IEE239 - Procesamiento de Señales e Imágenes Digitales
Laboratorio 2 - Aplicación
Primer Semestre 2018

Martes, 17 de abril del 2018

- **Horario 08M2**
- Duración: 1 hora.
- La evaluación es **estrictamente** personal.
- Está permitido el uso de material adicional.
- **Está prohibido copiar código externo (ejemplos de clase, material en línea, etc.).**

1. *(5 puntos)* Si bien el muestreo de señales pasabajo satisface las mayoría de requerimientos en muestreo en el campo de procesamiento de señales e imagenes digitales, otro esquema de muestreo usado en la práctica es el muestreo pasabanda. Esta técnica consiste en muestrear solo señales continuas pasabanda, cuya frecuencia central debe ser distinta de 0 Hz, con una frecuencia de muestreo menor a la del teorema de Nyquist.

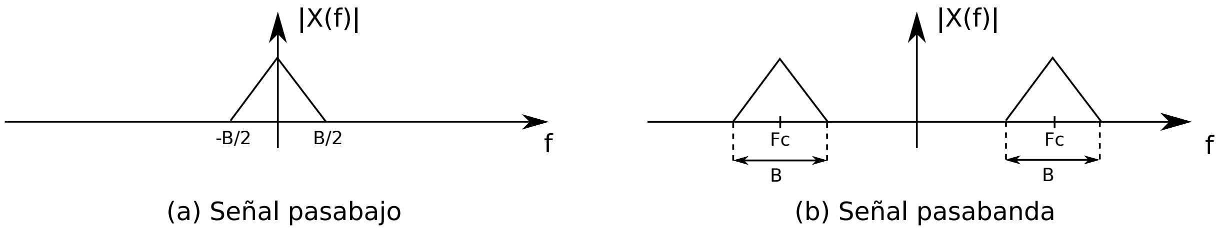

Fig. 1: Grafica referencial de una señal pasabajo y una señal pasabanda.

Dada la señal pasabanda $x_c(t)$ centrada en $F_c = 2$kHz, con un ancho de banda $B = 500$ Hz:

$$x_c(t) = 5\cos(2\pi(F_c - \frac{B}{2})t) + 10\cos(2\pi F_c t) + 5\cos(2\pi(F_c + \frac{B}{2})t),$$

la cual ha sido muestreada durante 6 segundos ($t \in [0, 0.5]$). Realizar los siguientes pasos con el fin de discretizar dicha señal.

a) *(1 puntos)* La frecuencia de muestreo Fs debe cumplir lo siguiente:

$$\frac{2F_c + B}{m+1} \leq Fs \leq \frac{2F_c - B}{m}. \quad (1)$$

Para este ejercicio calcular Fs como el promedio de la cota inferior y superior de la ecuación (1) considerando $m = 2$. Digitalizar la señal $x_c(t)$ utilizando la frecuencia muestreo obtenida. Graficar el espectro de magnitud de la señal utilizando la función **plot_DFT**[1]. Volver a realizar lo anterior considerando un $m = 3$. ¿Qué efecto tiene modificar la variable m en el espectro de magnitud?.

[1] La función plot_DFT se encuentran almacenada en /laboratorio/lab02/08m2/app. plot_DFT(x,Fc, Fs) grafica el espectro de magnitud de un secuencia discreta x en un domino de $[-Fc, \ldots, +Fc]$, donde Fc es su frecuencia central y Fs es su frecuencia de muestreo.

b) *(1 puntos)* Generar un filtro pasabajos de $M = 100$ coeficientes con una frecuencia de corte que permita obtener el espectro pasabanda centrado en banda base (frecuencia de 0Hz). La ecuación analítica del filtro pasabajos es:

$$h[n] = (u[n] - u[n-M])\,\frac{\omega_c}{\pi}\mathrm{sinc}\left(\frac{\omega_c}{\pi}\left[n - \frac{M}{2}\right]\right),$$

donde M representa el número de coeficientes y ω_c la frecuencia de corte.

c) *(1 puntos)* Utilizando la señal discreta $x[n]$ obteniada para $m = 2$ (inciso 1a), realizar el filtrado a partir de producto en frecuencia entre $X(e^{j\omega})$ y $H(e^{j\omega})$. Para ello, considerar que la secuencia de transforma de Fourier $H(e^{j\omega})$ debe de tener igual número de muestras que $X(e^{j\omega})$. Graficar el espectro de magnitud de la señal filtrada[2].

d) *(0.5 puntos)* Con el fin de incrementar la frecuencia de muestreo, realizar una interpolación por un factor 3 sobre la señal resultante del inciso anterior.

e) *(1.5 puntos)* Con el fin de trasladar el espectro de banda base a una frecuencia mayor $\omega = 0.75\pi$ radianes por muestra, realizar los siguientes pasos:

- Separar el espectro de la señal en sus componentes positivo y negativo. Para ello, generar 2 vectores de ceros de longitud N igual al espectro de la señal y reemplazar sus correspondientes muestras por el componete negativo o positivo.
- Calcular el número de muestras k_0 en frecuencia necesarias para realizar el desplazamiento mencionado. En caso k_0 no sea entero redondear su valor.

  $$x[n]e^{j\omega_0 n} \xleftrightarrow{DTFT} X(e^{j(\omega-\omega_0)}) \quad\Longrightarrow\quad x[n]e^{j\omega_0 n} \xleftrightarrow{DTFT} X(e^{j(\omega-\omega_0)}) * \delta(\omega-\omega_0),$$

  donde $\omega_0 = \frac{2\pi k_0}{N}$.
- Generar dos señales impulsivas $\delta[\omega+\omega_0]$ y $\delta[\omega-\omega_0]$ considerando que la muestra cero se encuentra localizada en el centro de la secuencia a generar. Convolucionar $\delta[\omega-\omega_0]$ con el espectro positivo y $\delta[\omega+\omega_0]$ con el espectro negativo para obtener el desplazamiento deseado. Para la convoluciones se recomienda utilizar el comando `conv` con la bandera 'same' activada. Sumar ambos resultados y graficar su espectro de magnitud[2].

  $$\delta(\omega-\omega_0) = \delta(\omega - \tfrac{2\pi k_0}{N})$$

[2] El cálculo de la transforma de Fourier centrada en el origen de coordenadas consiste en aplicar el comando `fft` sobre la señal de interés y centrarla utilizando el comando `fftshift`. Para calcular su espectro magnitud, aplicar el valor absoluto a la transformada Fourier haciendo uso del comando `abs`. Para calcular la fase, utilizar el comando `angle` a la transformada de Fourier. Para crear el vector de frecuencias, generar un vector del tamaño de la señal normalizado a 2π y aplicar el comando `fftshift` al vector. Finalmente, restar 2π y utilizar el comando `unwrap`.