PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA

IEE239 - PROCESAMIENTO DE SEÑALES E IMÁGENES DIGITALES
Examen 1
(Primer semestre 2017)

Indicaciones generales:

- Duración: 3 horas.
- **La evaluación es estrictamente personal**.
- Indicar claramente el procedimiento seguido en cada pregunta.
- La presentación, la ortografía y la gramática influirán en la calificación.
- Solo está permitido el uso de tablas de transformadas y calculadoras científicas **no programables**.

Puntaje total: 20 puntos

Cuestionario:

Pregunta 1 (4 puntos)

Dado el sistema descrito en la Figura 1, se requiere encontrar la respuesta al impulso del bloque **Wiener** que minimice el **error cuadrático medio** de e(n). Se sabe que μ(n) y η(n) son señales estocásticas con las siguientes propiedades:

i. μ y η son señales WSS de media 0 no correlacionadas entre sí.
ii. $\gamma_{\mu\mu}(l) = (0.75)^{|l|}$.
iii. η corresponde a ruido blanco con varianza 2.

a) Hallar los coeficientes del filtro Wiener de orden p=3. Mostrar claramente su procedimiento.
b) Hallar el error cuadrático medio correspondiente a los coeficientes hallados en el inciso a). Mostrar claramente su procedimiento.
c) De acuerdo a la estructura de interés, cuál es el propósito del filtro óptimo diseñado? Se trata de un filtro BIBO estable? Justificar claramente su repuesta.

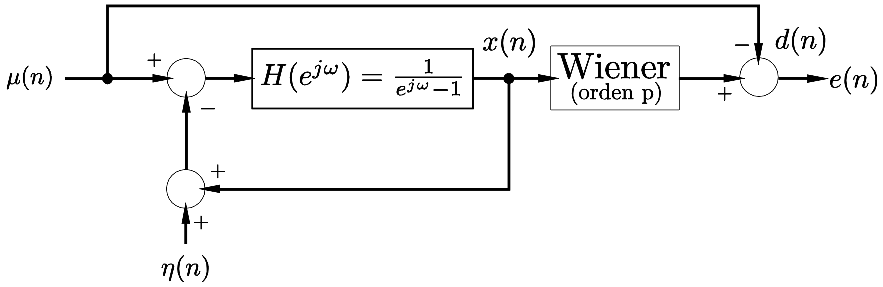

Figura 1. Sistema discreto basado en filtros óptimos.

Pregunta 2 (4 puntos)

Se cuenta con el sistema descrito en la Figura 2, la señal en tiempo contínuo cuyo espectro es descrito en la Figura 3 y la función de transferencia descrita en la Figura 4.

a) Describir gráficamente $X(e^{j\omega})$, $\alpha(e^{j\omega})$, $\beta(e^{j\omega})$, e $Y(e^{j\omega})$ para $\omega \in [-2\pi, 2\pi]$.

b) Describir gráficamente $Y_c(j\Omega)$ para $\Omega \in [\frac{-8\pi}{3T}, \frac{8\pi}{3T}]$.

c) Expresar $y_c(t)$ en función de $x_c(t)$. Es posible modelar al sistema global como un sistema LTI en tiempo contínuo? Justificar claramente su respuesta.

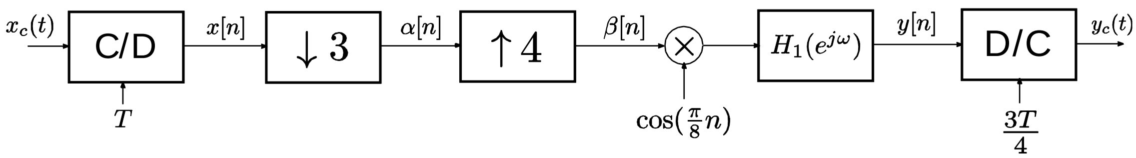

Figura 2. Sistema discreto.

