

IEE239 - Procesamiento de Señales e Imágenes Digitales

Laboratorio 2 - Ejercicios Propuestos

Primer Semestre 2018

1. En la Figura 1 se muestra la gráfica de la función periódica $g_c(t)$ la cual tiene un periodo de $T = 2\pi$. Esta función es llamada “diente de sierra” y se encuentra gobernada por la siguiente fórmula:

$$g_c(t) = t, \quad 0 < t < 2\pi.$$

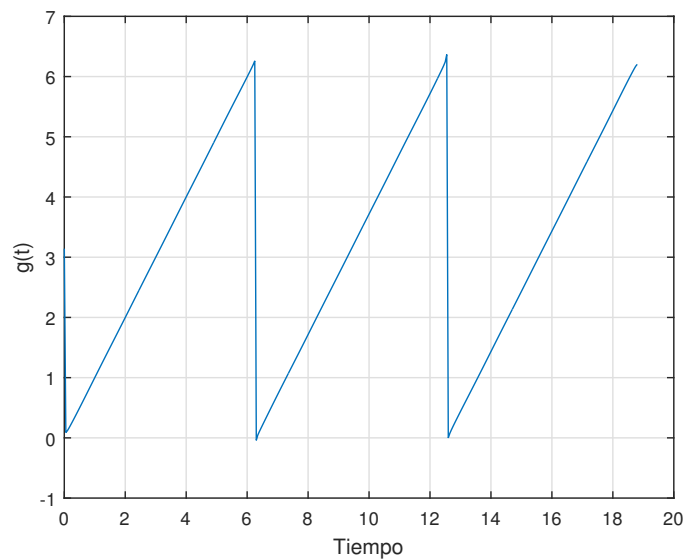


Figura 1: Gráfica de la función diente de sierra.

Así mismo, es posible generar una señal compuesta por una sumatoria de señales sinusoidales. Esta sumatoria viene definida por la serie trigonométrica de Fourier la cual se representa mediante la siguiente ecuación:

$$f_c(t) \triangleq \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\omega_0 n t) + b_n \sin(\omega_0 n t),$$

De donde, los coeficientes se calculan de la siguiente manera:

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt.$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(\omega_0 n t) dt.$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin(\omega_0 n t) dt.$$

Así mismo, también es posible representarlo en su forma compleja utilizando la identidad de Euler:

$$f_c(t) \triangleq \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j\omega_0 n t},$$

Por lo cual el cálculo del coeficiente de la serie exponencial, se puede realizar a partir de los hallados en la serie compleja:

$$c_0 = \frac{a_0}{2}$$

$$c_n = \frac{a_n - jb_n}{2}$$

$$c_{-n} = \frac{a_n + jb_n}{2}$$

Finalmente, por teoría se sabe que una señal periódica sin discontinuidades se puede representar con la serie de Fourier y el resultado brindado es igual a la señal original en cualquier valor del tiempo; sin embargo, para señales periódicas que presentan discontinuidades, la representación de la serie de Fourier tiene oscilaciones pronunciadas en dichas discontinuidades. Esto es conocido como el fenómeno de Gibbs.

- a. Desarrollar analíticamente la serie de Fourier trigonométrica para $g_c(t)$ e incluir la respuesta en los comentarios.
 - b. Implementar en MATLAB un código que grafique la aproximación de $g_c(t)$ a partir de lo hallado en el inciso (a). Para ello, crear un vector de tiempo entre 0 y 6π , en pasos de 0.05 segundos y un número de elementos de la sumatoria igual a $n = 20$ con lo cual estará generando 3 periodos. Utilizar el comando `plot` para generar la gráfica, así como `xlabel` y `ylabel` para rotular. Incluir en los comentarios si se observa el fenómeno de Gibbs.¹
 - c. Con el mismo código implementado en (b), cambiar el número de elementos en la sumatoria por 50, 100, 200 y 400. Utilizar el comando `subplot` para generar una nueva figura que muestre las 4 gráficas. Responder qué se puede observar con respecto al comportamiento de la señal. ¿Persiste el fenómeno de Gibbs?
 - d. A partir de lo hallado en el inciso (a), se le pide hallar la serie exponencial de Fourier analíticamente. Colocar la respuesta en los comentarios.
 - e. Codificar la serie exponencial de Fourier y utilizando el comando `subplot` generar la gráfica para la secuencia trigonométrica y para la secuencia exponencial con 2 periodos con un número de elementos $N = 1000$. Responder en los comentarios si existe alguna diferencia en la reconstrucción de $g_c(t)$ y si el fenómeno de Gibbs prevalece en alguna señal para dicha implementación.
2. En teoría, las señales sinusoidales en tiempo continuo solo generan impulsos en su espectro de magnitud. En el caso, de las señales discretas, se origina el efecto de fuga espectral, el cual se da al calcular la transformada discreta de fourier no se tiene una señal periódica. Siendo así, en el inciso anterior, se puede observar que el espectro de magnitud contiene artefactos adicionales a los pulsos representativos de las sinusoidales. Por lo cual, se le pide lo siguiente:

La señal $x[n]$ está formada por los siguientes datos: $f_1 = 120$ Hz, $f_2 = 240$ Hz, $F_s = 1440$ Hz y $n \in \{0, \dots, 2999\}$.

