PSID: Fundamentos de procesamiento digital de imágenes

CLASE

* Def:

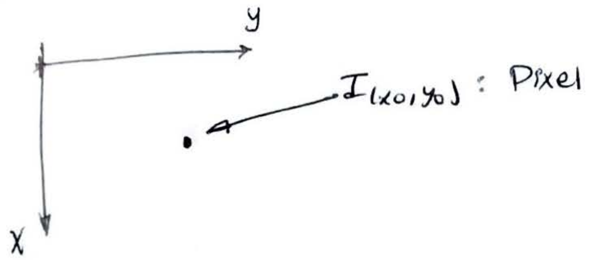
1) Procesamiento de imágenes

2) Visión por computadora

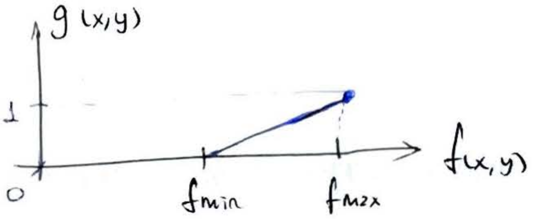
3) Inteligencia Artificial ♥

1) REPRESENTACIÓN DE IMÁGENES DIGITALES.

A) DOMINIO ESPACIAL



B) INTENSIDAD NORMALIZADA.



se quiere que este entre 0 y 1 la normalizada.

* TRANSFORMACIÓN LINEAL

$$f_{(x,y)} \in \{ f_{min}, f_{max} \}$$
$$\longrightarrow g_{(x,y)} \in \{0 ; 1\}$$

[Intensidad Normalizada]

$$T\{ f_{(x,y)} \} = \frac{f(x,y) - f_{min}}{f_{max} - f_{min}}$$ $\Rightarrow$ Análogo a $\boxed{y = mx + b}$

2) Imagenes en representación vectorial.

$f(x,y) \in \mathbb{R}^{2\times3}$

(0,0)

$$f(x,y) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}_{2\times3}$$

(2; 3)

i.)-ORDENAMIENTO ~~Row major~~ Row -major

(fila tras fila)

$$\underset{\text{vectorizada}}{f_{RM}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}_{6\times1}$$

ii) ORDENAMIENTO COL - MAJOR.

[columna tras columna]

$$f_{CM} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ 5 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}_{6\times1}$$

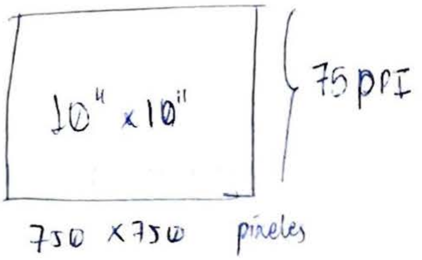
* Notación:

$$f_{RM} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}^T$$

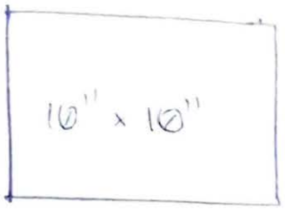
3) RESOLUCIÓN ESPACIAL:

- REGIÓN ~~FÍSICA~~ A CUBRIR.

DPI → pixeles por pulgada



PPI = DPI



300 PPI

3000 x 3000 pixeles

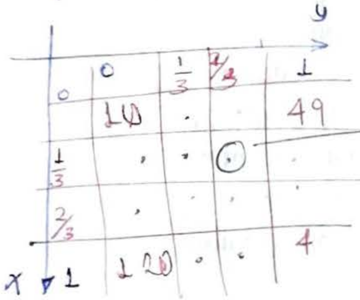
4) INTERPOLACIÓN DE INTENSIDAD:

$$\begin{array}{c|cc} & 0 & 1 \\ \hline 0 & 10 & 49 \\ 1 & 120 & 4 \end{array}_{2\times 2}$$

y

x

interés: aumentar el tamaño por un factor 2 (resize).