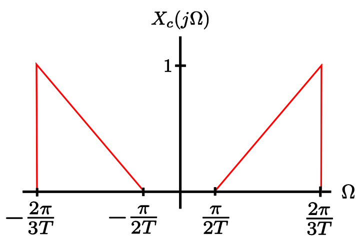

Figura 3. Espectro de señal de entrada.

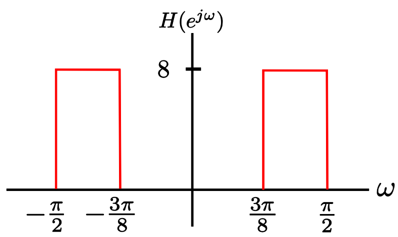

Figura 4. Función de transferencia en tiempo discreto.

Pregunta 3 (4 puntos)

a) Determinar la transformada inversa de Fourier de la siguiente expresión en frecuencia. Mostrar claramente su procedimiento:

$$R(e^{j\omega}) = \frac{1}{1-e^{-j\omega}} \left[\frac{\sin\left(\frac{3}{2}\omega\right)}{\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)} \right] + 5\pi\delta(\omega).$$

b) Dada la secuencia $x[n]$ y la respuesta al impulso $h[n]$, hallar la secuencia de salida $y[n]$ a partir de producto en frecuencia **utilizando la transformada discreta de Fourier**. Usar el mínimo número de muestras en frecuencia que evite aliasing en tiempo. Mostrar claramente su procedimiento.

$$x[n] = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^n, & 0 \le n < 3 \\ 0, & \text{otros casos} \end{cases} \quad ; \qquad h[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{6}\right)\{u[n] - u[n-5]\}.$$

Pregunta 4 (4 puntos)

Dado el sistema recursivo descrito en la Figura 5:

a) Determinar la ecuación de diferencias del sistema. Luego, obtener su función de transferencia, su diagrama de polos y ceros y sus posibles regiones de convergencia. Mostrar claramente su procedimiento.
b) Determinar las posibles respuestas al impulso del sistema. Luego, para cada una de ellas, establecer las siguientes características: (i) BIBO estabilidad, (ii) causalidad y (iii) duración (FIR o IIR). Justificar claramente su procedimiento.
c) Asumiento sistema BIBO estable, determinar la señal de entrada *x[n]* que genere la siguiente secuencia de salida. Mostrar claramente su procedimiento:

$$y[n] = \left(\frac{1-\sqrt{17}}{4}\right)^n u[n].$$

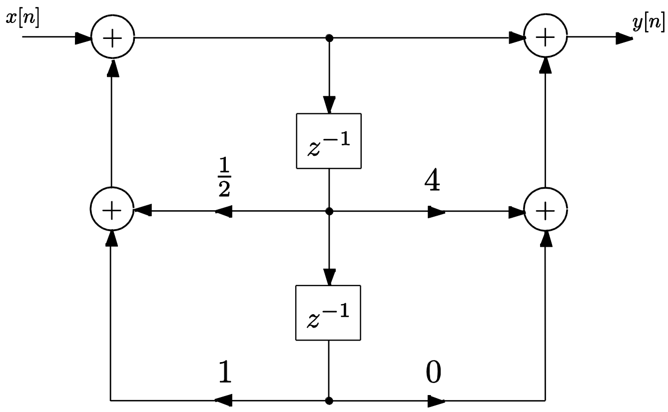

Figura 5. Sistema discreto.

Pregunta 5 (4 puntos)

Dada la secuencia:

$$x[n] = \left\{ \underline{\underline{8}} \quad 0 \quad \exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right) \quad 0 \quad \exp\left(j\frac{\pi}{2}\right) \quad 0 \quad \exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right) \quad 0 \right\};$$

a) **A partir de la definición de transformada discreta de Fourier**, hallar la secuencia $X(k)$ para $N = 8$.

b) Demostrar la siguiente propiedad de la DFT: $x^*[n] \leftrightarrow X^*(-k)$;

c) Hallar la DFT de la secuencia $\hat{x}[n] = \mathrm{Re}\{x[n]\}$ para $N = 8$ usando el algoritmo FFT Radix-2. Calcular los resultados de cada etapa intermedia y mostrar claramente su procedimiento. La Figura 6 describe la implementación de interés.

d) Demostrar claramente que el resultado del inciso c) es coherente con la demostración realizada en el inciso b).