$$x[n] = \sin(2\pi f_1 n T_s) + \cos(2\pi f_2 n T_s)$$

Siendo así, se le pide lo siguiente:

- a. Generar $x[n]$ en base a los datos de la premisa. Con ayuda del comando `subplot` y `plot` generar la gráfica en el tiempo, `stem` para el espectro de magnitud y `plot` para el espectro de fase en el rango fundamental. Para ello, deberá crear una variable utilizando el comando `fft`, con un número de muestras $N = 360$, y después utilizar el comando `fftshift`, luego obtener el módulo con el comando `abs`. Para calcular la fase, deberá utilizar el comando `angle` a la transformada de Fourier y luego eliminar la discontinuidad en la fase por el paso de $-\pi$ a π utilizando el comando `unwrap`. Para crear el vector de frecuencias debe crear una variable del tamaño de la señal normalizado a 2π y aplicar el comando `fftshift` al vector. Finalmente, restar 2π y utilizar el comando `unwrap`. Comentar sobre los impulsos visualizados y si es que se nota el efecto de la fuga espectral.

```
1      %% Solucion
2  clear
3  clc
```

¹Para efectos de este ejercicio no debe utilizar el comando `sawtooth`.

```

4 % Frecuencias de la expresion discreta
5 f1=120;
6 f2=240;
7 % Frecuencia y periodo de muestreo
8 Fs =1440;
9 Ts = 1/Fs;
10 %Numero de muestras y vector de secuencia
11 N1=360;
12 n1=0:N1-1;
13 % Secuencia discreta
14 x1=sin(2*pi*f1*n1*Ts)+cos(2*pi*f2*n1*Ts);
15 % Grafica en el tiempo discreto
16 subplot(311),plot(n1*Ts,x1);
17 ylabel('x[n]'),xlabel('Tiempo(s)'),grid on
18 % Transformada de Fourier
19 Y1=fft(x1);
20 % Centrar el espectro
21 Y1.shift=fftshift(Y1);
22 % Magnitud de la transformada
23 Y1_mag=abs(Y1.shift);
24 % Fase de la transformada de Fourier
25 Fase=unwrap(angle(Y1));
26 % Vector de muestra de frecuencia en el rango fundamental
27 w_n=2*pi*(0:N1-1)/N1;
28 w_n=unwrap(fftshift(w_n)-2*pi);
29 % Graficas del espectro de magnitud y fase
30 subplot(312),stem(w_n,Y_mag1);
31 ylabel('|X(e^{j \omega})|'),xlabel('Frecuencia (\omega)'),grid on
32 subplot(313),plot(w_n,Fase);
33 ylabel('\angle X(e^{j \omega})'),xlabel('Frecuencia (\omega)'),grid on

```

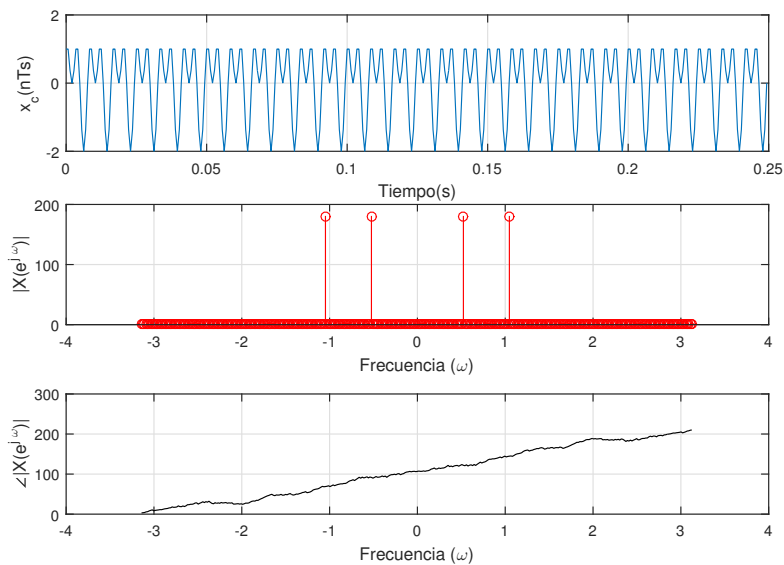


Figura 2: Gráficas de tiempo, espectro de frecuencia y fase.

- b. Ahora, utilizando los mismos datos de frecuencia de la premisa, cambiar a un $n \in \{0, \dots, 639\}$ y graficar nuevamente las señales en tiempo, espectro de magnitud y de fase. Colocar en los comentarios sobre el nuevo espectro.

```

1 %%
2 % Solucion
3 % Frecuencias de la expresion discreta
4 f1=120;
5 f2=240;
6 % Frecuencia y periodo de muestreo
7 Fs =1440;
8 Ts = 1/Fs;
9 %Numero de muestras y vector de secuencia
10 N=640;
11 n=0:N-1;
12 % Secuencia discreta

