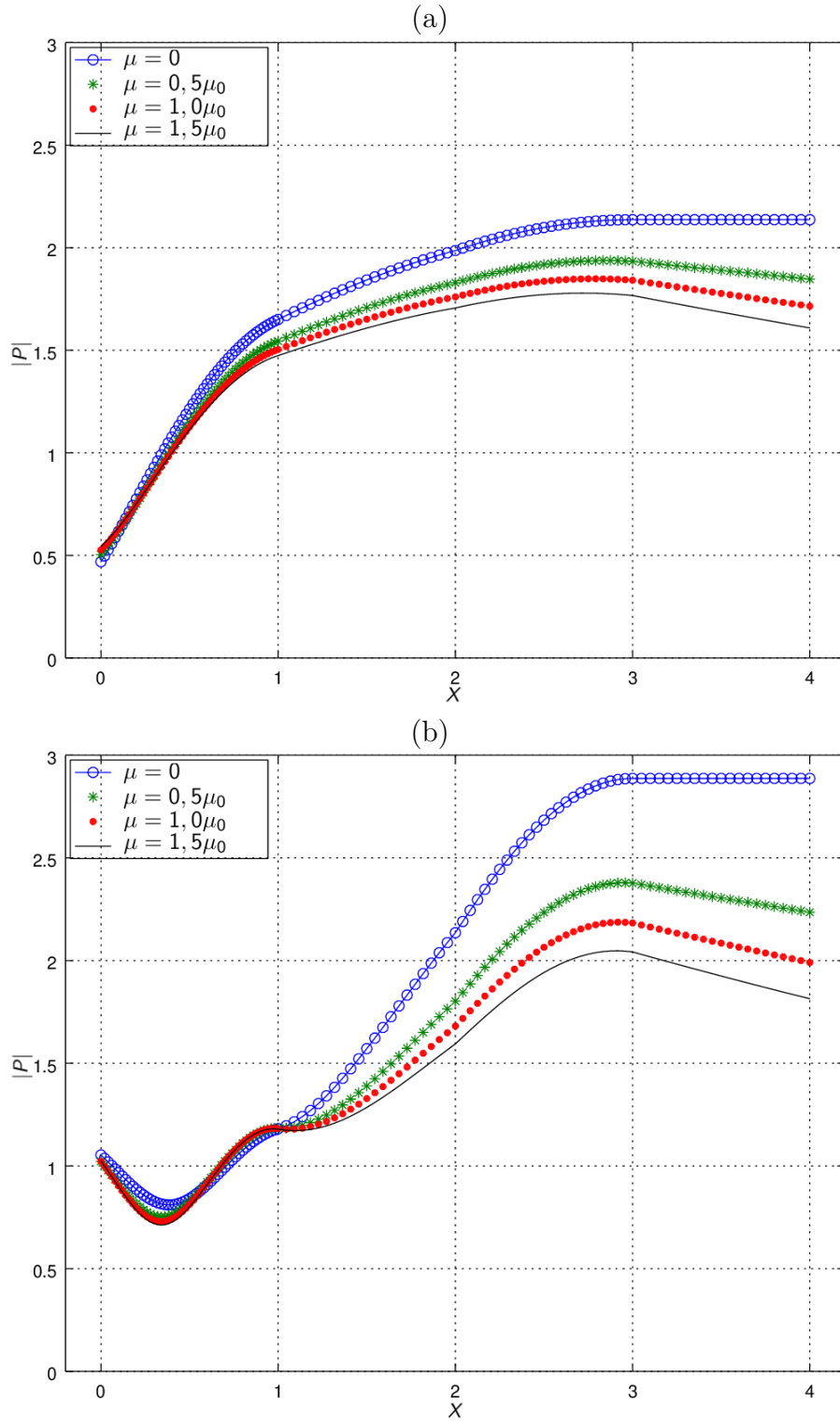
Nas simulações aqui realizadas, calculou-se a distribuição de amplitude de pressão ao longo da árvore arterial (Figura 16). Os resultados foram obtidos para quatro diferentes frequências e três diferentes cenários de escoamento/segmento: (i) escoamento viscoso em segmento puramente elástico (cenário 1 da Seção 2.1.4), (ii) escoamento invíscido em segmento viscoelástico (cenário 2) e (iii) escoamento viscoso em segmento viscoelástico (cenário 3).

