PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA

IEE239 - PROCESAMIENTO DE SEÑALES E IMÁGENES DIGITALES
Examen 2
(Primer semestre 2017)

Indicaciones generales:

- Duración: 3 horas.
- **La evaluación es estrictamente personal**.
- Está permitido el uso de tablas de transformadas y calculadoras **no programables**.
- Indicar claramente el procedimiento seguido en cada pregunta.
- La presentación, la ortografía y la gramática influirán en la calificación.

Puntaje total: 20 puntos

Cuestionario:

Pregunta 1 (4 puntos)

a) Dado el mapa de discontinuidades $f(x,y)$, esbozar la transformada de Hough para líneas de los elementos definidos como bordes, expresados como '1' en el mapa. Asumir que se cuenta con resolución infinita $(k \to \infty)$ en el plano ρ,θ. Señalar los pares (ρ,θ) que correspondan a intersecciones e indicar a qué línea corresponden:

$$f(x,y) = \delta(x-1, y-1) + \delta(x-5, y-1) + \delta(x-1, y-5) + \delta(x-3, y-3).$$

b) Se cuenta con el histograma $h[k]$ de una imagen con resolución de intensidad de 4 bits. Determinar el histograma que se obtiene al convertir el bit plane 2 de la imagen a 0. Asumir que el plano menos significativo corresponde al bit-plane 0.

$$h[k] = [\underset{=}{8} \quad 9 \quad 2 \quad 4 \quad 1 \quad 1 \quad 9 \quad 10 \quad 6 \quad 1 \quad 2 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 0 \quad 2]$$

c) Dada la imagen $g(x,y) \in R^{4\times5}$ expresada en forma row-major, Determinar la m-adyacencia de sus elementos de para el conjunto $V:\{5 \quad 7 \quad 9 \quad 11 \quad 13\}$:

$$g_{RM}[k] = [\underset{=}{8} \quad 10 \quad 4 \quad 6 \quad 13 \quad 1 \quad 13 \quad 9 \quad 7 \quad 12 \quad 11 \quad 4 \quad 7 \quad 8 \quad 15 \quad 2 \quad 5 \quad 15 \quad 4 \quad 6];$$

Pregunta 2 (4 puntos)

a) Demostrar la siguiente relación entre la imagen $f(x,y)$ y su DFT 2D $F(u,v)$ para M,N muestras en frecuencia. Sugerencia, usar la definición de IDFT 2D:

20171020: cambios en 1a) 3b) 4a) 5b) de acuerdo a las indicaciones realizadas durante el examen.

$$\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}\left|f(x,y)\right|^2 = \frac{1}{MN}\sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1}\left|F(u,v)\right|^2$$

b) Dada una **imagen real** $f(x,y)$ cuya DFT 2D para $M = N = 512$ cumple con las siguientes condiciones, determinar los coeficientes {a-g}. Luego, determinar $f(x,y)$ correctamente simplificada.

$F(0,0) = 20 + j \cdot a$; $F(b,c) = -10 + j15$; $F(152,152) = 17 + j23$; $F(1,510) = 41 + j9$;
$F(d,e) = 17 - j23$; $F(480,480) = -10 - j15$; $F(f,g) = 41 - j9$; $F(u,v) = 0, \text{otros casos}$.

<u>Pregunta 3</u> (4 puntos)

Dada la imagen $f(x,y)$, donde $A \in R$, y el sistema representado por $w(x,y)$:

$$\mathrm{f(x, y)} = \begin{cases} \mathrm{A}, & -3 \le \mathrm{x} \le 3 \wedge -3 \le \mathrm{y} \le 3 \\ 0, & \text{otros casos} \end{cases}; \qquad w(x,y) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{-8} & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Determinar la respuesta del sistema ante $f(x,y)$ **a partir de producto en frecuencia** para $M = N = 7$. Mostrar claramente su procedimiento.

b) Demostrar que, para toda imagen $f(x,y)$, la siguiente operación es proporcional al método **Unsharp Masking**:

$$f(x,y) - w(x,y) * f(x,y) \propto f(x,y) + k\left[f(x,y) - \overline{f}(x,y)\right].$$

<u>Pregunta 4</u> (4 puntos)

Dada la imagen $f(x,y)$ y el sistema descrito en la Figura 1:

$$f(x,y) = \begin{pmatrix} \underline{4} & 8 & 9 & 12 \\ 4 & 15 & 14 & 7 \\ 2 & 7 & 12 & 8 \\ 7 & 9 & 14 & 8 \end{pmatrix}$$

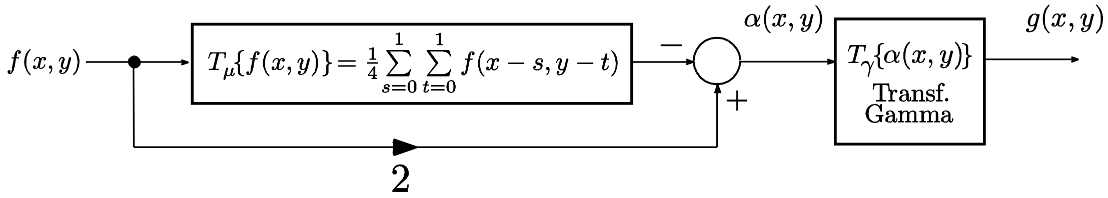

Figura 1: Sistema basado en filtrado espacial y transformaciones de intensidad

a) **Asumiendo resolución de intensidad infinita**, determinar $\alpha(x,y)$ y $g(x,y)$, si se sabe que T_γ corresponde a una transformación Gamma con las siguientes características: $T\gamma\{31\} = 31$, $T\gamma\{5\} = 9$. Asumir zero-padding.