```

```

13     x=sin(2*pi*f1*n*Ts)+cos(2*pi*f2*n*Ts);
14     % Grafica en el tiempo discreto
15     subplot(311),plot(n*Ts,x);
16     ylabel('x[n]'),xlabel('Tiempo(s)'),grid on
17     % Magnitud de la transformada de Fourier
18     Y=fft(x);
19     Y_shift=fftshift(Y);
20     Y_mag=abs(Y_shift);
21     % Fase de la transformada de Fourier
22     Fase=unwrap(angle(Y));
23     % Vector de muestra de frecuencia en el rango fundamental
24     w=2*pi*(0:N-1)/N;
25     w=unwrap(fftshift(w)-2*pi);
26     % Graficas del espectro de magnitud y fase
27     subplot(312),stem(w,abs(Y_mag),'-r');
28     ylabel('|X(e^{j \omega})|'),xlabel('Frecuencia (\omega)'),grid on
29     subplot(313),plot(w,Fase,'-k');
30     ylabel('\angle X(e^{j \omega})'),xlabel('Frecuencia (\omega)'),grid on

```

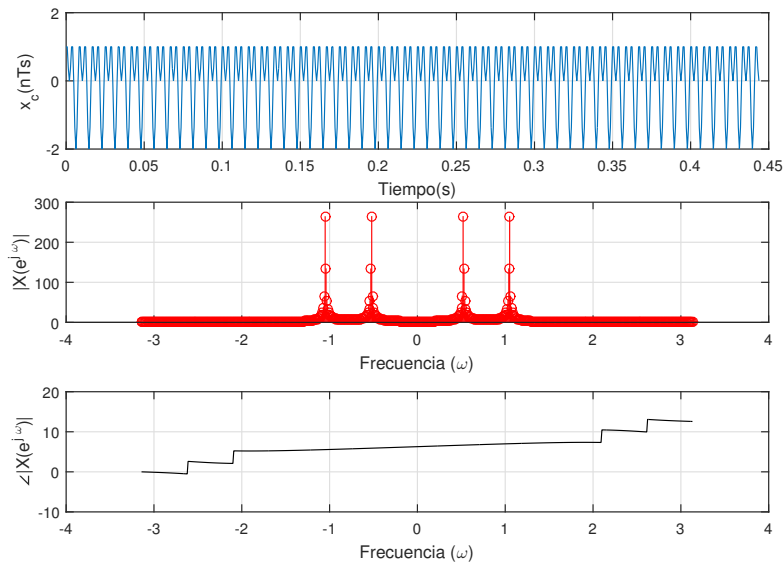


Figura 3: Gráficas de tiempo, espectro de frecuencia y fase.

- c. Para entender la importancia de la fuga espectral en la reconstrucción de la señal inversa, se hará uso de filtros ideales. Para ello, utilizando los datos del inciso (a), se pide que logre identificar y aislar las muestras representativas en el espectro de magnitud utilizando una técnica de umbralización definida de la siguiente manera:

$$|Y_{HT}(e^{j\omega})| = \begin{cases} 1 & , \text{ si } Y(e^{j\omega}) \geq T \\ 0 & , \text{ si } Y(e^{j\omega}) < T \end{cases}$$

Para efectos del cálculo del nuevo espectro, utilizar $T = 150$. Graficar el nuevo espectro con su respectiva fase. Comentar la diferencia con la fase original.

```

1     %%
2     % Solucion
3     % Hard thresholding
4     Y_HT=Y_mag>150;
5     % Producto punto en frecuencia.
6     Y_new=fftshift(Y).*Y_HT;
7     Y_new_mag=abs(Y_new);
8     Y_new_phase=unwrap(phase(Y_new));
9     % Graficas
10    figure,
11    subplot(121),stem(w,Y_new_mag),title('Espectro de magnitud'),
12    ylabel('|X(e^{j \omega})|'),xlabel('Frecuencia (\omega)'),grid on
13    subplot(122),plot(w,Y_new_phase,'-k'),title('Espectro de fase'),
14    ylabel('\angle X(e^{j \omega})'),xlabel('Frecuencia (\omega)'),grid on

```

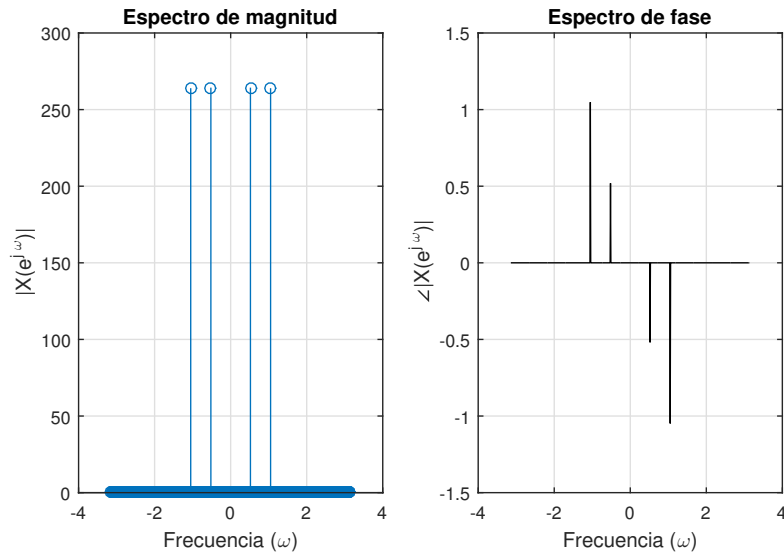


Figura 4: Espectro de magnitud y fase.

Se puede observar cómo la fase ha ido perdiendo su forma lineal dentro del espectro. Esto es porque los componentes que componen la fuga espectral han sido eliminados.