Os resultados obtidos nas simulações são mostrados nas Figuras 17, 18, 19, 20, 22 envolvendo a amplitude da pressão ao longo do modelo de árvore arterial. Nestas figuras, o comprimento de cada segmento arterial foi dimensionado para 1,0, de modo que o comprimento adimensional total da árvore é 4,0. O comprimento real é 58 cm. A amplitude da pressão também foi escalada pela pressão de entrada P_o , e os resultados finais são portanto mostrados em termos de amplitude de pressão adimensional $|P|$ versus a distância adimensional X do início da árvore.

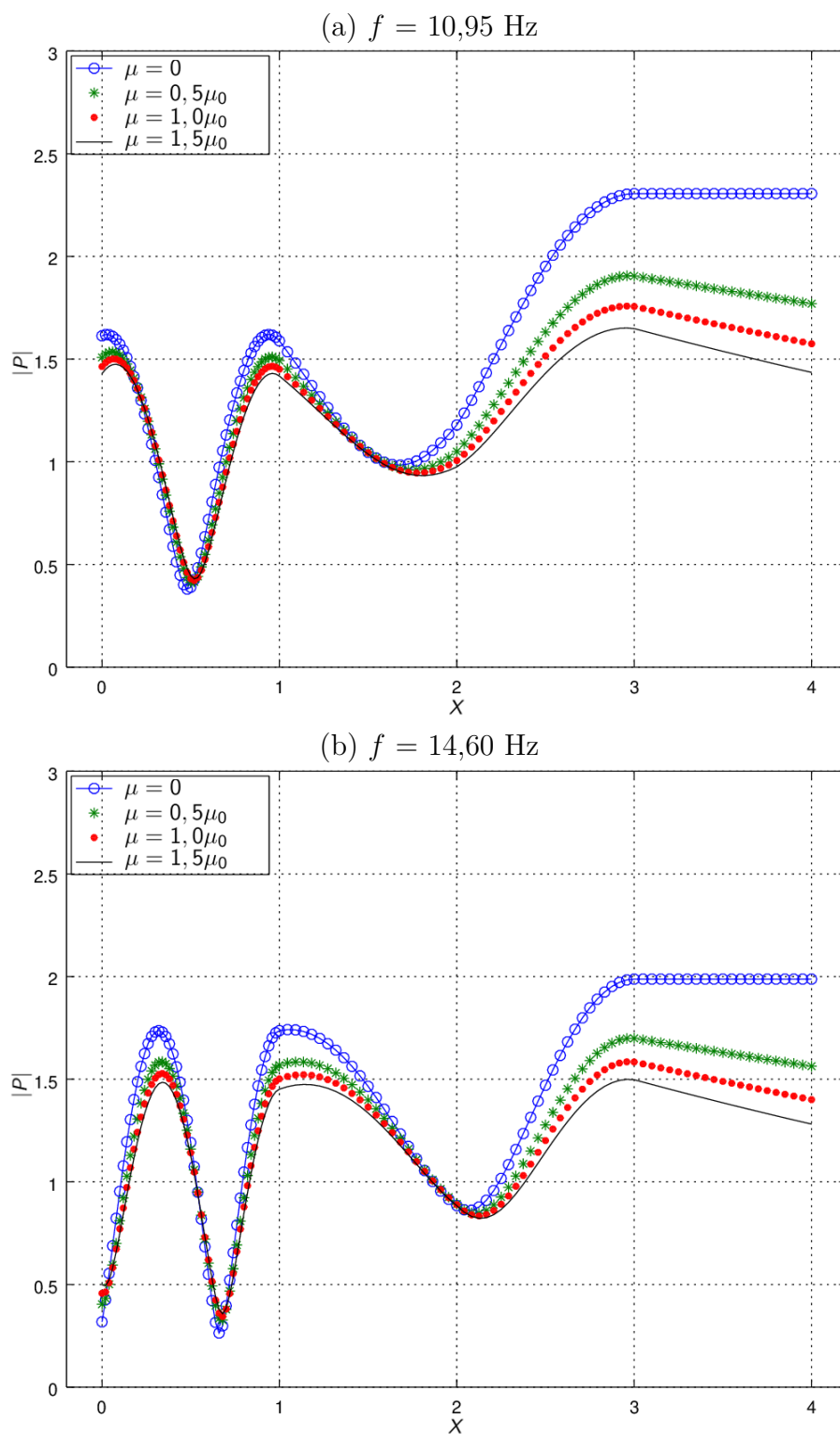
Nas Figuras 17 e 18, o efeito da viscosidade do fluido é examinado separadamente considerando-se o escoamento em segmentos puramente elásticos com quatro valores diferentes de viscosidade do fluido, ou seja, $\mu = 0; 0,5\mu_0; 1,0\mu_0$ e $1,5\mu_0$, onde μ_0 é o valor base da viscosidade da Tabela 2. Observa-se que o efeito da viscosidade do fluido é reduzir o aumento global na amplitude da onda de pressão causada pelas reflexões das ondas à medida que a onda se desloca na direção à jusante. Além disso, modera os picos locais na distribuição de pressão.