$f(1/3, 2/3) =$

⇒ i) CRITERIO VECINO MÁS CERCANO:

$$f(1/3, 2/3) = f(0,1) = 49$$

⇒ ii) INTERPOLACIÓN BILINEAL

$$f(x,y) = ax + by + cxy + d$$

$$f(0,0) = d = 10$$

$$f(0,1) = b + d = 49 \quad (b = 39)$$

$$f(1,0) = a + d = 120 \quad (a = 110)$$

$$f(1,1) = a + b + c + d = 4$$

$$(c = -155)$$

$\therefore \ f(x,y) = 110x + 39y - 155xy + 10$

$f(1/3, 2/3) = 38,22$

* SISTEMA LINEAL PARA DESPEJAR. $\{a, b, c, d\}$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 49 \\ 120 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot \underline{X} = b$$

$$\therefore \underline{X} = A^{-1} \cdot b$$

5) Adyacencia entre pixeles ej.

$V \{1, 15, 190, 240\}$

$$f(x,y) = \begin{pmatrix} 10 & 1 & 240 \\ 89 & 15 & 2 \\ 23 & 50 & 190 \end{pmatrix}$$

4-adj:

10 ① 240

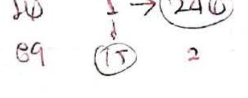
× (89) 15 ② × ⟶ no pertenece al ~~[illegible]~~ a V

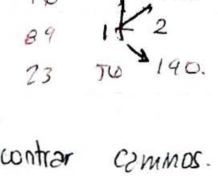
23 (50) 190

×

¿Qué pixeles son vecinos a V?

vecinos: (es compacta) 8-adj: (No es compacto hay 2 caminos)





estamos tratando de encontrar caminos.

Borde fino ⟶ compacto.

$\therefore \quad f(x,y) = 110x + 39y - 155xy + 110$

$f(1/3; 2/3) = 38,22$

* SISTEMA LINEAL PARA DESPEJAR. $\{a, b, c, d\}$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 49 \\ 120 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot \underline{X} = b$$

$$\therefore \underline{X} = A^{-1} \cdot b$$

5) Adyacencia entre pixeles;

$V\{1, 15, 190, 240\}$

$$f(x,y) = \begin{pmatrix} 10 & 1 & 240 \\ 89 & 15 & 2 \\ 23 & 50 & 190 \end{pmatrix}$$

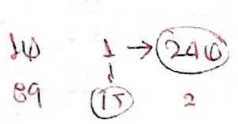
4 - adj:

$$\begin{matrix} & 10 & \circled{1} & 240 & \\ \times & \circled{89} & 15 & \circled{2} & \times \\ & 23 & \circled{50} & 190 & \\ & & \times & & \end{matrix}$$

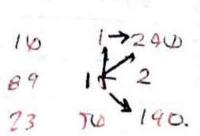
→ no pertenece al ~~[illegible]~~ a V

¿Qué pixeles son vecinos a V?

vecinos: (es compacta)

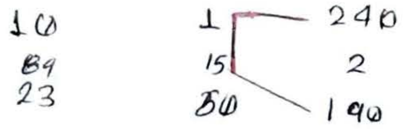


8 - adj: (No es compacto hay 2 caminos)



estamos tratando de encontrar caminos.

Borde fino ⟶ compacto.



* Def. Distancia: (para que se considere dist. debe cumplir).

i) $D(p,q) \geq 0$

ii) $D(p,q) = 0 \; ; p = q$

iii) $D_{(p,z)} \leq D_{(p;q)} + D_{(q;z)}$

Ej.- Distancia entre $P = (1,1)$ y

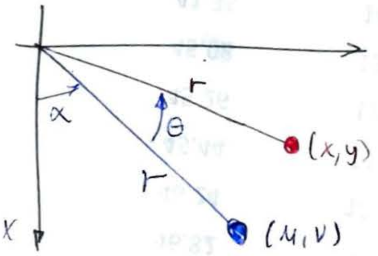
$q = (3,5)$;

i) $D_2 = (2^2+4^2)^{1/2} = (20)^{1/2}$

ii) $D_4 = |2| + |4| = 6$

iii) $D_8 = \max\{|2|, |4|\} = 4$

* TRANSFORMACIÓN ESPACIAL:



