PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA

IEE239 - PROCESAMIENTO DE SEÑALES E IMÁGENES DIGITALES
Examen 1
(Segundo semestre 2016)

Indicaciones generales:

- Duración: 3 horas.
- **La evaluación es estrictamente personal**.
- Solo está permitido el uso de tablas de transformadas y calculadoras científicas **no programables**.
- Indicar claramente el procedimiento seguido en cada pregunta.
- La presentación, la ortografía y la gramática influirán en la calificación.

Puntaje total: 20 puntos

Cuestionario:

Pregunta 1 (4 puntos)

Diseñar un filtro digital IIR a partir del método de **invarianza del impulso** tomando como referencia la siguiente función de transferencia:

$$H_c(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}\cdot s + 1};$$

El filtro digital debe tener una frecuencia de corte en $\omega_c = \frac{\pi}{3}$.

a) Establecer Ω_c del filtro analógico. Hacer un bosquejo de su espectro de magnitud para $[-10,+10]$ rad/s. Según su ganancia, de qué tipo de filtro se trata?
b) Hallar $H(z)$ para el valor de T adecuado, de tal manera que se cumpla con los requerimientos de diseño. Se genera efecto aliasing?
c) Hallar la ecuación de diferencias **correctamente simplificada** del sistema diseñado y describir gráficamente su estructura recursiva.

Pregunta 2 (4 puntos)

Se cuenta con el sistema descrito en la Figura 1, la señal en tiempo continuo cuyo espectro es descrito en la Figura 2 y las funciones de transferencia descritas en la Figura 3.

a) Describir gráficamente $X(e^{j\omega})$, $R(e^{j\omega})$, $V(e^{j\omega})$, $W(e^{j\omega})$ e $Y(e^{j\omega})$ para $\omega \in [-3\pi, 3\pi]$.

b) Describir gráficamente $Y_c(j\Omega)$ para $\Omega \in [\frac{-\pi}{3T}, \frac{\pi}{3T}]$.

c) Expresar $y_c(t)$ en función de $x_c(t)$. Es posible modelar al sistema global como un sistema LTI en tiempo contínuo? Justificar claramente su respuesta.

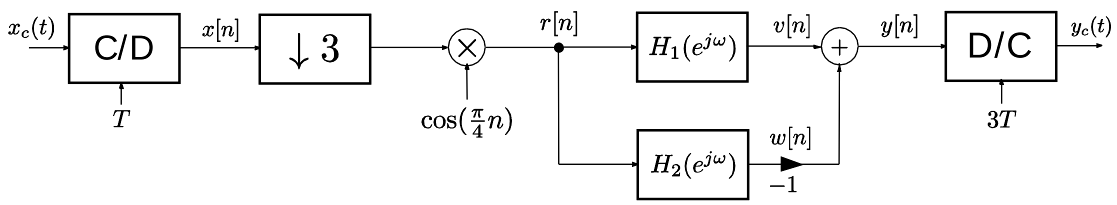

Figura 1. Sistema discreto.

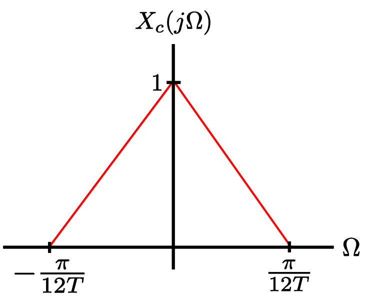

Figura 2. Espectro de señal de entrada.

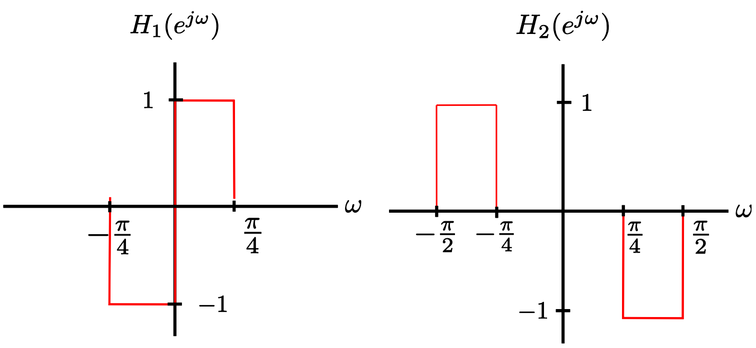

Figura 3. Funciones de transferencia en tiempo discreto. (a) $H_1(e^{j\omega})$. (b) $H_2(e^{j\omega})$.

<u>Pregunta 3</u> (4 puntos)

a) Determinar la transformada de Fourier en tiempo discreto de la siguiente secuencia. Mostrar claramente su procedimiento.

$$x[n] = |n-1| \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|};$$

b) Determinar la serie de Fourier de la señal descrita en la Figura 4. Mostrar claramente su procedimiento.

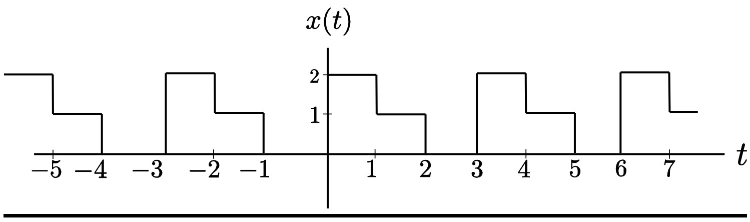

Figura 4: señal periódica en tiempo continuo.