Nas Figuras 19, 20, o efeito da viscoelasticidade da parede do segmento de vaso é considerado separadamente considerando-se o escoamento invíscido e tomando-se quatro valores diferentes da viscoelasticidade da parede do segmento. O modelo viscoelástico proposto utilizado para fins destes cálculos é apresentado no cenário 2 da Seção 2.1.4, no qual a viscoelasticidade da parede do vaso é representada por um módulo de Young complexo. Estas figuras mostram os resultados para $\phi_0 = 0^\circ, 4^\circ, 8^\circ$ e 12° . Quando $\phi_0 = 0^\circ$ tem-se um valor representando uma parede puramente elástica e para $\phi_0 > 0$ tem-se a representação da viscoelasticidade. Nota-se a partir destas figuras que o efeito da viscoelasticidade, como o da viscosidade do fluido, é amortecer o aumento global da amplitude da onda de pressão causada pelas reflexões das ondas à medida que a onda se desloca na direção à jusante, bem como moderar os picos locais na distribuição de pressão.

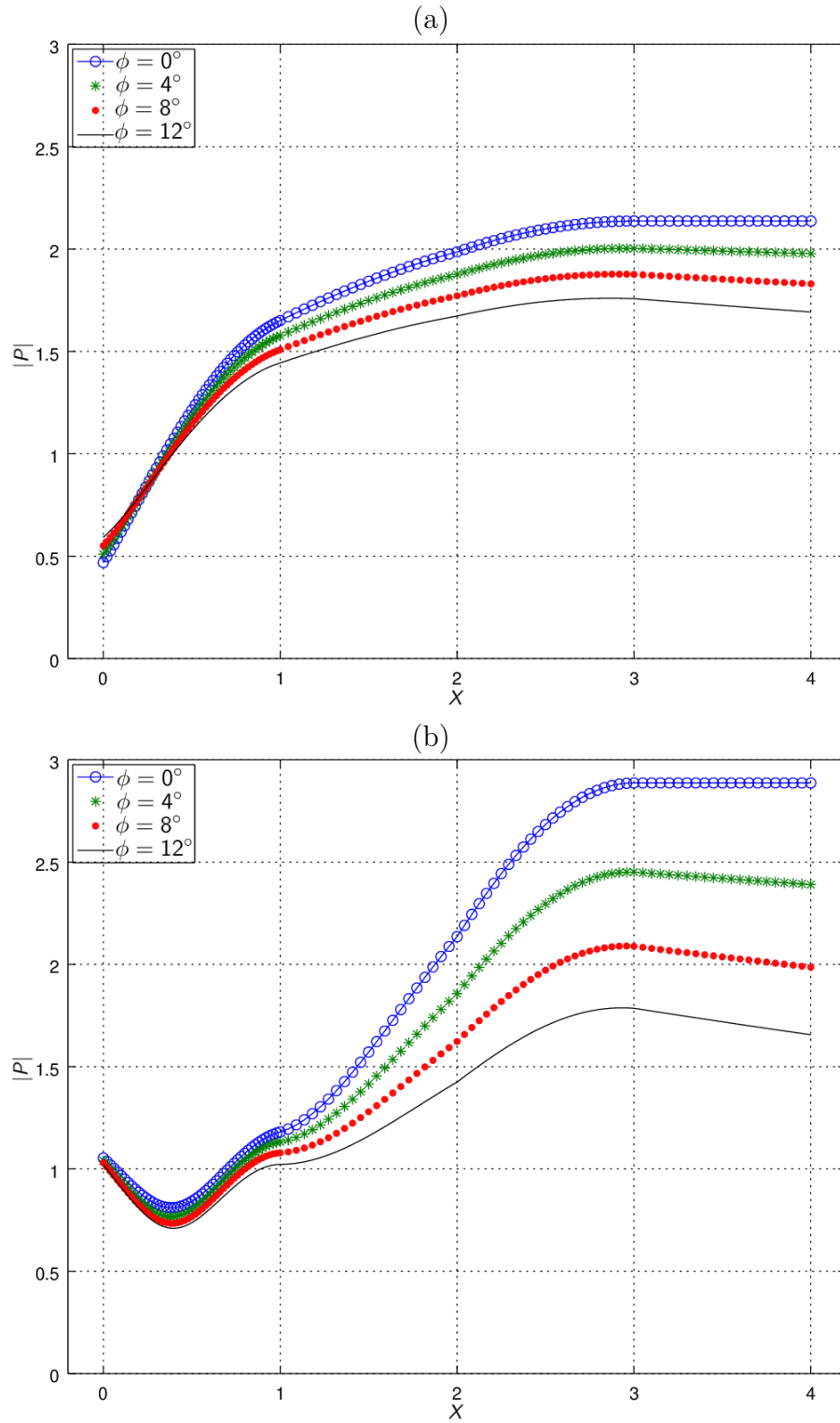
A Figura 21 apresenta o comportamento da impedância de entrada $|Z|$ em função da frequência f , que está coerente com dados experimentais (??) da aorta. Na Figura 21a, nota-se que, quando se considera a viscosidade ($\mu \neq 0$) na simulação do método, isso afeta a impedância de entrada para frequências que se aproximam de 0 Hz e atenua o pico que surge na curva entre 10 Hz e 12,5 Hz. Além disso, neste intervalo de frequência, observa-se o aparecimento do pico mencionado em uma frequência ligeiramente menor com o aumento de μ .



