# IEE239 - Procesamiento de Señales e Imágenes Digitales
## Laboratorio 1 - Solución de Prueba de Entrada
### Primer Semestre 2018

Martes, 3 de abril del 2018

- **Horario 08M2**
- Duración: 20 minutos.
- Mostrar claramente su procedimiento en cada pregunta. Justificar adecuadamente sus respuestas.
- Está terminantemente prohibido el uso de material adicional y calculadora.
- La evaluación es **estrictamente** personal.

1. *(2 puntos)* Dado el sistema estable caracterizado por la función de transferencia

$$H(z) = \frac{1}{z^{-2} - 5z^{-1} + 6}$$

   a) Hallar los polos y zeros. Indicar su región de convergencia (ROC) (Puede hacerlo gŕafica o analíticamente).

   b) Hallar $h[n]$.

   **Solución:**

$$H(z) = \frac{1/2}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{1/3}{1 - \frac{1}{3}z^{-1}}$$

   Los polos están en $z = 1/3$ y $z = 1/2$. Hay un cero de multiplicad 2 en $z = 0$. La región de convergencia, dado que debe contener el C.U. es $\{z/|z| > 0.5\}$. Dado que el sistema es causal, $h[n] = \frac{1}{2}(\frac{1}{2})^n u[n] - \frac{1}{3}(\frac{1}{3})^n u[n]$.

2. *(2 puntos)* Dados los siguientes dos sistemas LTI caracterizados por sus respuestas al impulso $h_1[n]$ y $h_2[n]$, respectivamente, comentar sobre su BIBO estabilidad y su causalidad. Justificar claramente sus respuestas.

   a) $h_1[n] = \begin{cases} 2^n & \text{si } n \leq 0 \\ (\frac{1}{3})^n & \text{si } n > 0\ . \end{cases}$

   b) $h_2[n] = (1 + \text{sign}(n))^n$. Donde la función signo, $\text{sign}(x)$, se define como:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 1 & \text{en otros casos.} \end{cases}$$

   **Solución:**

a) $\sum |h_1[n]| = S_1 + S_2$ donde, usando la expresión para la suma de una serie geométrica de convergente, se tiene:

$$S_1 = \sum_{n=-\infty}^{-1} |h_1[n]| = \sum_{n=-\infty}^{-1} 2 = \sum_{n=-\infty}^{1} 2 = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} - 1 = 1$$

$$S_2 = \sum_{n=0}^{\infty} |h_1[n]| = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3} = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = 1.5$$

Luego, $\sum |h_1[n]| = 1 + 1.5 = 2.5 < \infty$. El sistema es estable pero no causal.

b) Para $n < 0$ se tiene que $\text{sign}(n) = -1$ y por tanto $(1 + \text{sign}(n)) = 0$, por lo cual $h_2[n] = 0$ para $n < 0$ y se tiene que el sistema es causal. Para $n > 0$ se tiene una serie geométrica donde la base es 2, así que el sistema es inestable.

3. *(1 punto)* Dadas las siguientes secuencias (donde el elemento $n = 0$ está indicado)

$$x[n] = [1 \quad -1 \quad \underset{\uparrow}{3} \quad 5 \quad 2 \quad 10 \quad 11]$$

$$y[n] = [-1 \quad \underset{\uparrow}{1} \quad 2 \quad 4],$$

y sean $g[n] = x[n] * y[n]$ y $r[n] = x[n] * y[-n]$, hallar $g[1]$ y $r[2]$. Indique además si las secuencias $g[n]$ y $r[n]$ son causales, anticausales o bilaterales.

**Solución:**

$g[1] = (-1)(4) + (3)(2) + (5)(1) + (2)(-1) = 5$

$r[2] = (5)(-1) + (2)(1) + (10)(2) + (11)(4) = 61$

Se observa además que ambas secuencias tendrán algún elemento correspondiente a $n < 0$ con valor distinto a cero (*e.g.* $r[-2] = 4$ y $g[-1] = -1$) por lo que las secuencias son bilaterales.