<u>Pregunta 4</u> (4 puntos)

La distribución de polos y ceros de un sistema de interés es descrita en la Figura 5.

a) Determinar la función de transferencia del sistema. Mostrar claramente su procedimiento.
b) Determinar las posibles regiones de convergencia del sistema y las correspondientes respuestas al impulso del sistema. Luego, determinar la causalidad, estabilidad y duración de la respuesta al impulso en cada caso. Mostrar claramente su procedimiento.
c) Asumiendo que se trata de un sistema BIBO estable, determinar la respuesta del sistema $y[n]$ a la siguiente entrada. Mostrar claramente su procedimiento:

$$x[n] = \sum_{k=0}^{+\infty} (5)^{-k} \delta[n-k].$$

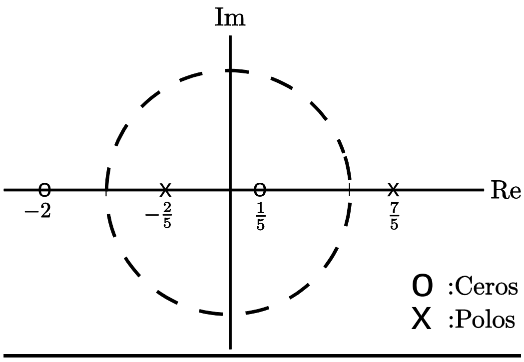

Figura 5: diagrama de polos y ceros del sistema.

<u>Pregunta 5</u> (4 puntos)

Dada la secuencia $x[n] = \{\underline{1} \quad 2 \quad 0 \quad 0 \quad 4 \quad 0 \quad 0 \quad 2\}$:

a) **A partir de la definición de transformada discreta de Fourier**, hallar la secuencia $X(k)$ para $N = 8$.
b) Demostrar la siguiente propiedad:

$$x[n]\cdot \exp\left(j\frac{2\pi\cdot\alpha}{N}n \right) \leftrightarrow X(k-\alpha)$$

c) Hallar $\hat{X}(k) = F\left\{ x[n]\cdot\cos\left(\frac{6\pi}{8}n\right)\right\}$ para $N=8$ usando el algoritmo FFT Radix-2. Luego, mostrar que el resultado es coherente con la demostración realizada en el inciso b). La Figura 6 describe la implementación de interés. Mostrar claramente su procedimiento.

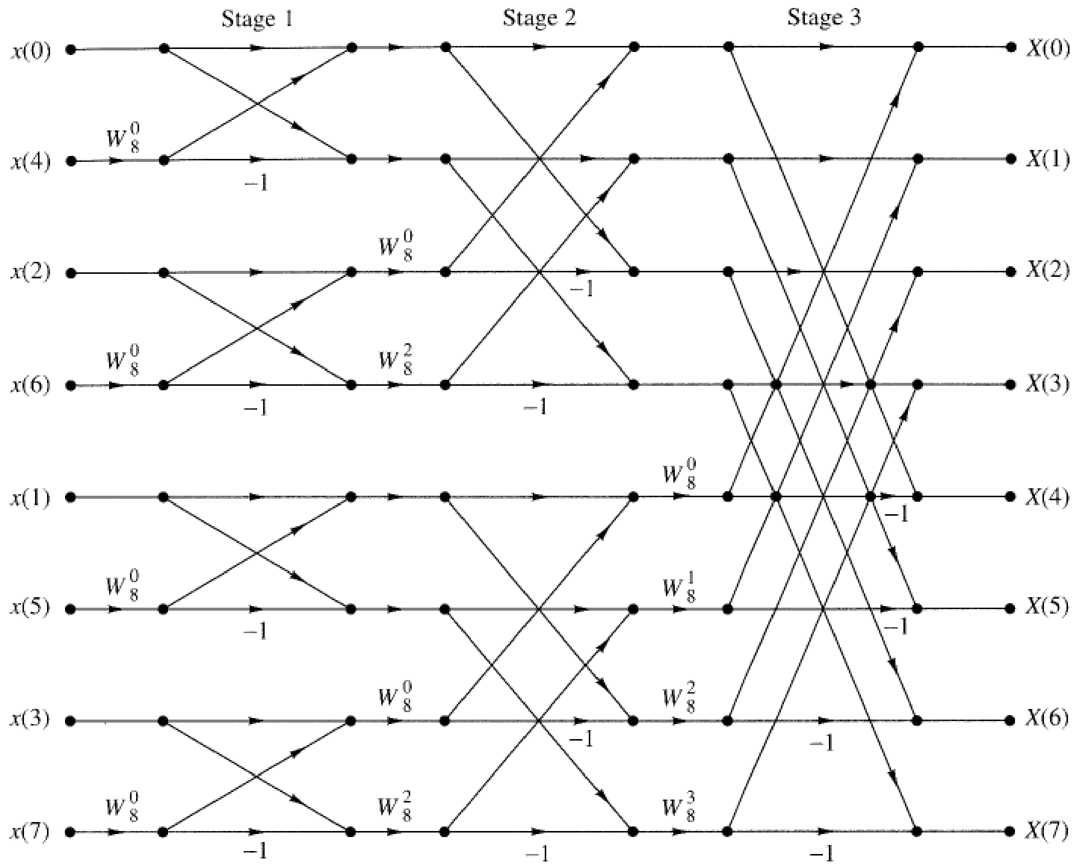

Figura 6: Diezmado temporal descrito a partir de bloques elementales.

Profesor del curso: Renán Rojas G.

San Miguel, 13 de octubre del 2016.