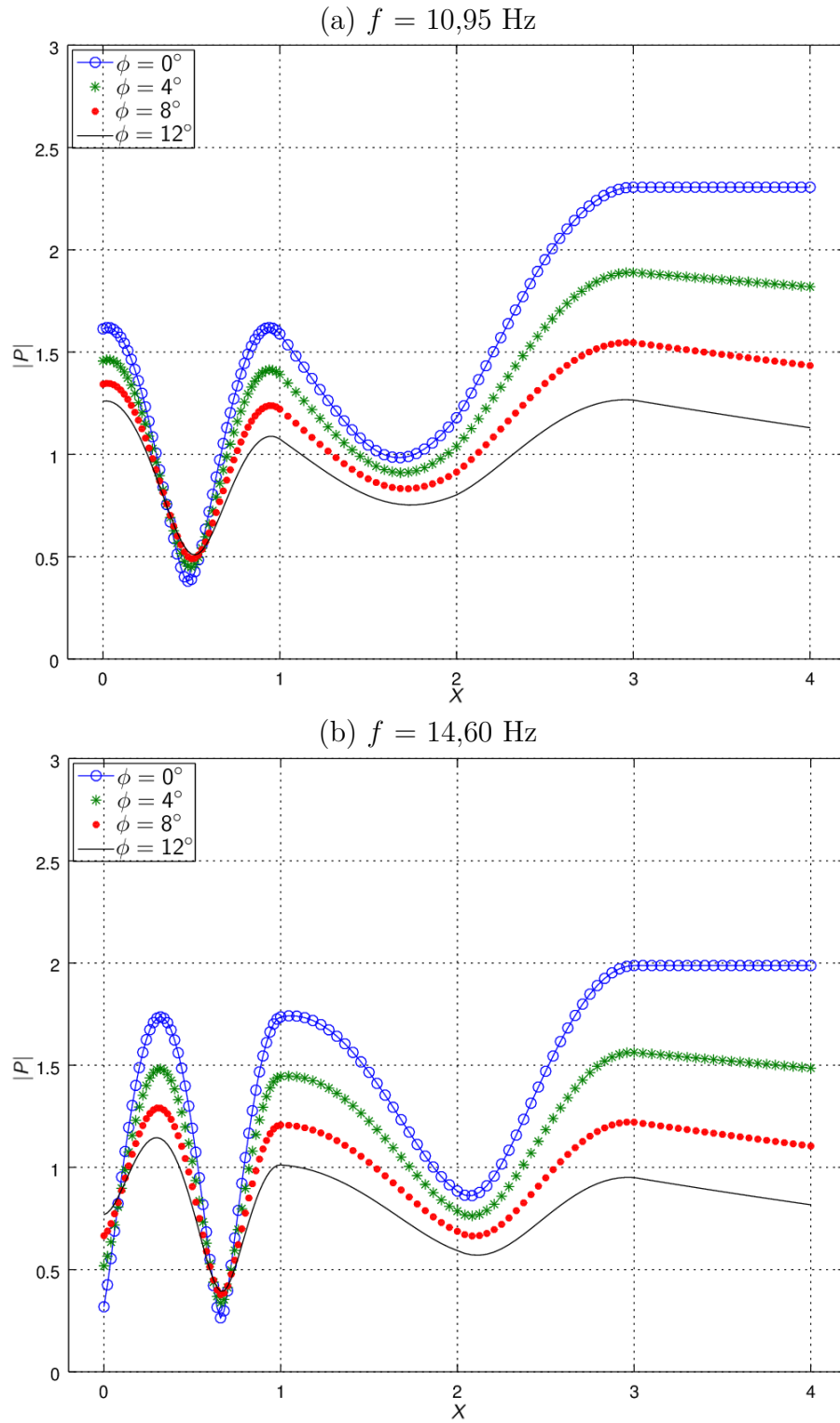
– Amplitude da pressão $|P|$ ao longo da árvore arterial considerando diferentes viscosidade do fluido μ e frequências: (a) $f = 3,65$ Hz, (b) $f = 7,30$ Hz.



