

# IEE239 - Procesamiento de Señales e Imágenes Digitales

## Laboratorio 1 - Guia Práctica

### Primer Semestre 2018

Martes, 3 de abril del 2018

#### Horario 08M2

- Duración: 2 horas, 30 minutos.
- Está permitido el uso de material adicional.
- La evaluación es **estrictamente** personal.
- **Está terminantemente prohibido copiar código externo (ejemplos de clase, material en linea, etc.)**

1. (*3 puntos*) La empresa TuckerInc está implementando el control de velocidad de su nuevo perro robot juguete llamado *AlexanderBot*. Para el control de velocidad se considera un modelo discreto, donde la velocidad en el  $n$ -ésimo segundo se representa por  $v[n]$ . Por un control diferencial,  $v[n]$  es igual a 5 veces la diferencia de los dos últimos valores de velocidad sumado a 0.3 veces la entrada actual de voltaje  $u[n]$ . Sabiendo que el sistema es causal:
  - a. (*0.5 puntos*) Hallar la ecuación en diferencias para el sistema donde la salida es  $v[n]$  y la entrada es  $u[n]$ . Escribirla en los comentarios.
  - b. (*1 punto*) Hallar analíticamente la función de transferencia del sistema e incluirla en los comentarios. Además, hallar  $h[n]$  por el método de fracciones parciales e incluir también esta expresión en los comentarios. Para hallar la factorización del denominador se sugiere usar la función `roots`.<sup>1</sup>
  - c. (*0.5 puntos*) Usar `zplane` para dibujar el diagrama de polos y ceros del sistema. Usar la función `[z,p] = tf2zpk(b,a)`, la cual devuelve el valor de los ceros y polos de un sistema caracterizado por la serie de coeficientes `b` y `a`. Asumir temporalmente que no se conoce la causalidad del sistema e indicar las propiedades del sistema para todas las posibles regiones de convergencia: (i) FIR o IIR, (ii) BIBO estable o no, (iii) causal, bilateral o anticausal.
  - d. (*1 punto*) A partir de la expresión por fracciones parciales obtenida en la pregunta 1b, construir el sistema a partir de dos sistemas recursivos de primer orden en paralelo usando la función `filter`. Usar esta misma función para construir el sistema original de segundo orden. Hallar la respuesta de ambas implementaciones ante  $\delta[n]$  para  $n \in \{0, \dots, 9\}$ , con ambos sistemas inicialmente en reposo ¿Son los sistemas equivalentes (dentro de los límites de posibles errores numéricos)? Repetir el experimento pero con condiciones iniciales puestas todas en 1 para ambas estructuras<sup>2</sup> ¿Son los sistemas equivalentes (dentro de los límites de posibles errores numéricos)? Incluir sus respuestas como comentarios.

---

<sup>1</sup>Por ejemplo, si se quiere factorizar la expresión  $1 - 5z^{-1} + 6z^{-2}$ , se ejecuta `roots([1 -5 6])` y MATLAB da como respuesta 3 y 2, los cuales corresponden a los coeficientes de la factorización  $(1 - 3z^{-1})(1 - 2z^{-1})$ .

<sup>2</sup>`filter` permite esto especificando su cuarto parámetro de ingreso

2. (3.5 puntos) Se tiene un sistema  $T_G$  cuya función de transferencia tiene la siguiente forma:

$$G(z) = K \frac{1 - az^{-1}}{1 - bz^{-1}}.$$

Sin embargo, se desconocen los valores de  $a$ ,  $b$  y  $K$ . Solo se tiene acceso a la función `sistema_preg2.p` que devuelve  $G(z)$  evaluada en un  $z_0$  específico al ejecutar `sistema_preg2(z_0)`.