- d. Hallar la transformada inversa de Fourier utilizando el comando `ifft` y `ifftshift` en las variables de ambas transformadas y generar la secuencia discreta. Utilizando el comando `subplot`. Brindar comentarios acerca de la reconstrucción de cómo afecta la amplitud y el periodo de la señal.

```

1      %% SOLUCION
2      x_orig=ifft(ifftshift(Y_mag));
3      x_inv_new=ifft(ifftshift(Y_new));
4      % Graficas
5      figure,
6      subplot(211),plot(n*Ts,x_orig), title('Original'),grid on,xlabel('n')
7      subplot(212),plot(n*Ts,x_inv_new), title('Reconstruccion por hard ...
      thresholding'),grid on,xlabel('n')

```

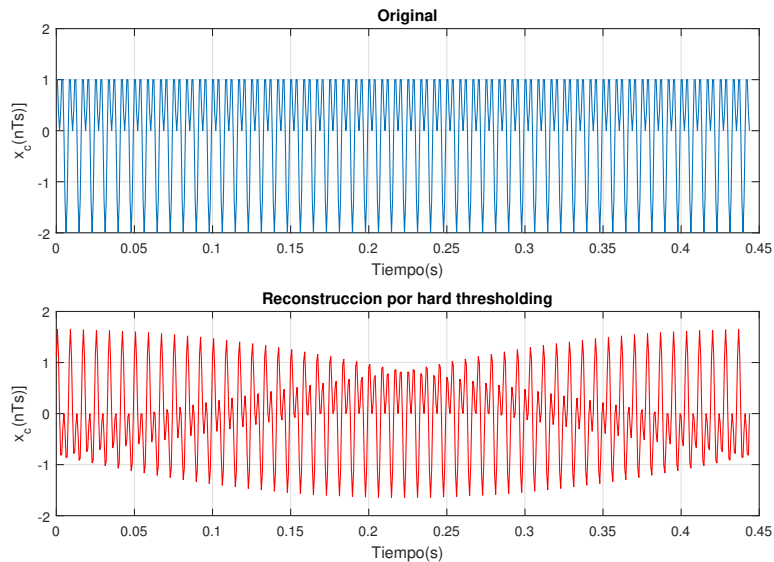


Figura 5: Gráficas de las secuencias.

Dado que se ha perdido gran cantidad de información de la fuga espectral, se puede apreciar que no basta con tener los impulsos representativos en el espectro de magnitud. Así mismo, la fase pierde componentes relevantes dentro de la señal original por lo cual su reconstrucción de la señal original no se hace posible.

3. Dada la señal $x_c(t)$, conformada por cuatro tonos sinusoidales, verificar el teorema de Nyquist y las propiedades de la DTFT de inversión del tiempo, desplazamiento en frecuencia y modulación.

$$x_c(t) = \sum_{m=1}^4 2^m \sin(2\pi(mf_0)t + \frac{\pi}{10}m)$$

- Considerando que $f_0 = 15\text{Hz}$, digitalizar la señal $x_c(t)$ utilizando un $n \in \{0, \dots, 159\}$ y 2 frecuencias de muestreo $F_s = 100\text{Hz}$ y 240Hz . Graficar en una misma ventana las señales discretas en el espacio de muestras, así como su espectro de magnitud y fase². Analizar la gráfica de espectro de magnitud y responder ¿Cuál de los casos presenta problemas de muestreo al no cumplir con el teorema de Nyquist?
- Calcular e incluir en comentarios la menor frecuencia de muestreo para que no exista aliasing. Digitalizar la señal $x_c(t)$ utilizando un $n \in \{0, \dots, 159\}$ y una F_s igual a 4 veces la mínima frecuencia de muestreo calculada. Graficar su espectro de magnitud y fase.
- Con el fin de familiarizarse con la propiedad de desplazamiento en frecuencia de la DTFT:

$$x[n]e^{j\omega_0 n} \xrightarrow{DTFT} X(e^{j(\omega-\omega_0)n}).$$

Realizar dos desplazamientos independientes sobre el transformada de Fourier $X(e^{j\omega n})$ utilizando un $\omega_0 = \pi/2$ y un $\omega_0 = -\pi/3$ radianes por muestra. Para ello, multiplicar en el espacio de muestras la secuencia $x[n]$ del inciso 3b con una señal exponencial $g_1[n] = e^{j\omega_0 n}$, donde $n \in \{0, \dots, 159\}$. Calcular y graficar el espectro de magnitud y fase² de las señales resultantes. Analizar si el efecto es notorio tanto en magnitud como fase?

- El proceso de modulación de amplitud (Figura 6) puede entenderse como el traslado del espectro de una señal en banda base ($x[n]$ en nuestro caso) a una señal en banda de paso (portadora). Con el fin de familiarizarse con la propiedad de modulación de la DTFT, multiplicar en el espacio de muestras la secuencia $x[n]$ del inciso 3b con una señal sinusoidal o portadora $g_2[n] = \sin(\frac{\pi}{2}n)$. Graficar y describir lo que sucede con el espectro de magnitud y fase de la señal resultante en comparación con la señal del inciso 3b. Analizar si existe alguna relación con la anterior propiedad (inciso 3c) para el caso de $\omega_0 = \pi/2$.