– Amplitude da pressão $|P|$ ao longo da árvore arterial considerando diferentes viscosidade do fluido μ e frequências: (a) $f = 10,95$ Hz, (b) $f = 14,60$ Hz.

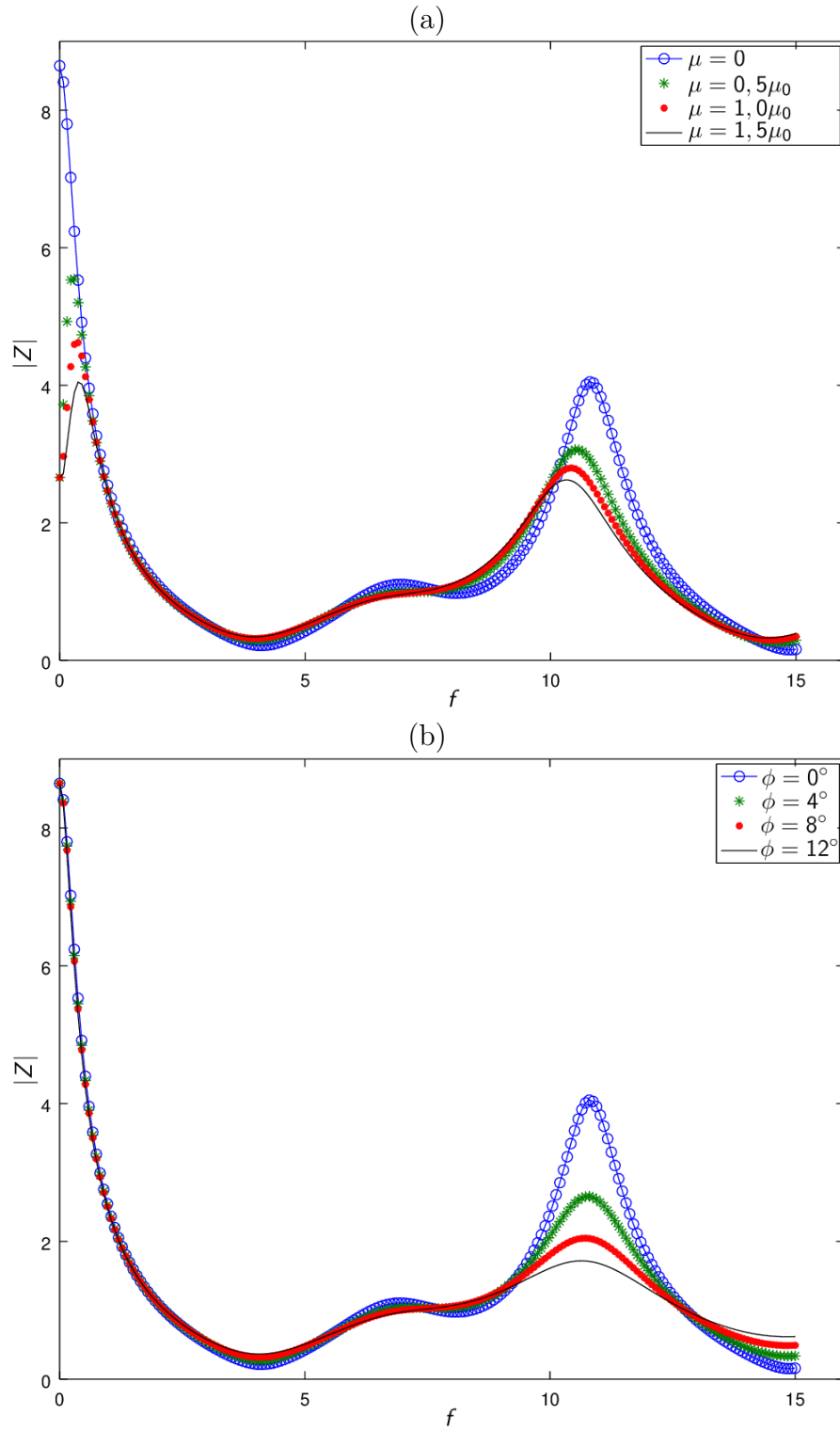


– Amplitude da pressão $|P|$ ao longo da árvore arterial considerando diferentes valores de viscoelasticidade ϕ_0 e frequências: (a) $f = 3,65$ Hz, (b) $f = 7,30$ Hz.