- (0.5 puntos) Con un bucle `for` evaluar la función proporcionada en valores reales de  $z$  en el intervalo de 0.9 a 2 con pasos de 0.1. Identificar el cero del sistema.
- (0.5 puntos) Con un bucle `for` evaluar la función proporcionada en valores reales de  $z$  en el intervalo de -1 a 1 con pasos de 0.1. Identificar el polo del sistema.
- (0.5 puntos) Evaluar  $G(z)$  en algún punto que crea conveniente y con el valor que devuelve `sistema_preg2.p` calcular el valor de  $K$ .
- (1 punto) Dar la expresión final de  $G(z)$  y usar `impz` para hallar y graficar la respuesta al impulso, sabiendo que el sistema es causal ¿Se trata de un sistema FIR o IIR? ¿Es BIBO estable? Incluir las respuestas como comentarios.
- (1 punto) Considerar la siguiente señal en tiempo continuo:

$$x_c(t) = e^{j2\pi\sqrt{8}t} + e^{j8\pi t}$$

Definir la señal en tiempo discreto  $x[n]$ , obtenida de tomar muestras de la parte imaginaria de  $x(t)$  en el intervalo  $t \in [0, 3]$  con un periodo de muestreo  $T_s = 0.1s$ . Responder en los comentarios ¿Es  $x(t)$  periódica? ¿Es  $x[n]$  periódica? Además, hallar  $T_G\{x[n]\}$ , usando un bucle `for` y suponiendo un sistema en reposo. Graficar y rotular tanto la entrada como la salida del sistema en una misma ventana.

3. (3.5 puntos) Se proveen dos sistemas causales en las funciones `preg3_sist1.p` y `preg3_sist2.p` a cuyas funciones de transferencia no se tiene acceso.<sup>3</sup> Se sabe que uno de los sistemas es invariante en el tiempo pero el otro no. Se pide:

- (0.5 puntos) Crear las secuencias  $\delta[n]$  y  $\delta[n-1]$ , para  $n \in \{0, \dots, 9\}$ <sup>4</sup>. A partir de ello, obtener  $h_1[n] = T_1\{\delta[n]\}$  y  $h_2[n] = T_2\{\delta[n]\}$ . Luego, generar las versiones con retardo  $h_1[n-1]$  y  $h_2[n-1]$ , así como las secuencias  $T_1\{\delta[n-1]\}$  y  $T_2\{\delta[n-1]\}$ . En una misma ventana, graficar y rotular las cuatro secuencias. Por inspección, ¿qué sistema puede ser invariante en el tiempo? Justificar en comentarios.
- (0.5 puntos) Para verificar si la propiedad de invariante ante desplazamientos se cumple para la entrada impulso unitario, calcular la distancia euclidiana<sup>5</sup> entre  $T_i\{\delta[n-1]\}$  y  $h_i[n-1]$ , para  $i \in \{1, 2\}$  ¿Cuál de los sistemas puede ser invariante en el tiempo? ¿Es el resultado coherente con lo observado en el inciso anterior? Justificar su respuesta.
- (0.5 puntos) Asumiendo que el sistema invariante en el tiempo es FIR, incluir la expresión para  $h[n]$  en comentarios ¿Qué función realiza este sistema?
- (1 punto) En el archivo `senal_periodica.mat` se tiene la variable `senal_periodica` la cual tiene un periodo  $N$  desconocido. Determinar la autocorrelación de la secuencia a partir de `xcorr()`, graficar y tabular el resultado a partir de `plot`. De la gráfica, es posible estimar el periodo de la señal? En caso sea cierto, incluir su valor en comentarios. Caso contrario, indicar por qué no es posible.

<sup>3</sup>Para evaluar la salida de a una entrada causal  $\mathbf{x}$  se puede ejecutar `preg3_sist1(x)` o `preg3_sist2(x)`, respectivamente, donde el vector  $\mathbf{x}$  corresponde a la secuencia de entrada.

<sup>4</sup>Para desplazar un vector columna  $\mathbf{v}$   $M$  muestras a la derecha puede usar `[zeros(M,1); v(1:end-M)]`

<sup>5</sup>Puede usar la función `norm(v,2)`, la cual halla la norma Euclideana de un vector  $\mathbf{v}$ .

- e. (1 punto) Determinar la expresión recursiva del sistema FIR del inciso 3c e incluirla en comentarios. Luego, determinar la respuesta del sistema ante la secuencia periódica de forma recursiva usando `filter()` y de forma no recursiva usando `filter()`. Graficar y tabular ambas en una misma ventana y verificar que son iguales. Graficar en una misma ventana la salida de ambos filtros. Comentar al respecto e indicar las ventajas de la implementación recursiva.