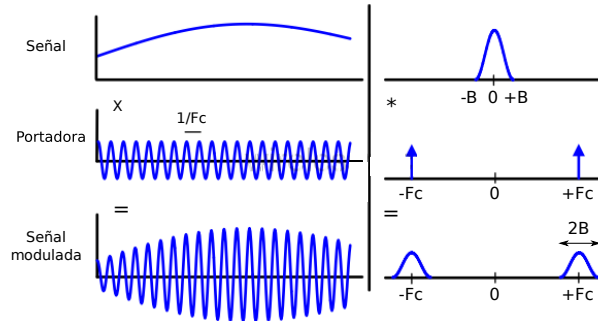


Figura 6: Gráfica referencial del proceso de modulación.

- Con el fin de familiarizarse con la propiedad de inversión de tiempo de la DTFT:

$$x[-n] \xrightarrow{DTFT} X(e^{j(-\omega)n}).$$

Crear las siguientes secuencia anti-causales considerando un $n \in \{-120, \dots, 120\}$.

$$\begin{aligned} x[n] &= \sin(2\pi \frac{15}{480}n), \\ d[n] &= x[-n]. \end{aligned}$$

Calcular sus correspondientes espectros de magnitud y fase². Graficar en una misma ventana las señales discretas en el espacio de muestras, así como su espectro de magnitud y fase. Analizar si efecto es notorio tanto en magnitud como fase.

²El cálculo de la transformada de Fourier centrada en el origen de coordenadas consiste en aplicar el comando **fft** sobre la señal de interés y centrarla utilizando el comando **fftshift**. Para calcular su espectro magnitud, aplicar el valor absoluto a la transformada Fourier haciendo uso del comando **abs**. Para calcular la fase, utilizar el comando **angle** a la transformada de Fourier. Para crear el vector de frecuencias, generar un vector del tamaño de la señal normalizado a 2π y aplicar el comando **fftshift** al vector. Finalmente, restar 2π y utilizar el comando **unwrap**.

4. Dada las siguientes señales en el tiempo continuo:

$$r_{1c}(t) = 10 \sin(2\pi 50t) + 5 \cos(2\pi 100t) + 2 \cos(2\pi 250t)$$

$$r_{2c}(t) = 20 \sin(2\pi 50t) + 10 \cos(2\pi 150t)$$

- a. Calcular sus correspondientes señales discretas considerando que estas son muestreadas durante un tiempo $t \in [0, 0.5]$ segundos con una $F_s = 2000\text{Hz}$. Calcular y graficar su espectros de magnitud y fase² considerando 1024 muestras en la DFT.

```

1 % Periodo de muestreo
2 Fs = 2000;
3 Ts = 1/Fs;
4 Time = 0.5;
5 % **** Vectores de muestras **** %
6 N = Time/Ts;
7 n = 0 : 1 : 0.5/Ts - 1;
8 % **** Generacion la expresion discreta **** %
9 r1 = 10*sin(2*pi*50*n*Ts) + 5*cos(2*pi*100*n*Ts) + 2*cos(2*pi*250*n*Ts);
10 r2 = 20*sin(2*pi*50*n*Ts) + 10*cos(2*pi*150*n*Ts);
11 % **** Calculo del espectro de magnitud **** %
12 R1f=abs(fftshift(fft(r1,1024))); % Espectro de magnitud
13 wr1 = 2*pi* ( 0: ( length(R1f)- 1))/ length(R1f); % puntos discretos en ...
    frecuencia (de 0 a 2pi)
14 wr1 = unwrap( fftshift(wr1) - 2*pi); % puntos discretos en frecuencia (de -pi a pi)
15 % Similar para la secuencia r2

```

- b. Realizar el diezmado de la señal $r_1[n]$ por un factor de 2. Para ello, se utilizarán dos posibles opciones:

- **Opción 1:** Crear un filtro pasabajos $h_p[n]$ conformado por 50 coeficientes, luego convolucionar $y[n] = x_1[n] * h_p[n]$ (usar comando **conv** con el parametro 'same' con el fin de conservar la longitud de muestras³) y finalmente submuestrear la señal convolucionada ($z[n] = y[nD]$).

Considerar que la expresión analítica del filtro pasabajos esta dada como:

$$h_p[n] = (u[n] - u[n - M]) \frac{1}{D} \text{sinc}\left[\frac{1}{D}\left(n - \frac{M}{2}\right)\right],$$

donde M representa al número de coeficientes.

- **Opción 2:** Realizar el proceso de diezmado de forma directa mediante el comando **decimate**.

Calcular el espectro de Fourier de ambas opciones considerando 1024 muestras. Graficar y comparar sus espectros de magnitud².

```

1 D = 2;
2
3 % **** Decimacion (Opcion 1) **** %
4 % Generar el filtro pasabajos
5 M = 50;
6 m = 0:M-1;
7 hlp = 1/D * sinc(1/D*(m-M/2));
8
9 z1 = conv(r1,hlp,'same'); % Filtrado
10 z1 = z1(1:D:end); % Submuestreo
11 % z1 = downsample(r,D); % downsampling usando el comando propio de MATLAB
12
13 % **** Decimacion (Opcion 2) **** %
14 z2 = decimate(r1,D);
15 % **** Calculo del espectro de magnitud **** %
16 Z1f=abs(fftshift(fft(z1,1024)));
17 Z2f=abs(fftshift(fft(z2,1024)));

```

Como se puede observar en la Figura 7, ambos espectros de frecuencia son casi iguales. La mínima diferencia de magnitud se produjo por los diferentes filtros pasabajos utilizados en la opción 1 (pasabajos FIR de 50 coeficientes) con respecto a la opción 2 (el comando **decimate** involucra un filtro IIR chebyshev). Asimismo, se puede observar que los tonos están correctamente posicionados, lo cual indica que no hay presencia de aliasing.