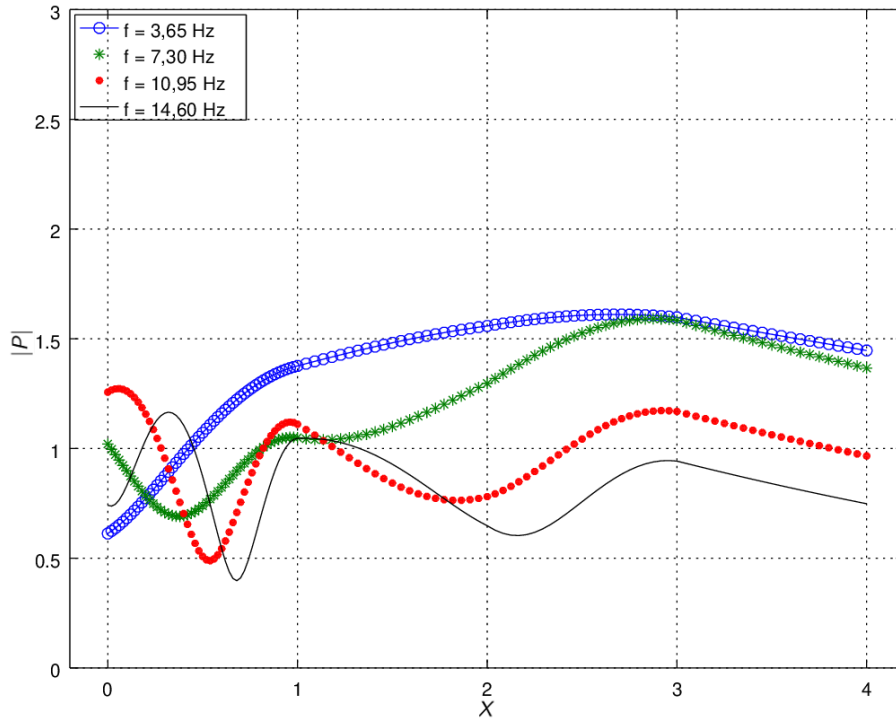
– Amplitude da pressão $|P|$ ao longo da árvore arterial considerando diferentes valores de viscoelasticidade ϕ_0 e frequências: (a) $f = 10,95$ Hz, (b) $f = 14,60$ Hz.

No tocante ao impacto da viscoelasticidade da parede na impedância de entrada, o aumento do parâmetro ϕ reduz o pico que aparece na curva de impedância entre 10 Hz e 12,5 Hz como pode ser visto na Figura 21b. Diferente da Figura 21a, o pico destacado surge na mesma frequência independente do ϕ .

