IEE239 - Procesamiento de Señales e Imágenes Digitales
Laboratorio 1 - Guia Práctica
Segundo Semestre 2017

Martes, 29 de agosto del 2017

Horario 08M1

- Duración: 2 horas, 30 minutos.
- Está permitido el uso de material adicional.
- La evaluación es **estrictamente** personal.
- **Está terminantemente prohibido copiar código externo (ejemplos de clase, material en linea, etc.)**

1. *(3 puntos)* Dados los siguientes sistemas:

$$g[n] \overset{z}{\longleftrightarrow} G(z) = \frac{2 + 5z^{-1} + 9z^{-2} + 5z^{-3} + 3z^{-4}}{5 + 45z^{-1} + 2z^{-2} + z^{-3} + z^{-4}}$$

$$h[n] \overset{z}{\longleftrightarrow} H(z) : \text{Sistema con las siguientes características:}$$

$$\text{Ceros en } z = \{0.3; \quad 2.5; \quad -0.2 + j0.4; \quad -0.2 - j0.4\}$$

$$\text{Polos en } z = \{0.5; \quad -0.75; \quad 0.6 + j0.7; \quad 0.6 - j0.7\}$$

   a. Describir gráficamente el diagrama de polos y ceros de $G(z)$. Usar la función **zplane()**. Cuántas posibles regiones de convergencia tiene el sistema $G(z)$? Determinar cada una y establecer su causalidad (causal, anticausal, bilateral) y BIBO estabilidad. Incluir su respuesta en los comentarios.

   b. Asumiendo $h[n]$ causal, encontrar sus primeras 50 muestras y describirlas gráficamente. Usar las funciones **zp2tf()** e **impz()**. A partir de ello, determinar si se trata de un sistema BIBO estable. Explicar por qué este resultado es coherente con su ubicacion de polos y ceros.

2. *(4 puntos)* Ilustrar la **conversión de digital a analógico** de una sinusoidal y su relación con el criterio de Nyquist. Dado que no es posible crear un dominio contínuo, se usará un periodo de muestreo T_L lo suficientemente bajo para aparentar una versión en `tiempo contínuo`.

   a. Dada la señal:

$$x_c(t) = cos(32\pi t),$$

   Obtener su versión en `tiempo contínuo` $\hat{x}_c(t)$ para $t \in [-1, 2]$ s con pasos de 10^{-4} s. Luego, obtener su versión discreta $x[n] \triangleq x_c(nT_s)$ para $T_s = 0.01$, tal que se cubra el mismo intervalo de tiempo. Describir gráficamente ambas secuencias en una misma figura. Usar **plot()** para $x_p[n]$, **stem()** para $x[n]$ y rotularlas adecuadamente.

b. Reconstruir la versión en `tiempo contínuo` de $x[n]$ usando el interpolador ideal propuesto por el *criterio de Nyquist*[1]:

$$h_{\mathrm{r}}(t) = \frac{\sin(2\pi Bt)}{2\pi Bt} = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T}. \tag{1}$$

La interpolación propuesta corresponde a la siguiente expresión, donde $y(t)$ es la señal reconstruida:

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]h_{\mathrm{r}}(t - nT).$$

Obtener[2] $y(t)$ para $t \in [-1, 2]$ s con pasos de 10^{-4} s. Usar **for-loops** y la función **sinc()**. Luego, graficar en una misma figura $y(t)$ **para el intervalo** $t \in [0, 1]$ y las muestras de $x[n]$ correspondientes a dicho intervalo. Usar **plot()** para la señal reconstruida y **stem()** para la secuencia. Las muestras de $x[n]$ son coherentes con la curva $y(t)$? Justificar claramente su respuesta.

c. Demostrar que la frecuencia de muestreo usada para obtener $x[n]$ cumple con el criterio de Nyquist e incluir su procedimiento en comentarios del código. Luego, graficar en una misma ventana $x(t)$ e $y(t)$ para $t \in [0, 1]$. Usar **plot()** y rotular adecuadamente. Ambas curvas guardan similitud? Es esto coherente con el criterio de Nyquist? Justificar claramente su respuesta.

d. Modificar T_s a 0.1 s y repetir el proceso de los incisos anteriores. Demostrar que el nuevo valor no cumple con el criterio de Nyquist. Finalmente, graficar en una misma ventana $x(t)$ e $y(t)$ para $t \in [0, 1]$. Es posible recuperar señales analógicas al no cumplir con el criterio de Nyquist? Justificar claramente su respuesta.

3. *(3 puntos)* Dado el sistema recursivo y las señales en tiempo contínuo:

$$y[n] - 1.1430y[n-1] + 0.4128y[n-2] = 0.6389x[n] - 1.2779x[n-1] + 0.6389x[n-2],$$

$$x_1(t) = \cos^2\left(\frac{3\pi t}{16}\right),$$

$$x_2(t) = \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right)\sin\left(\frac{5\pi t}{4}\right).$$

A partir de ello, se analizará cuándo la forma recursiva del sistema corresponde a un sistema lineal e invariante en el tiempo (LTI).

a. Determinar la menor frecuencia de muestreo $F_s^{(\min)}$ que asegure una representación libre de ambigüedades de $x_1(t)$ y $x_2(t)$ e incluir su respuesta en los comentarios. Luego, obtener $x_1[n]$ y $x_2[n]$ para $F_s = 2F_s^{(\min)}, n \in \{0, 1, \ldots, 511\}$ y graficarlas. usar **stem()** y rotular adecuadamente las gráficas.

b. **Asumiendo sistema en reposo**, determinar las secuencias $y_1[n] = T\{x_1[n]\}$ y $y_2[n] = T\{x_2[n]\}$. Para ello, implementar el sistema recursivo basado en `for-loops`. Luego, graficar las secuencias resultantes a partir de **stem()** y rotular adecuadamente las gráficas. Validar las secuencias obtenidas a partir de la función **filter()**.

[1] B corresponde a la frecuencia máxima en Hz de la señal de interés. Por lo tanto, al asegurar $F_s = \frac{1}{T} \geq 2B$, la expresión corresponde a la ecuación (1).

[2] Se asignarán puntos extra si la expresión es obtenida a partir de operaciones vectoriales.

c. Crear la secuencia $x_3[n] = 2 \cdot x_1[n] + 3 \cdot x_2[n]$. Luego, **asumiendo sistema en reposo**, obtener la respuesta del sistema $T\{x_3[n]\}$. Graficar la secuencia resultante usando **stem()** y compararla con la secuencia $y_3[n] = 2 \cdot y_1[n] + 3 \cdot y_2[n]$. Se podría tratar de un sistema lineal? Justificar claramente su respuesta.

d. Crear[3] la secuencia $x_4[n] = x_1[n-10]$. Luego, **asumiendo sistema en reposo**, obtener $T\{x_4[n]\}$. Validar la secuencia obtenida con la función **filter()**. Luego, obtener la secuencia $y_1[n-10]$ y graficar ambas. Se podría tratar de un sistema invariante en el tiempo? Justificar claramente su respuesta.

e. Modificar su implementación del sistema, de tal manera que las condiciones iniciales correspondan a: $y[-1] = 4$ y $y[-2] = 5$. Luego, repetir el proceso anterior y verificar si la forma recursiva podría representar un sistema LTI. Justificar claramente su respuesta.

[3]Sugerencia: concatenar ceros al inicio de la secuencia. Usar **zeros()**.