$u = r\cos(\alpha) \; ; \; v = r\sin(\alpha)$

$x = r\cos(\alpha+\theta) \; ; \; y = r\sin(\alpha+\theta)$

$x = r\cos(\alpha)\cos(\theta) - r\sin(\alpha)\sin(\theta)$

$y = r\sin(\alpha)\cos(\theta) + r\cos(\alpha)\sin(\theta)$

$\rightarrow x = u\cos(\theta) - v\sin(\theta)$

$y = v\cos(\theta) + u\sin(\theta)$

○ Forma vectorial:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix}$$

Usualmente se aplica en tres dimensiones

Los "1" significan proyecciones de algún plano 3D → 2D

* Ejemplo: $(u, v) = (1, 1)$

$\theta = \pi/4$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\pi/4) & \sin(\pi/4) & 0 \\ \sin(\pi/4) & \cos(\pi/4) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(x, y) = (0, \sqrt{2})$$

* TRANSFORMACIONES DE INTENSIDAD:

$f \in \mathbb{Z}^{4\times4}$; $R = 4\text{bits}$ $(L = 2^4)$

$l_{min} = 0, \ l_{max} = 15$

$$f(x,y) = \begin{pmatrix} 1 & 10 & 6 & 5 \\ 2 & 4 & 7 & 9 \\ 15 & 3 & 12 & 7 \\ 10 & 3 & 9 & 1 \end{pmatrix}_{4\times4}$$

A) Transformación negativa:

$$g(x,y) = l_{max} - f(x,y) = \begin{pmatrix} 14 & 5 & 9 & 10 \\ 13 & 11 & 8 & 6 \\ 6 & 12 & 3 & 8 \\ 5 & 12 & 6 & 14 \end{pmatrix}$$

b) TRANSFORMACIÓN LOGARITMICA:

* RESTRICCIÓN DE PROYECCIÓN DE $[0 ; L-1]$ a $[0 ; L-1]$

$$\therefore L-1 = C \ \mathrm{Log}\{1+(L-1)\}$$

$$L-1 = C \log\{1+(L-1)\}$$

$$= C \ \mathrm{Log}\{L\}$$

$$\Rightarrow C = \frac{L+1}{\log\{L\}}$$

Entonces:

$$g(x,y) = \frac{15}{\log\{16\}} \cdot \log\{1+f(x,y)\}$$

$$g(x,y) = \begin{pmatrix} 3.75 & 12.97 & 10.52 & 9.69 \\ 5.94 & 8.7 & 11.25 & 12.06 \\ 15 & 7.5 & 13.88 & 11.75 \\ 12.47 & 7.5 & 12.46 & 3.75 \end{pmatrix}$$

* Sin embargo, $g \in \mathbb{Z}$ entonces redondeo simple

$$\hat{g}(x,y) = \begin{pmatrix} 4 & 13 & 11 & 10 \\ 6 & 9 & 11 & 12 \\ 15 & 8 & 14 & 11 \\ 13 & 8 & 12 & 4 \end{pmatrix}$$

Entonces aumenta las bajas intensidades.

c) Transformaciones gamma

ej1) $\gamma = 2$

* restricción $[0; L-1]$ a $[0; L-1]$

$\therefore (L-1) = c\,(L-1)^{\gamma}, \; c = (L-1)^{1-\gamma}$

entonces:

$$g(x,y) = 0{,}07\, f^{2}(x,y)$$

$$g(x,y) = \begin{pmatrix} 0{,}67 & 6{,}67 & 2{,}4 & 1.67 \\ 0{,}27 & 1{,}07 & 327 & 5.4 \\ 15 & 0{,}6 & 4.6 & 3.07 \\ 6{,}67 & 0{,}6 & 5.4 & 0.07 \end{pmatrix}$$

