IEE239 - Procesamiento de Señales e Imágenes Digitales
Laboratorio 5 - Solución de la Prueba de Entrada
Segundo Semestre 2017

21 de noviembre de 2017

1. *(3 puntos)* Se dispone de una imagen cuantizada a 4 bits, cuyo histograma se muestra a continuación.

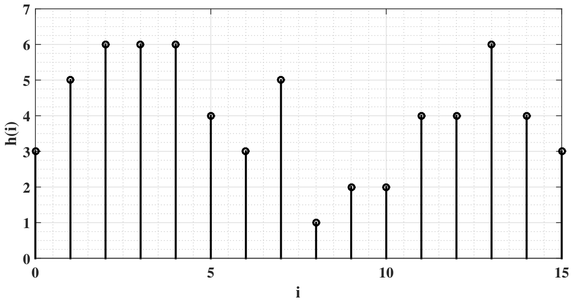

Figura 1: Histograma de la imagen.

a. Aplicar el método de umbralización iterativa para el histograma bimodal del presente caso. Considerando un umbral inicial de 9 y una tolerancia de 0.05, calcular el umbral final.

Solución: Dado que el umbral inicial es 9, se dividen los datos en dos grupos: grupo 1, conteniendo a los valores menores o iguales a 9,y el grupo 2 con los datos restantes. Luego, se halla el valor medio de cada grupo.

Iteracion 1

$$\bar{G}1 = 3{,}85 \quad \leftrightarrow \quad \bar{G}2 = 12{,}65$$

$$Umbral1 = \frac{G1 + G2}{2} = 8{,}25$$

Iteracion 2

$$\bar{G}1 = 3{,}59 \quad \leftrightarrow \quad \bar{G}2 = 12{,}36$$

$$Umbral2 = \frac{G1 + G2}{2} = 7{,}97$$

Iteracion 3

$$\bar{G}1 = 3{,}47 \quad \leftrightarrow \quad \bar{G}2 = 12{,}19$$

$$Umbral3 = \frac{G1 + G2}{2} = 7{,}83$$

Y al realizar la siguiente iteración, el valor del umbral no varía. Así, $Umbral3$ corresponde al umbral buscado.

2. *(2 puntos)*

a. *(1 punto)* Demostrar que la derivada de segundo orden en 1 dimensión, a partir de diferencias finitas por **central difference**, corresponde a la siguiente expresión:

$$\frac{d^2}{dn^2} = \delta[n+1] - 2\delta[n] + \delta[n-1]$$

Solución:

$$f'(t) = \lim_{n \to 0} \left(\frac{f(t+n/2) - f(t-n/2)}{n}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} f'(t) = \lim_{n \to 0} \left(\frac{f(t+n/2+n/2) - f(t+n/2-n/2) - [f(t-n/2+n/2) - f(t-n/2-n/2)]}{n^2}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} f'(t) = \lim_{n \to 0} \left(\frac{f(t+n) - 2f(t) + f(t-n)}{n^2}\right)$$

Por diferencias finitas, n=1.

$$\frac{\partial^2}{\partial n^2} = \delta[n+1] - 2\delta[n] + \delta[n-1]$$

b. *(1 punto)* Dada $g(x,y)$, se pide obtener $G(u,v)$ para $M = N = 4$. Además, calcular la magnitud y el ángulo de la gradiente usando **forward difference** para el elemento $(x,y) = (0,0)$.

$$g(x,y) = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} & 2 \\ -\sqrt{2} & \boxed{0} & \sqrt{2} \\ 2 & -\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}$$

Solución:

$$G(u,v) = \sqrt{2}\delta[x-1,y] - \sqrt{2}\delta[x,y-1] + \sqrt{2}\delta[x,y+1] - \sqrt{2}\delta[x+1,y] + 2\delta[x+1,y-1] + 2\delta[x-1,y+1]$$

$$G(u,v) = \sqrt{2}\exp\left[-2\pi j(\frac{-u}{M})\right] - \sqrt{2}\exp\left[-2\pi j(\frac{-v}{N})\right] + \sqrt{2}\exp\left[-2\pi j(\frac{v}{N})\right]$$
$$-\sqrt{2}\exp\left[-2\pi j(\frac{u}{M})\right] + 2\exp\left[-2\pi j(\frac{u}{M} - \frac{v}{N})\right] + 2\exp\left[-2\pi j(\frac{-u}{M} + \frac{v}{N})\right]$$

Simplificando,

$$G(u,v) = \sqrt{2}sin\left[\frac{2\pi u}{4}\right]2j - \sqrt{2}sin\left[\frac{2\pi v}{4}\right]2j + 2cos\left[2\pi(\frac{-u}{4} + \frac{v}{4})\right]$$

Hallando la magnitud y ángulo de la gradiente:

$$|\nabla(G)| = \sqrt{(-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = 2$$

$$|\angle(G)| = atan\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -\frac{\pi}{4}$$