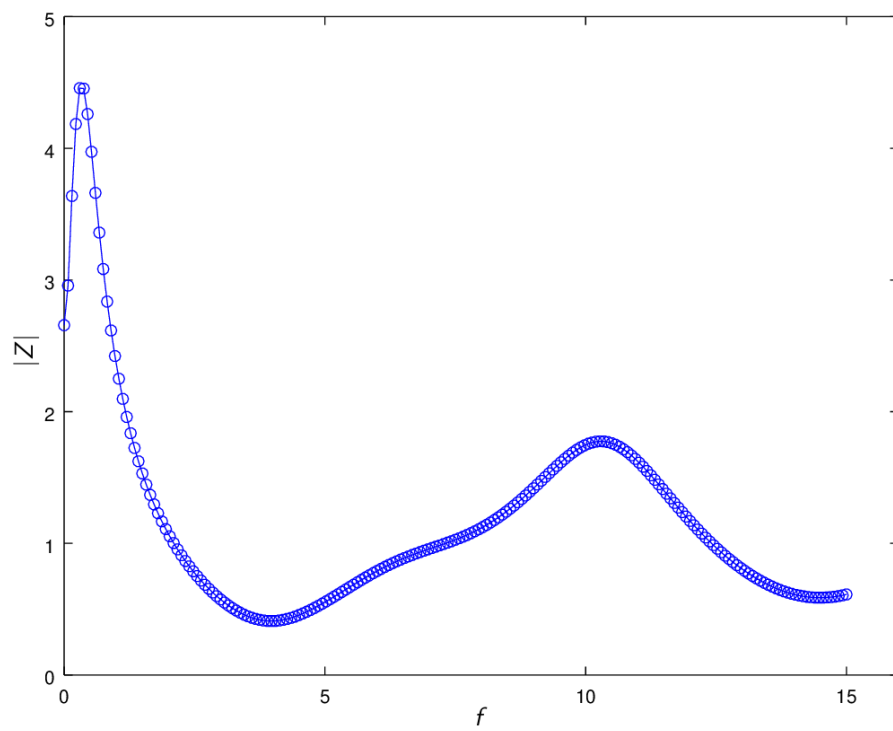


– Amplitude da impedância de entrada $|Z|$ em função da frequência f : (a) efeito da viscosidade (b) impacto da viscoelasticidade.

Os efeitos combinados da viscosidade do fluido e viscoelasticidade da parede do vaso na amplitude de pressão P e impedância de entrada Z são mostrados nas Figuras 22 e 23. Os valores $\mu = 1,0\mu_0$ e $\phi_0 = 8^\circ$ foram utilizados para este propósito, para serem comparados com os mesmos valores dos resultados anteriores. A observação mais importante a ser feita é que os dois efeitos, quando combinados, não se somam. Por outro lado, combinam-se de uma maneira não linear que não é prontamente previsível.



- Amplitude da pressão $|P|$ ao longo da árvore arterial X considerando viscosidade $\mu = 1,0\mu_0$, viscoelasticidade $\phi_0 = 8^\circ$.



- Impedância de entrada $|Z|$ em função da frequência f considerando viscosidade $\mu = 1,0\mu_0$, viscoelasticidade $\phi_0 = 8^\circ$.

5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

IGOR: já fiz uma primeira revisão deste capítulo e indico em vermelho o que deve fazer para melhorar este capítulo. Tudo que acrescentar ou mudar coloque em azul. XXXXXXXXXXXXXXXX.

Em relação a hemodinâmica, os resultados obtidos neste trabalho estão de acordo com aqueles obtidos por Duan e Zamir(DUAN, 1995) considerando a propagação de uma onda harmônica simples nos três cenários abordados nas simulações.

Em destaque, visando contribuir na investigação do método desenvolvido por Duan e Zamir, curvas de impedância de entrada do modelo de árvore canina aqui considerada foram apresentadas. Estas curvas apresentam comportamento que pode ser observado em dados experimentais.

A realização deste trabalho resultou no desenvolvimento de uma nova ferramenta computacional descrita no Capítulo 3, que permite a simulação de escoamento sanguíneo pulsátil em modelos de árvores arteriais no contexto de Duan e Zamir.

IGOR: escreva um parágrafo destacando propriedades/características e potencialidades da sua ferramenta computacional. Talvez você poderá recuperar ou utilizar algo do parágrafo abaixo.

A ferramenta simula e analisa modelos de árvores arteriais. Ela pode ser utilizada nos sistemas Operacionais: Windows e o Ubuntu (Unix). Os modelos podem ter sua análise e gráficos gerados automaticamente através dos comandos da ferramenta computacional. O código possibilita o processamento concorrente de diversos modelos em um mesmo ambiente. Cada uma destas contribuições resultou numa ferramenta robusta, ferramenta esta que além de analisar corretamente as variações de fluxo e pressão através de um modelo de árvore arterial, possibilita que as simulações sejam facilmente ajustadas e analisadas, com ou sem interface gráfica.

IGOR: o parágrafo acima descreve a ferramenta descrita no Capítulo 3? Este parágrafo representa a descrição da ferramenta.

Como trabalhos futuros, destacam-se:

- Analisar hemodinamicamente modelos de árvores gerados no contexto do método CCO (*Constrained Constructive Optimization*) (KARCH F. NEUMANN, 1999; QUEIROZ, 2013; ??; ??);
- Investigar a influência da escolha parâmetros na resposta do método, tais como: módulo de Young e espessura do vaso;
- IGOR: descreva algo que poderia ser interessante agregar na ferramenta, pode ser mais de uma coisa (coloque em item).