* $g \in \mathbb{Z}$

$$\hat{g}(x,y) = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 15 & 1 & 10 & 3 \\ 7 & 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

d) Transformación logarítmica invertida

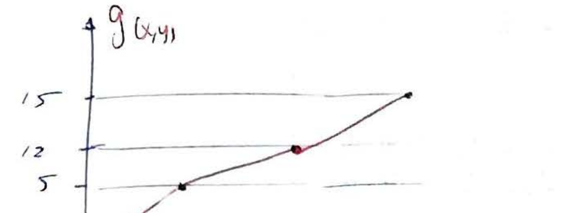
$$f(x,y) = c \cdot \log\{1 + g(x,y)\}$$

$$\therefore g(x,y) = 10^{\{f(x,y)/c\}} - 1 \;, \quad c = \frac{15}{\log\{16\}}$$

* TAREA APLICAR TRANSFORMACIÓN

e) Transformación lineal por partes

ej: constraste stretching

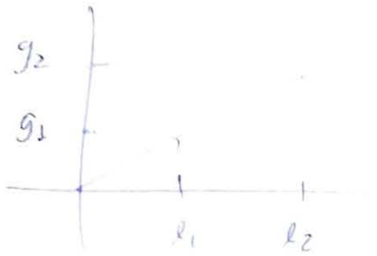


$$g_{(x,y)} = \begin{cases} 5/3\, f(x,y) & ; f \in [0,3[\\ 7/6\, f(x,y) + 3/2 & ; f \in [3,9[\\ 1/2\, f(x,y) + 15/2 & ; f \in [9;15[\end{cases}$$

★ TAREA: HALLAR IMAGEN RESULTANTE PARA $f(x,y)$ PROPUESTA.

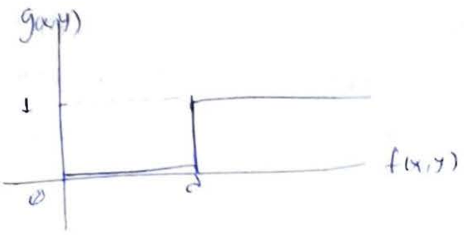
- CASOS PARTICULARES:

i) IDENTIDAD



∴ $g(x,y) = f(x,y)$

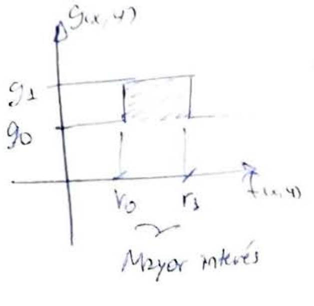
ii) Umbralización:



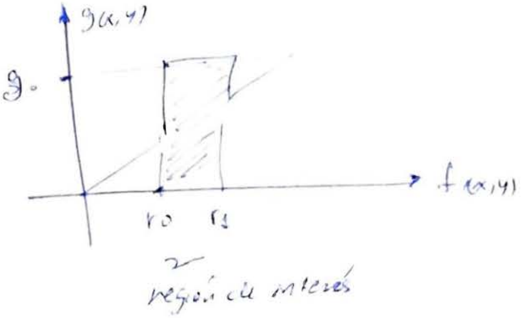
$$g_{(x,y)} = \begin{cases} 1 ; & f(x,y) \geq a \\ 0 ; & \text{otros} \end{cases}$$

f) Intensity level slicing

i) Método 1



ii) Método 2.



g) Bit - plane slicing ←j

$f \in \mathbb{Z}^{2\times 2}$, $R = 8$ bits

$$f(x,y) = \begin{pmatrix} 0 & 255 \\ 63 & 15 \end{pmatrix}$$

$$- \begin{pmatrix} 00000000 & 11111111 \\ 00111111 & 00001111 \end{pmatrix}$$

* 8 bits, entonces 8 bit-planes

B.P.0 — B.P.7

$$B.P.3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad BP\,7 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

* Histograma ej.

$$f(x,y) = \begin{pmatrix} 1 & 10 & 6 & 5 \\ 2 & 4 & 7 & 9 \\ 15 & 5 & 12 & 7 \\ 10 & 3 & 9 & 1 \end{pmatrix} \quad M = 4, N = 4$$

\# bits 4, $l_{min} = 0$, $l_{max} = 15$

$$\therefore h(r) = \{\underset{\uparrow}{0}, 2, 1, 2, 1, 1, 1, 2, 0, 2, 2, 0, 1, 0, 0, 1\}$$

* Ecuaci

IEE239

MEJORA EN EL DOMINIO ESPACIAL (CONT.)

