PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA

IEE239 - PROCESAMIENTO DE SEÑALES E IMÁGENES DIGITALES
Examen 1
(Primer semestre 2016)

Indicaciones generales:

- Duración: 3 horas.
- **La evaluación es estrictamente personal**.
- Solo está permitido el uso de tablas de transformadas y calculadoras científicas **no programables**.
- Indicar claramente el procedimiento seguido en cada pregunta.
- La presentación, la ortografía y la gramática influirán en la calificación.

Puntaje total: 20 puntos

Cuestionario:

Pregunta 1 (4 puntos)

a) Dada la secuencia:

$$x[n] = \left(\frac{1}{8}\right)^n u[n];$$

Hallar $r_{xx}(l)$ a partir de la transformada z. Mostrar claramente su procedimiento.

b) Dada la señal:

$$x[n] = 5\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin(11\pi t);$$

Determinar su serie de Fourier. Mostrar claramente su procedimiento.

c) Dada la secuencia:

$$x[n] = \frac{1}{2}\left(n^2 + n\right)\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} u[n-1];$$

Hallar su transformada de Fourier en tiempo discreto. Mostrar claramente su procedimiento.

Pregunta 2 (4 puntos)

Se cuenta con el sistema descrito en la Figura 1 y la señal en tiempo continuo cuyo espectro es descrito en la Figura 2. Se sabe además que la función de transferencia $H(e^{j\omega})$ está definida como:

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 0, & 0 \leq |\omega| < \pi/3 \\ 1, & \pi/3 \leq |\omega| < \pi/2 \\ 0, & \pi/2 \leq |\omega| < \pi \end{cases} \quad ;$$

a) Describir gráficamente $X(e^{j\omega})$, $V(e^{j\omega})$, $W(e^{j\omega})$ e $Y(e^{j\omega})$ para $\omega \in [-2\pi, 2\pi]$.

b) Describir gráficamente $Y_c(j\Omega)$ para $\Omega \in [\frac{-3\pi}{8T}, \frac{3\pi}{8T}]$.

c) Expresar $y_c(t)$ en función de $x_c(t)$. Es posible modelar al sistema global como un sistema LTI en tiempo contínuo? Justificar claramente su respuesta.

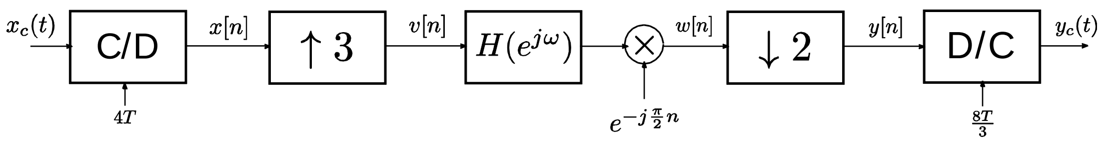

Figura 1. Sistema discreto.

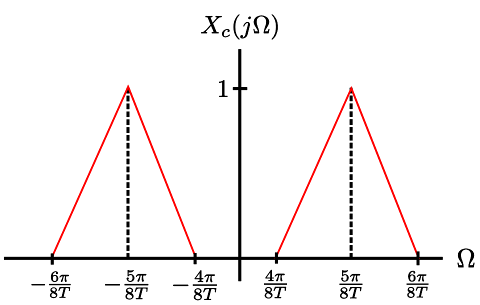

Figura 2. Espectro de señal de entrada.

Pregunta 3 (4 puntos)

Dado el sistema descrito en la Figura 3, donde $\beta = 1$, $\gamma = 0.25$, $\alpha = \delta = 0$:

a) Hallar su estructura recursiva en Forma Directa I.

b) Determinar la función de transferencia del sistema y su diagrama de polos y ceros. Luego, hallar sus posibles respuestas al impulso y especificar la causalidad y estabilidad en cada caso.

c) Asumiendo sistema causal, determinar la respuesta del sistema al escalón unitario. Mostrar claramente su procedimiento.

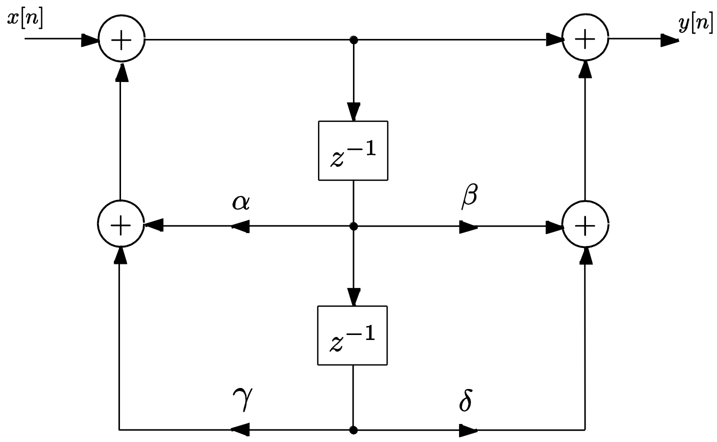

Figura 3: Sistema recursivo.

