PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA

IEE239 - PROCESAMIENTO DE SEÑALES E IMÁGENES DIGITALES

Examen 2
(Segundo semestre 2016)

Indicaciones generales:

- Duración: 3 horas.
- **La evaluación es estrictamente personal**.
- Está permitido el uso de tablas de transformadas y calculadoras **no programables**.
- Indicar claramente el procedimiento seguido en cada pregunta.
- La presentación, la ortografía y la gramática influirán en la calificación.

Puntaje total: 20 puntos

Cuestionario:

Pregunta 1 (4 puntos)

Dada la imagen $f(x,y)$ y el elemento estructural $h(x,y)$:

$$f(x,y)=\begin{pmatrix} \underline{10} & 8 & 2 & 0 & 4 & 8 & 12 & 14 \\ 0 & 2 & 1 & 3 & 15 & 7 & 4 & 6 \\ 4 & 15 & 7 & 5 & 2 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 5 & 9 & 7 & 9 & 1 & 0 \\ 6 & 15 & 13 & 2 & 1 & 5 & 0 & 8 \\ 4 & 11 & 7 & 9 & 3 & 14 & 10 & 6 \\ 10 & 4 & 5 & 3 & 8 & 6 & 1 & 8 \\ 14 & 6 & 0 & 0 & 6 & 8 & 10 & 10 \end{pmatrix}; \qquad h(x,y)=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

a) **Asumiendo resolución de intensidad de 4 bits**, aplicar la transformación descrita en la Figura 1 a la región de $f(x,y)$ para $x\in\{1,4\}, y\in\{1,4\}$. Cuál es su efecto en el rango de intensidades?

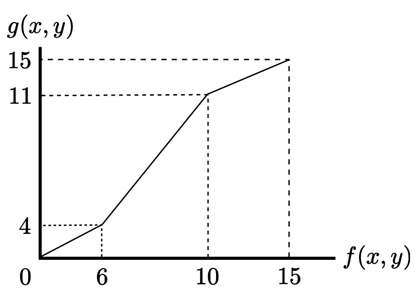

Figura 1: transformación lineal por partes.

b) **Asumiendo resolución de intensidad de 4 bits**, determinar el bit plane 0 de $f(x,y)$. Luego, a partir de la operación morfológica $\hat{I}=\{-p \mid I(p)=1\}$, obtener $\alpha_1=\overline{BP0\ominus h}$ y $\alpha_2=BP0\oplus\hat{h}$. Cuál es la relación entre ambos resultados?

c) **Asumiendo resolución de intensidad infinita,** determinar el valor de intensidad de $f(5.6,6.8)$ a partir del método de interpolación bilineal.

Pregunta 2 (4 puntos)

a) Dada $F_1(u,v)$, la DFT 2D de $f_1(x,y)$ para $M=N=4$, determinar la DFT 2D de $g_1(x,y)$ para $M=N=8$ si cumple con la siguiente expresión analítica:

$$F_1(u,v)=\begin{pmatrix} \underline{4} & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \qquad g_1(x,y)=\begin{cases} f_1(x/2,y/2), & x,y \; pares \\ 0, & \text{otros casos} \end{cases}.$$

b) Se cuenta con la imagen $f_2(x,y)$, **cuyos elementos ($\boldsymbol{a-e}$) son desconocidos**, y la imagen $g_2(x,y)$. Determinar $(a-e)$ si la DFT 2D de $g_2(x,y)$ para $M=N=3$ corresponde a muestras de $F_2(\omega_u,\omega_v)$, el espectro de $f_2(x,y)$, en las posiciones $\omega_u=\dfrac{2\pi u}{3}, \omega_v=\dfrac{2\pi v}{3}$.

$$f_2(x,y)=\begin{pmatrix} \underline{10} & 2 & a & b \\ 27 & c & 13 & 32 \\ d & 50 & 1 & 0 \\ 7 & e & 5 & 24 \end{pmatrix}; \qquad g_2(x,y)=\begin{pmatrix} \underline{50} & 32 & 7 \\ 59 & 27 & 13 \\ 7 & 50 & 1 \end{pmatrix};$$

Pregunta 3 (4 puntos)

Dado un sistema LTI con función de transferencia $H(u,v)$ para $M=N=6$:

$$\begin{aligned} H(u,v)= \quad & 2\cos\left(\frac{\pi u}{3}+\frac{\pi v}{3}\right)-6\cos\left(\frac{\pi u}{3}-\frac{\pi v}{3}\right)+8j\sin\left(\frac{\pi u}{3}+\frac{\pi v}{3}\right) \\ & +2\cos\left(\frac{\pi u}{3}\right)+8j\sin\left(\frac{\pi u}{3}\right)+2\cos\left(\frac{\pi v}{3}\right)+8j\sin\left(\frac{\pi u}{3}\right) \end{aligned};$$

a) Determinar $h(x,y)$. Es un filtro separable en máscaras 1D? En caso sea así, obtener su descomposición. Caso contrario, justificar claramente por qué no es posible.