REFERÊNCIAS

- ANLIKER R.L. ROCKWELL, E. O. M. Nonlinear analysis of flow pulses and shock waves in arteries. *ZAMP*, n. 22, p. 217–246, 1971.
- AVOLIO, A. Multi-branched model of the human arterial system. *Med. Biol. Eng. Comput*, n. 18, p. 709–718, 1980.
- BEEK S. A. ROGER, J. B. B. J. H. G. M. V. Regional myocardial flow heterogeneity explained with fractal networks. *American Journal of Physiology*, n. 257, p. H1670–H1680, 1989.
- BLANCO, P. *Incompatibilidade cinemática, imersão de domínios e modelagem constitutiva de multiescala: nexo com a modelagem do sistema cardiovascular humano*. Tese (Doutorado) — Laboratório Nacional de Computação Científica, 2008.
- DAWANT M. LEVIN, A. P. B. Automatic construction of 3d models of arterial tree incorporating the fahraeus-lindqvist effect. *Revista Eletrônica Paulista de Matemática*, n. 10, p. 38–49, 2017.
- DUAN, M. Z. B. Biodynamics: Circulation. *New York: Springer-Verlag*, 1984.
- DUAN, M. Z. B. Effect of dispersion of vessel diameters and lengths in stochastic networks. i. modeling of microcirculatory flow. *Microvascular Research*, n. 31, p. 203–222, 1986.
- DUAN, M. Z. B. Viscous damping in one dimensional wave transmission. *J. Acoust. Soc. Am.*, n. 92, p. 3358–3363, 1995.
- FORMAGGIA D. LAMPONI, A. Q. L. One-dimensional models for blood flow in arteries. *Journal of Engineering Mathematics*, n. 47, p. 251–276, 2003.
- FORMAGGIA J.F. GERBEAU, F. N. A. Q. L. Computer methods in applied mechanics and engineering. *Revista Eletrônica Paulista de Matemática*, n. 191, p. 561–582, 2001.
- GROUP, K. *OpenGL*. 2019. Disponível em: <<https://www.opengl.org/>>.
- HAREL P.J. BOLAN, R. T. K. U. E. Y. N. Recent advances in high-resolution mr application and its implications for neurovascular coupling research. *Front Neuroenergetics*, p. 2, 130, 2010.
- KARCH F. NEUMANN, M. N. W. S. R. A three-dimensional model for arterial tree representation, generated by constrained constructive optimization. *Computers in biology and medicine*, n. 29, p. 19–38, 1999.
- KARREMAN, G. Some contributions to the mathematical biology of blood circulation. reflection of pressure waves in the arterial system. *Bull. Math. Biophys.*, n. 14, p. 327–350, 1952.
- KOUCHOUKOS L.C. SHEPPARD, D. A. M. N. Estimation of stroke volume in the dog by a pulse contour method. *Circ. Res.*, n. 26, p. 611–23, 1970.
- LIGHTHILL, M. Mathematical biofluidmechanics. *Philadelphia: Society for Industrial & Applied Mathematics*, 1975.

- MATES F.J. KLOCKE, J. C. R. Coronary capacitance. *Progress in Cardiovascular Diseases*, n. 31, p. 1–15, 1988.
- MCDONALD, D. A. Blood flow in arteries. *Baltimore: Williams & Wilkins*, 1974.
- PARKER, A. *Algorithms and Data Structures in C++*. [S.l.: s.n.], 1959.
- PESKIN, C. Flow patterns around heart valves: a numerical method. *J. Comput. Phys.*, n. 10, p. 252–271, 1972.
- QT. 2019. Disponível em: <<https://doc-snapshots.qt.io/qt5-5.9/classes.html>>.
- QUEIROZ, R. *Construção automática de modelos de árvores circulatórias e suas aplicações em hemodinâmica computacional*. Tese (Doutorado) — Laboratório Nacional de Computação Científica, 2013.
- SCHREINER, P. B. W. Computer-optimization of vascular trees. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering, IEE*, n. 440, p. 482–491, 1993.
- STERGIOPULOS D.F. YOUNG, T. R. R. N. Computer simulation of arterial flow with applications to arterial and aortic stenoses. *Journal of Biomechanics*, n. 25, p. 1477–1488, 1992.
- TAYLOR, M. The input impedance of an assembly of randomly branching elastic tubes. *Biophys. J*, n. 6, p. 29–51, 1966.
- TAYLOR T.J.R. HUGHES, C. Z. C. Finite element modeling of three-dimensional pulsatile flow in abdominal aorta: relevance to atherosclerosis. *Annals of Biomedical Engineering*, n. 26, p. 975–987, 1998.
- URQUIZA P.J. BLANCO, M. V. R. F. S. Multidimensional modelling for carotid artery blood flow. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, n. 195, p. 4002–4017, 2006.
- ZAMIR, M. ptimality principles in arterial branching. *J. Theor. Biol.*, n. 62, p. 227–251, 1976.
- ZAMIR, S. P. M. Network analysis of an arterial tree. *American Journal of Physiology*, n. 21, p. 25–34, 1988.