* CLASE PASADA

1) INTENSITY - LEVEL SLICING

2) BIT - PLANE SLICING.

3) ECUALIZACIÓN DE HISTOGRAMA.

1) Sistemas Lineales e invariante ante desplazamientos (LSI)

↳ shift invariant.

A) LINEAL:

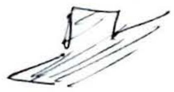
$$T\{a f_1(x,y) + b f_2(x,y)\} = a g_1(x,y) + b g_2(x,y)$$

B) INV. ANTE DESPLAZAMIENTO:

$$\cancel{T\{f(x,y)\} = f(x,y) * h(x,y)}$$

INICIO

RECORDING.



$$T\{f(x-x_0, y-y_0)\} = g(x-x_0, y-y_0)$$

* PARA SIST. LSI

$$T\{f(x,y)\} = f(x,y) * h(x,y)$$

$$= \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \sum_{t=-\infty}^{+\infty} f(s,t)\, h(x-s, y-t)$$

[convolución 2-D]

donde:

$$h(x,y) \triangleq T\{\delta(x,y)\}$$

$$\delta(x,y) \triangleq \begin{cases} 1 ; & x=0, y=0 \\ 0 ; & 0 ; \text{otros casos} \end{cases}$$

[impulso unitario 2-D]

EJEMPLO: DADA LA IMAGEN DE ENTRADA $f(x,y)$ Y EL SISTEMA LSI CON RESPUESTA AL IMPULSO $W(x,y)$, DETERMINAR LA IMAGEN DE SALIDA $g(x,y)$

$$W(x,y) = \begin{pmatrix} \underline{1} & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad f(x,y) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{1} & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

PROCEDIMIENTO:

i) ZERO - PADDING

ESTABLECER INTENSIDADES
FUERA DE LA IMAGEN

$$f_p(x,y) = \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

* DE TAL MANERA QUE UN FILTRO
W(x,y) SIEMPRE TENGA ELEMENTOS
CON LOS CUALES MULTIPLICARSE

ii) DETERMINAR $w(-x,-y)$

$$w(-x,-y) = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

iii) SUMA DE PRODUCTOS: $* \; g(0,0) = 12$

$(-1,-1)$

$$g(x,y) = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 & 5 & 3 \\ 5 & \underline{12} & 21 & 16 & 9 \\ 12 & 27 & 45 & 33 & 18 \\ 11 & 24 & 39 & 28 & 15 \\ 7 & 15 & 24 & 17 & 9 \end{pmatrix}_{5\times 5} \quad P+Q-1$$

II.- CORRELACIÓN (NO es conmutativa).

2) Eliminación de ruido aditivo a partir de un sistema lineal. (filtro promedio).

* Modelo de ruido:

$f(x,y) = \mu(x,y) + \eta(x,y)$

μ: imagen original

η: ruido de distribución gaussiana de media.

* Uso del filtro promedio. (media móvil)

$g(x,y) = T_{MA}\{f(x,y)\}$

$= T_{MA}\{\mu(x,y) + \eta(x,y)\}$

- LINEAL

$= T_{MA}\{\mu(x,y)\} + T_{MA}\{\eta(x,y)\}$

- INV. ANTE DESPLAZ.

$= w(x,y) * \mu(x,y) + w(x,y) * \eta(x,y)$

*ELIMINA COMPONENTE η DE MEDIA 0.

DESVENTAJA: EL PROMEDIO SUAVIZA LOS BORDES DE LA IMAGEN ORIGINAL.

3) ELIMINACIÓN DE RUIDO IMPULSIVO A PARTIR DE UN SISTEMA NO LINEAL (FILTRO MEDIANO)

* SAL Y PIMIENTA : MODELO DE RUIDO.