³Por ejemplo, conv (u, v, 'same') devuelve solo la parte central de la convolución, cuyo tamaño es igual a u.

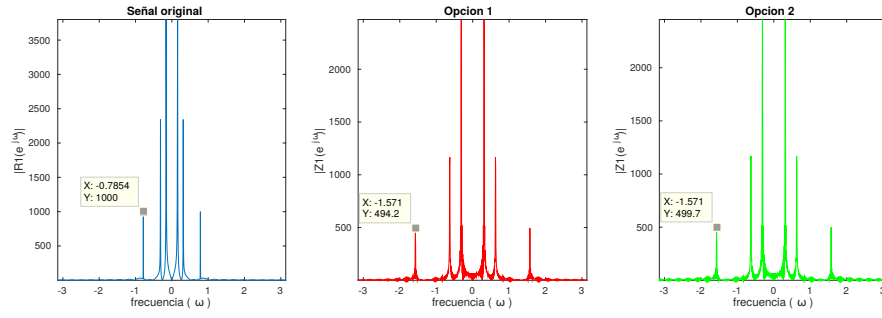


Figura 7: Gráficas de espectro de magnitud.

- c. Implementar el sistema de la Figura 8 sin hacer uso del comando **decimate** y aplicarlo sobre las señales $r_1[n]$ y $r_2[n]$. Graficar los espectros de magnitud de sus respectivas señales resultantes $y[n]$ y $z[n]$ considerando 1024 muestras en la DFT. Analizar las gráficas y justificar si es posible que exista aliasing.

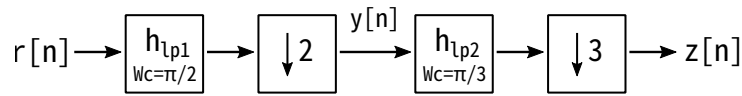


Figura 8: Sistema conformado por dos diezmadores en cascada.

Considerar que los filtros pasabajos a generar están conformados por 50 coeficientes y su expresión analítica es:

$$h_{lp}[n] = (u[n] - u[n - M]) \frac{\omega_c}{\pi} \text{sinc}\left[\frac{\omega_c}{\pi} \left(n - \frac{M}{2}\right)\right],$$

donde M es igual al número de coeficientes.

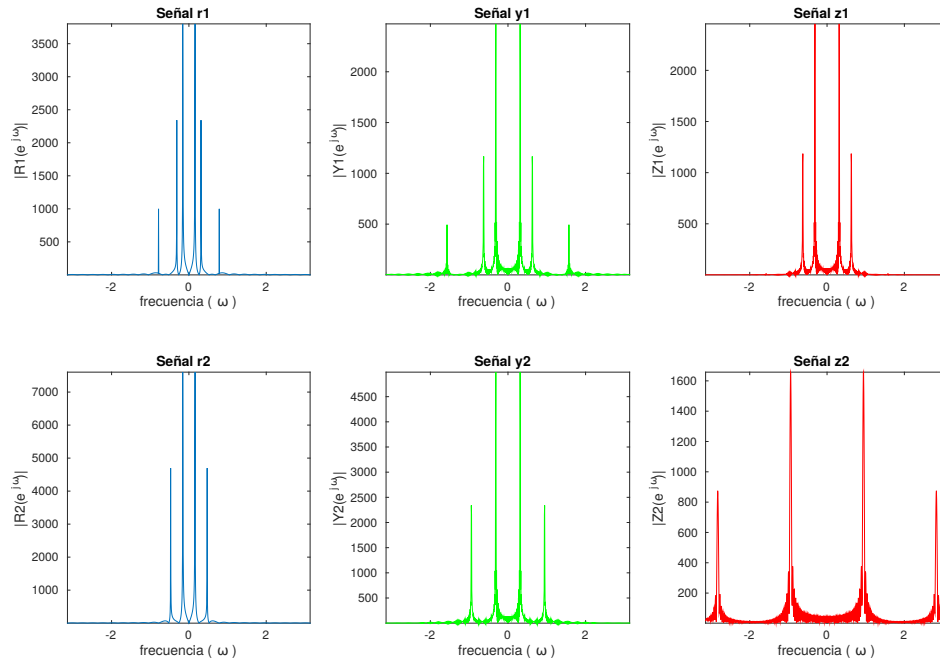


Figura 9: Gráficas de espectro de magnitud.

```

1 D1 = 2;
2 D2 = 3;
3
4 % Generar los filtros pasabajos
5 M = 50;
6 m = 0:M-1;
7 hlp1 = 1/D1 * sinc(1/D1*(m-M/2)); % Filtro 1
8 hlp2 = 1/D2 * sinc(1/D2*(m-M/2)); % Filtro 2

```



```

9 % Convolucion y submuestreo
10 y1 = conv(r1,hlp1,'same'); % Primera diezmado
11 y1 = y1(1:D1:end);
12 z1 = conv(y1,hlp2,'same'); % Segunda diezmado
13 z1 = z1(1:D2:end);
14 % Similar para la entrada x2 ...
15
16 % **** Calculo del espectro de magnitud **** %
17 Y1f=abs(fftshift(fft(y1,1024)));
18 Z1f=abs(fftshift(fft(z1,1024)));
19 % Similar para la entrada y2,z2 ...