<u>20171020: cambios en 1a) 3b) 4a) 5b) de acuerdo a las indicaciones realizadas durante el examen.</u>

b) Es posible expresar la salida del sistema T_μ a partir de convolución? En caso sea así, determinar la máscara correspondiente. Caso contrario, justificar claramente por qué no es posible.

c) Determinar la relación matemática entre $f(x,y)$ y $\alpha(x,y)$. A qué método de procesamiento de imágenes corresponde?

<u>Pregunta 5</u> (4 puntos)

Dada la imagen $f(x,y) \in R^{395\times 395}$ con resolución de intensidad de 4 bits, se cuenta con su histograma $h[k]$ y un parche $p(x,y) \in R^{8\times 8}$:

$$h[k] = \lfloor \underline{0} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 10350 \quad 9001 \quad 14055 \quad 8653 \quad 5958 \quad 5281 \quad 5405 \quad 8667 \quad 88655 \rfloor.$$

$$p(x,y) = \begin{pmatrix} \underline{7} & 7 & 7 & 8 & 8 & 10 & 11 & 13 \\ 7 & 7 & 7 & 8 & 9 & 11 & 12 & 14 \\ 7 & 8 & 8 & 9 & 11 & 13 & 14 & 15 \\ 7 & 9 & 8 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 8 & 11 & 11 & 14 & 14 & 15 & 15 & 15 \\ 9 & 11 & 11 & 14 & 14 & 15 & 15 & 15 \\ 9 & 11 & 12 & 14 & 14 & 15 & 15 & 15 \\ 12 & 14 & 14 & 15 & 15 & 15 & 15 & 15 \end{pmatrix};$$

$$\mathrm{s(x,y)} = \begin{cases} 1, & (\mathrm{M(x,y)} > 10) \wedge (0.61\,\mathrm{rad} < P(x,y) < 0.96\,\mathrm{rad}) \\ 0, & \text{otros casos} \end{cases};$$

a) Determinar el histograma normalizado de $f(x,y)$. Luego, proponer una modificación al **método de Rosin** que permita establecer automáticamente un valor umbral para $f(x,y)$ y especificar claramente los cambios propuestos. Mostrar los ángulos y distancias calculadas para cada intensidad analizada y establecer la función de umbralización resultante. **No está permitido calcular el umbral a partir de relaciones geométricas en papel**.

b) A partir de máscaras de **Sobel**, determinar si las siguientes posiciones corresponden a bordes, de acuerdo a la función de umbralización $\mathrm{s(x,y)}$, donde $\mathrm{M(x,y)}$ y $\mathrm{P(x,y)}$ corresponden a la magnitud y fase de la gradiente, respectivamente. Qué orientación de bordes se detecta?

$$\{(1,1) \quad (4,3) \quad (6,3) \quad (2,6) \quad (2,7)\}.$$

Profesor del curso: Renán Rojas G.

San Miguel, 13 de julio del 2017.

<u>20171020: cambios en 1a) 3b) 4a) 5b) de acuerdo a las indicaciones realizadas durante el examen.</u>

Información Extra:

- Umbralización unimodal:

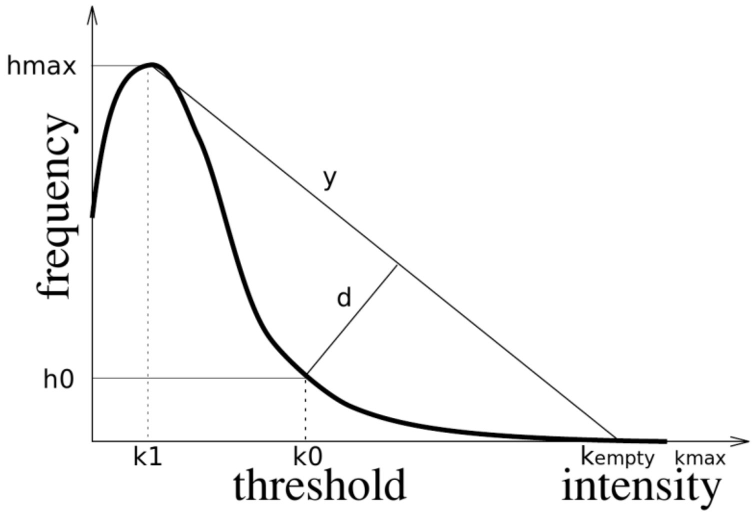

Figura 2: Umbralización unimodal

- Transformada de Hough para líneas:

$$x\cos(\theta) + y\sin(\theta) = \rho;$$

$$\Delta\theta = \frac{\pi}{k}; \qquad -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}.$$

- Transformación Gamma:

$$g(x,y) = c \cdot f(x,y)^{\gamma}.$$

- Laplaciano:

Forma 1:

$$\nabla^2\{f\} = \frac{d^2 f}{dx^2} + \frac{d^2 f}{dy^2}.$$

Forma 2:

$$\nabla^2\{f\} = \frac{d^2 f}{dx^2} + \frac{d^2 f}{dy^2} + \frac{d^2 f}{dxdy} + \frac{d^2 f}{dydx}.$$

- Números complejos:

$$(\alpha + \beta)^* = \alpha^* + \beta^*;$$

$$(\alpha \cdot \beta)^* = \beta^* \cdot \alpha^*;$$

$$|\alpha|^2 = \alpha^* \cdot \alpha.$$

20171020: cambios en 1a) 3b) 4a) 5b) de acuerdo a las indicaciones realizadas durante el examen.