$f(x,y) = SP\{\mu(x,y)\}$

$$\begin{cases} \mu(x,y), & \text{con prob. } 1-\beta \\ \mu_{min}, & \text{con prob: } \beta/2 \\ \mu_{max}, & \text{con prob: } \beta/2 \end{cases}$$

* Considerando una región constante (plana) de la imagen: $u(x,y)$

$$\underset{u(x,y)}{\begin{pmatrix} a & a & a \\ a & a & a \\ a & a & a \end{pmatrix}} \qquad \underset{f(x,y)}{\begin{pmatrix} a & a & a \\ a & 0 & a \\ a & a & a \end{pmatrix}}$$

$u(x_0,y_0) = a$ $\qquad$ $f(x_0,y_0) = 0$

ruido (pimienta)

* Uso de filtro mediano asumiendo una vecindad de 3x3

$$g(x,y) = \text{Median}\{\underbrace{N^{(3\times3)}\{f(x,y)\}}_{\text{vecindad de 3 filas y 3 columnas centradas en }(x,y)}\}$$

* entonces:

$$g(x_0,y_0) = \text{Median}\{N^{(3\times3)}\{f(x_0,y_0)\}\}$$

$$= \text{Median}\{0, a, a, a, \underset{\uparrow}{a}, a, a, a, a\}$$

$$= a$$

* VENTAJA: NO SUAVIZA BORDES

* DESVENTAJA: ALTO CONTENIDO DE RUIDO AUMENTA LAS DISTORSIONES

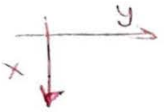
4) FILTRO LAPLACIANA:

* NOTA ACERCA DE MÁSCARAS [gonzalez] explica filtrado de imágenes por convolución.

$$\nabla^2_{(x,y)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ +1 & \underline{-4} & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

* descomposición en impulsos unitarios

$$\nabla^2_{x,y} = -4\delta(x,y) + \delta(x-1,y) + \delta(x+1,y) + \delta(x,y-1) + \delta(x,y+1)$$



$$\therefore \nabla^2 f(x,y) = \nabla^2_{x,y} * f(x,y)$$

$$= \underbrace{-4f(x,y)}_{0,0} + \underbrace{f(x-1,y)}_{\text{abajo}} + \underbrace{f(x+1,y)}_{\text{arriba}} + \underbrace{f(x,y-1)}_{\text{Derecha}} + \underbrace{f(x,y+1)}_{\text{Izquierda}}$$

$$= [f(x+1,y) - 2f(x,y) + f(x-1,y)] +$$

$$[f(x,y+1) - 2f(x,y) + f(x,y-1)]$$

$$= \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x,y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x,y)$$

5) Magnitud y fase (ángulo) de gradiente ej.

* Utilizando máscaras simples de derivadas de 1er orden en (x,y) basada en diferencias finitas, forward difference,

$$\frac{\partial}{\partial x}\begin{pmatrix} 1 \\ \underline{-1} \end{pmatrix} = \delta(x+1,y) - \delta(x,y)$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(1 \;\; \underline{-1}) = \delta(x,y+1) - \delta(x,y)$$

$$f(x,y) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 1 & \underline{1} & 9 & 9 \\ 1 & 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

Hallar $\nabla f(x,y)$,

$|\nabla f(x,y)|$ $\measuredangle f(x,y)$

para $(x,y) = (1,1)$

* DETERMINAR DERIVADAS A PARTIR
DE CONVOLUCIÓN.

$$\frac{\partial}{\partial x}\{f(x,y)\} = \frac{\partial}{\partial x} * f(x,y)$$

$$= f(x+1,y) - f(x,y)$$ ← derivada por dif. hacia adelante.

$$\frac{\partial}{\partial y}\{f(x,y)\} = \frac{\partial}{\partial y} * f(x,y)$$

$$= f(x,y+1) - f(x,y)$$

$$\therefore \frac{\partial}{\partial x} f(1,1) = 9-1=8$$

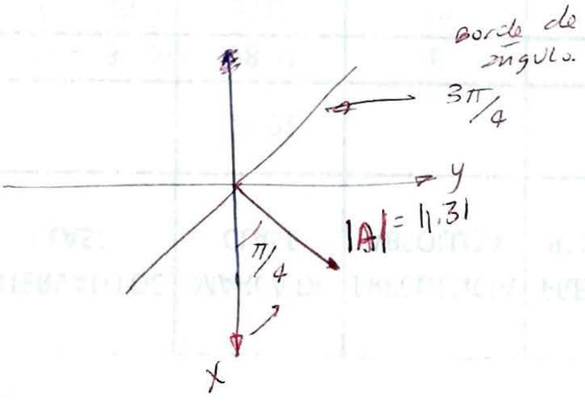
$$\frac{\partial}{\partial y} f(1,1) = 9-1=8$$