```

Debido a que cada bloque de submuestreo cuenta con un previo filtro anti-aliasing (conjunto conocido como diezmador) no es posible tener traslape de información. Sin embargo, como cada filtro tiene una frecuencia de corte $\frac{\pi}{D}$, las bandas de frecuencia superiores a esta son suprimidas. En la Figura 9, se puede observar que señal $z_1[n]$ no presenta aliasing pero finaliza con 2 tonos. Esto se debe a que el tono más alejado es mayor a la frecuencia del corte del segundo filtro.

- d. Implementar el sistema de la Figura 10 sin hacer uso del comando **downsample** y **decimate**, y aplicarlo sobre las señales $r_1[n]$ y $r_2[n]$. Considerar que el filtro pasabajos esta conformado por 50 coeficientes. Graficar los espectros de magnitud de sus respectivas señales resultantes $y[n]$ y $z[n]$ considerando 1024 muestras en la DTFT. Analizar las gráficas y justificar si es posible que exista aliasing.

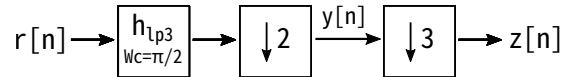


Figura 10: Sistema conformado por 1 diezmador y 1 bloque de submuestreo.

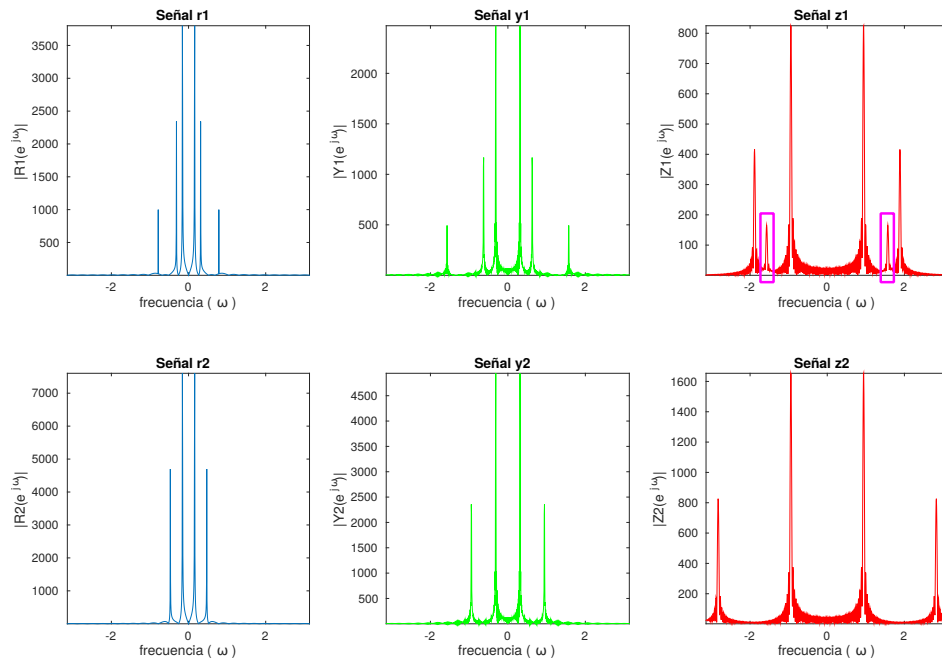


Figura 11: Gráficas de espectro de magnitud.

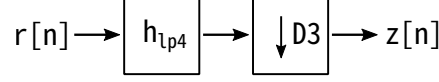
```

1 D1 = 2;
2
3 % Generar el filtro pasabajos
4 M = 50;
5 m = 0:M-1;
6 hlp3 = 1/D1 * sinc(1/D1*(m-M/2));
7
8 % Diezmado y submuestreo en la secuencia r1
9 y1 = conv(r1,hlp3,'same');
10 y1 = y1(1:D1:end);
11 z1 = y1(1:D2:end);
12 % Similar para la entrada r2 ...

```

Debido a que el segundo bloque de submuestreo no cuenta con un previo filtro anti-aliasing, sí es posible tener traslape de información. En la Figura 11, se puede observar que la señal $z_1[n]$ presenta aliasing (cuadrícula de color violeta) debido al tono de mayor frecuencia $w_{y_1} = \frac{\pi}{2}$. Solo si $|w_{y_1}| \leq \frac{\pi}{3}$, entonces $|w_{z_1}| \leq \pi$ (no presentaría aliasing).

- e. Con el fin de evitar problemas de aliasing, rediseñar el sistema del inciso d utilizando tan solo 1 filtro pasa bajos y 1 bloque de submuestreo. Aplicar este nuevo sistema sobre $x_1[n]$ y comparar los resultados con los obtenidos en el inciso c.



Solución:

Los dos bloques de submuestreo pueden ser reemplazados como un único bloque igual a $D3 = D1 \cdot D2 = 6$, para evitar aliasing se agrega un previo filtro pasabajos con frecuencia de corte $\frac{\pi}{D3}$.