Pregunta 4 (4 puntos)

Dado el sistema descrito en la Figura 4, se requiere encontrar la respuesta al impulso del bloque **Wiener** que minimice el **error cuadrático medio** de e(n). Se sabe que μ(n) y η(n) son señales estocásticas con las siguientes propiedades:

i. μ y η son señales WSS de media 0 no correlacionadas entre sí.

ii. $\gamma_{\mu\mu}(l) = 2 \cdot (0.8)^{|l|}$.

iii. η corresponde a ruido blanco con varianza 2.

a) Hallar los coeficientes del filtro Wiener de orden p=3. Mostrar claramente su procedimiento.
b) Hallar el error cuadrático medio correspondiente a los coeficientes hallados en la pregunta a). Mostrar claramente su procedimiento.
c) De acuerdo a la estructura de interés, cuál es el propósito del filtro óptimo diseñado? Se trata de un filtro BIBO estable? Justificar claramente su repuesta.

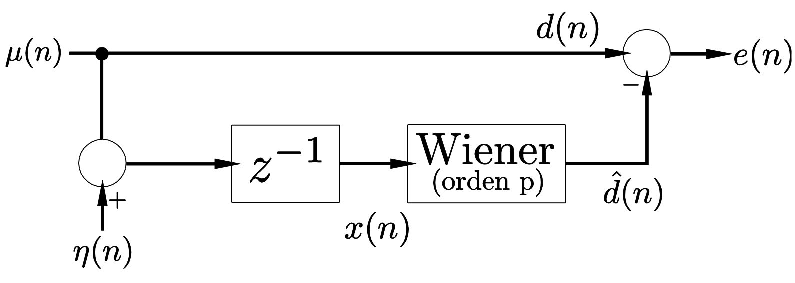

Figura 4: Sistema propuesto.

Pregunta 5 (4 puntos)

a) Dada la secuencia $x[n]$:

$$x[n] = \{\underline{4} \quad 3 \quad 2 \quad 1\};$$

Determinar la secuencia $w[n]$ cuya DFT de 6 puntos es

$$W(k) = \mathrm{Re}\{X(k)\};$$

Donde $X(k)$ es la DFT de 6 puntos de $x[n]$.

b) Dada la secuencia $x[n]$ de la pregunta a), determinar la secuencia $v[n]$ cuya DFT de 3 puntos es

$$V(k) = X(2k+1);$$

Donde $X(k)$ es la DFT de 6 puntos de $x[n]$.

c) Determinar $h(t)$ a partir de la transformada de Fourier en tiempo continuo para $H(j\Omega)$ cuyo espectro de magnitud y espectro de fase son descritos en la Figura 5.

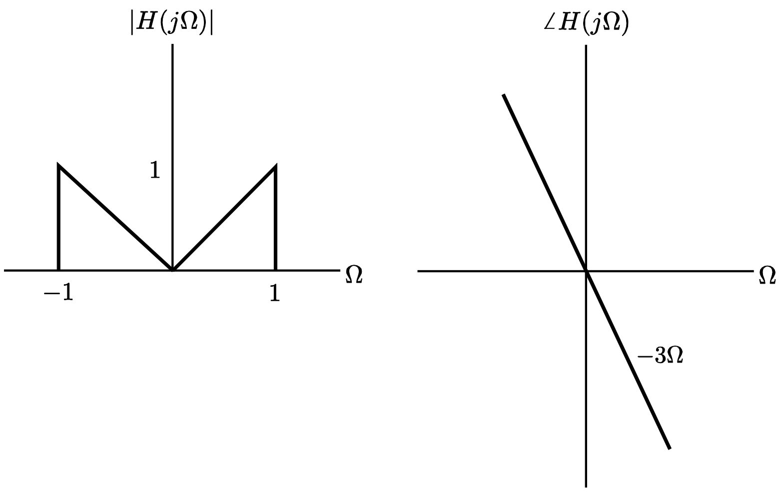

Figura 5: Espectro de magnitud y espectro de fase para $H(j\Omega)$.

Profesor del curso: Renán Rojas G.

San Miguel, 12 de mayo del 2016.