$$\therefore \nabla f(1,1) = \left\{\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial x}\right\} = \{8, 8\}$$

$$|\nabla f(1,1)| = 11.31;$$

$$\measuredangle \nabla f(1,1) = \pi/4;$$

Si ∇ apunta a $\pi/4$, entonces, el borde apunta en dirección ortogonal: $3\pi/4$



6) DERIVACIÓN DE MÁSCARAS DE GRADIENTE SOBEL PREWITT.

* CONCEPTOS PREVIOS:

i) DERIVADA POR DIFERENCIA CENTRAL:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(n+1) - f(n-1)}{1} = f(n) * \underbrace{\{1; \underset{\uparrow}{0}, -1\}}_{\text{Máscara de derivación (D)}}$$

ii) Promedio (media movil) de orden (3)

$$g[n] = \frac{1}{3}\{f[n+1] + f[n] + f[n-1]\}$$

$$= f[n] * \underbrace{\left(\frac{1}{3}\{1, \underset{\uparrow}{1}, 1\}\right)}_{\text{MA (M)}}$$

iii) PROMEDIO DE ORDEN 3 CON PESO DOBLE EN EL ORIGEN:

$$g[n] = \frac{1}{4}\{f[n+1] + 2f[n] + f[n-1]\}$$

$$= f[n] * \left(\frac{1}{4}\{1, \underset{\uparrow}{2}, 1\}\right)$$

↳ promedio ~~m~~ movil peso doble (M2)

A) Máscara PREWITT: eje x

$$\frac{\partial}{\partial x}\left\{\text{Prom}_{\text{en } y}\{f[n]\}\right\} = (D_x * M_y) * f(x,y)$$

$$= \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}} * f(x,y)$$

Detalles:

- * factor $1/3$ descartado (convención)
- * filtro promedio rechaza posible ruido aditivo.
- * Máscara separable en:

$$(1 \ \underline{0} \ -1)^{T} \circ (1 \ \underline{1} \ 1)$$

- * Máscara Prewitt eje y

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & \underline{0} & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

b) Máscara Sobel eje x

$$\frac{\partial}{\partial x}\left\{ \text{Prom}_{2,y}\{f(x,y)\}\right\}$$

$$= (D_x * M_{2,y}) * f(x,y)$$

$$= \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \underline{0} & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & \underline{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & \underline{0} & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}} * f(x,y)$$

eje y: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & \underline{0} & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Detalles:

- * $1/4$ descartado (convención)
- * f. promedio rechaza ruido aditivo, Mayor énfasis en el punto central
- * separable en:

$$(1 \ \underline{0} \ -1)^{+} \ (1 \ \underline{2} \ 1)$$

II) Análisis en frecuencia

1) Filtro pasabajos ideal 2D.

(DFFT 2D)

$$F(u,v) = \begin{cases} 1, & |u| \leq \pi/2 ,\ |v| \leq \pi/2 \\ 0 ; & \text{otros casos} \end{cases}$$

2°
$$f(m,n) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1)\, e^{j(um+vn)}\, du\, dv$$

$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{2\pi} e^{jum} \underbrace{\left(\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{2\pi} e^{jvn} dv \right)}_{\frac{1}{\pi n} \cdot \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)} du$$

$$= \frac{1}{\pi m} \sin\left(\frac{\pi}{2} m\right) \frac{1}{\pi n} \sin\left(\frac{\pi}{2} n\right)$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{sinc}\left\{\frac{\pi}{2} m\right\} \frac{1}{2} \operatorname{sinc}\left\{\frac{\pi}{2} n\right\}$$