b) Obtener la respuesta del sistema ante la entrada $f(x,y)$ a partir de convolución y a partir de producto en frecuencia. Usar los mínimos valores de (M,N) que permitan que ambas operaciones sean equivalentes.

$$f(x,y)=\delta(x+1,y+1)+\delta(x-1,y)+\delta(x,y-1).$$

Pregunta 4 (4 puntos)

Dada la imagen $f(x,y)$ representada en 5 bits,

$$f(x,y)=\begin{pmatrix} \underline{21} & 24 & 22 & 22 & 17 & 23 & 23 & 23 \\ 22 & 23 & 21 & 22 & 23 & 3 & 21 & 21 \\ 21 & 8 & 9 & 8 & 7 & 9 & 21 & 23 \\ 23 & 17 & 4 & 4 & 11 & 4 & 3 & 22 \\ 22 & 4 & 20 & 4 & 3 & 4 & 15 & 23 \\ 24 & 23 & 9 & 4 & 22 & 3 & 7 & 22 \\ 23 & 7 & 23 & 4 & 6 & 4 & 23 & 22 \\ 23 & 22 & 18 & 6 & 4 & 18 & 23 & 23 \end{pmatrix};$$

a) Hallar el histograma de $f(x,y)$ y determinar el número de modas que incluye. Luego, aplicar el método de umbralización automática coherente con su distribución y hallar la imagen resultante. Usar $T_0 = 22$, $\tau = 0.5$.

b) Determinar la transformación propuesta por la **ecualización de histograma** para las intensidades $\{5,\ 18,\ 25,\ 30\}$. Es posible aplicar una transformación de intensidad para recuperar la imagen original luego de su ecualización? Justificar claramente su respuesta.

<u>Pregunta 5</u> (4 puntos)

Dada la siguiente imagen y el predicado $Q(R)$:

$$f(x,y)=\begin{pmatrix} \underline{7} & 12 & 10 & 11 & 15 & 12 & 5 & 7 \\ 13 & 6 & 1 & 0 & 10 & 5 & 1 & 3 \\ 10 & 11 & 10 & 11 & 3 & 2 & 6 & 7 \\ 1 & 4 & 14 & 1 & 4 & 14 & 5 & 12 \\ 14 & 3 & 2 & 12 & 2 & 9 & 14 & 8 \\ 15 & 0 & 11 & 8 & 0 & 13 & 7 & 9 \\ 10 & 9 & 7 & 13 & 9 & 5 & 11 & 10 \\ 11 & 8 & 6 & 3 & 10 & 6 & 3 & 13 \end{pmatrix}; \qquad Q(R)=\begin{cases} 1, & \text{promedio}\{R\} > 4 \\ 0, & \text{otros casos} \end{cases};$$

a) **Asumiendo resolución de intensidad de 4 bits**, hallar la imagen $g(x,y)$ compuesta por los 3 bits menos significativos de $f(x,y)$.

b) **Asumiendo resolución de intensidad infinita**, aplicar el método de **Split and Merge** con el predicado de interés a la imagen obtenida en el inciso a). Mostrar su quad-tree y la imagen resultante con sus regiones correctamente ubicadas.

c) Determinar la matriz T que genere una rotación de $+\pi/3$, seguida de un desplazamiento de $(u_0, v_0) = (+2,+1)$. Luego, calcular la nueva ubicación del par $(u,v) = (4,4)$.

Profesor del curso: Renán Rojas G.

San Miguel, 1 de diciembre del 2016.

Expresiones útiles:

a. $I \oplus h = \{p + q \quad | \quad p \in Q_I, \quad q \in Q_H\}.$

b. $I \ominus h = \{p \quad | \quad p + q \in Q_I, \quad \forall q \in Q_H\}.$

c. $\mathrm{g}_1(x,y) = \begin{cases} 1, & f(x,y) > T_k \\ 0, & otros \end{cases}; \qquad \mathrm{g}_2(x,y) = \begin{cases} 1, & f(x,y) \leq T_k \\ 0, & otros \end{cases}.$

d. $f(x,y) = ax + by + cxy + d.$

e. $s_k = (L-1)\sum_{i=0}^{k} p_i.$

f. $(x \quad y \quad 1) = (u \quad v \quad 1)\begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & 0 \\ t_{21} & t_{22} & 0 \\ t_{31} & t_{32} & 1 \end{pmatrix}.$