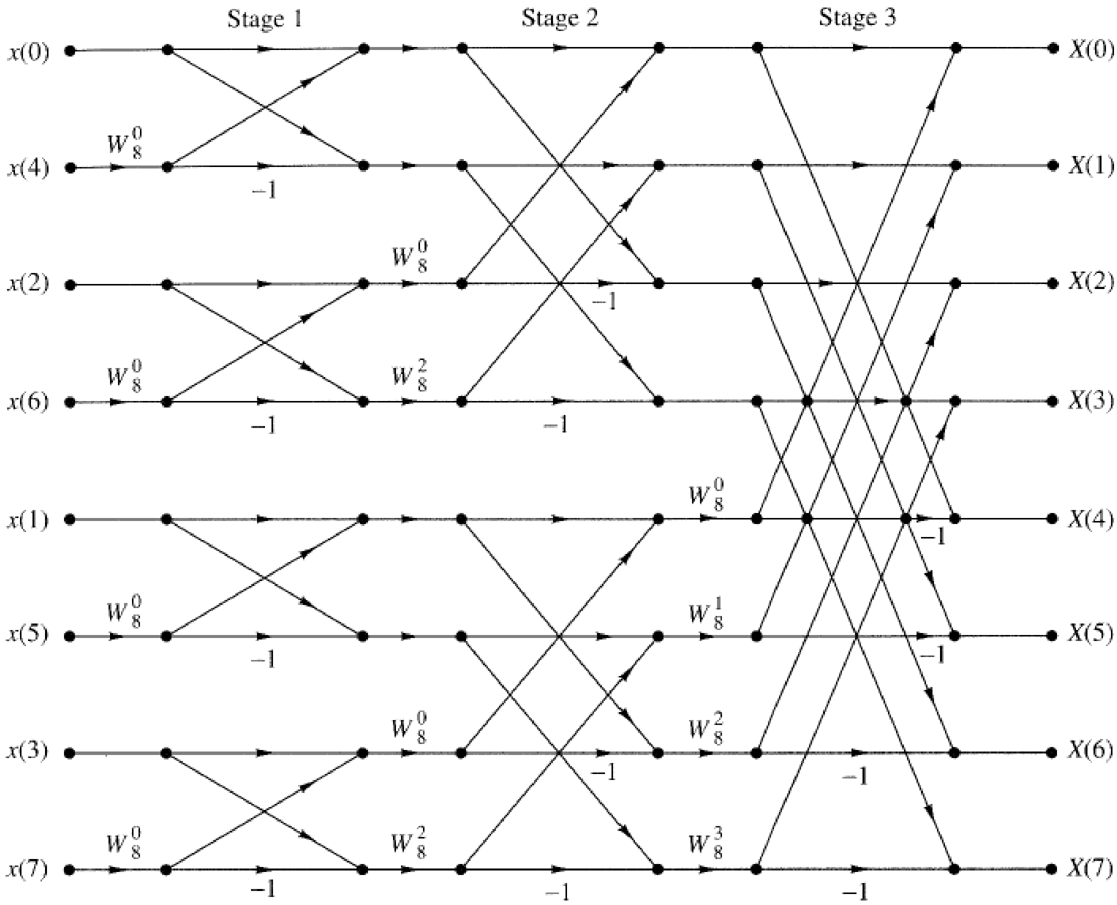

Figura 6: Diezmado temporal descrito a partir de bloques elementales.

Profesor del curso: Renán Rojas G.

San Miguel, 18 de mayo del 2017.