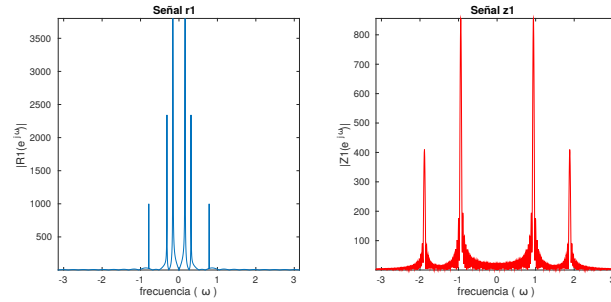


Figura 12: Gráficas de espectro de magnitud.

Se puede observar en la Figura 12 que la señal resultante $z_1[n]$ es la misma que la obtenido en el inciso c. Puesto que un sistema de diezmadore en cascada puede ser reemplazado por único diezmadore.

```

1 D3 = 6;
2
3 % Generar el filtro pasabajos
4 M = 50;
5 m = 0:M-1;
6 hlp4 = 1/D3 * sinc(1/D3*(m-M/2));
7
8 % Diezmado
9 z1 = conv(r1,hlp4,'same');
10 z1 = z1(1:D3:end);

```

- f. Considerando solo la entrada $r_1[n]$, obtener un sistema más compacto que conserve el funcionamiento del sistema presentado en la Figura 13. Para ello, implementar los siguientes modelos:

- 1) Sistema 1 conformado por 1 interpolador y 1 diezmadore.
- 2) Sistema 2 conformado por 1 bloque de sobremuestreo, 1 filtro pasabajos y 1 bloque de submuestreo.

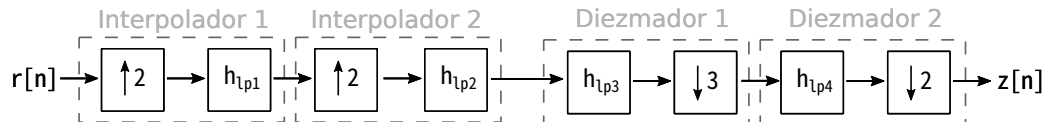


Figura 13: Sistema conformado por 2 bloques de interpolación y 2 bloque de diezmadore (Modelo Original)

Considerando 1024 muestra en la DTFT, verificar de manera gráfica el espectro magnitud de la salida $z[n]$ de los dos modelos alternativos con respecto al modelo original (Figura 13).

• **Sistema Original:**

```

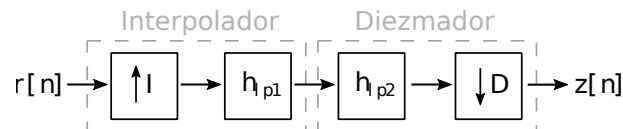
1  % **** Sistema Original **** %
2  I1 = 2; I2 = 2; D1 = 3; D2 = 2;
3  % Generar los filtros pasabajos
4  M = 50; m = 0:M-1;
5  hlp1 = 1/I1 * sinc(1/I1*(m-M/2)); % Filtro 1
6  % ...
7  hlp4 = 1/D2 * sinc(1/D2*(m-M/2)); % Filtro 4
8
9  % Primer Interpolar
10 up1 = zeros(2*length(r1)-1, 1);
11 up1(1:I1:end) = r1; % sobremuestreo
12 up1 = conv(up1, hlp1, 'same'); % Filtrado
13 % ...
14 % Primer diezmador
15 dw2 = conv(dw1, hlp4, 'same'); % Filtrado
16 z0 = dw2(1:D2:end); % Submuestreo

```

• **Sistema 1:**

$$I = 2 \cdot 2 = 4, \quad w_{1c} = \frac{\pi}{4}$$

$$D = 3 \cdot 2 = 6, \quad w_{2c} = \frac{\pi}{6}$$



```

17 % **** Sistema 1 **** %
18 I = 4;
19 D = 6;
20 % Generar los filtro pasabajos
21 M = 50; m = 0:M-1;
22 hlp1 = 1/I * sinc(1/I*(m-M/2));
23 hlp2 = 1/D * sinc(1/D*(m-M/2));
24
25 % Interpolacion
26 up1 = zeros(I*length(r1)-1, 1);
27 up1(1:I:end) = r1; % sobremuestreo
28 up1 = conv(up1, hlp1, 'same'); % Filtrado
29 % Diezmado
30 dw1 = conv(up1, hlp2, 'same'); % Filtrado
31 z1 = dw1(1:D:end); % Submuestreo

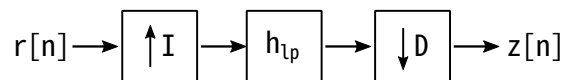
```

• **Sistema 2:**

$$I = 2 \cdot 2 = 4$$

$$D = 3 \cdot 2 = 6$$

$$w_c = \min\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}\right\} = \min\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}\right\} = \frac{\pi}{6}$$



```

32 % **** Sistema 2 **** %
33 I = 4;
34 D = 6;
35 % Generar los filtro pasabajos
36 M = 50; m = 0:M-1;
37 hlp = 1/6 * sinc(1/6*(m-M/2));
38
39 % sobremuestreo
40 up1 = zeros(I*length(r1)-1, 1);
41 up1(1:I:end) = r1;
42 % Filtrado
43 dw1 = conv(up1, hlp, 'same');

```

```

44 % Submuestreo
45 z2 = dw1(1:D:end);

```

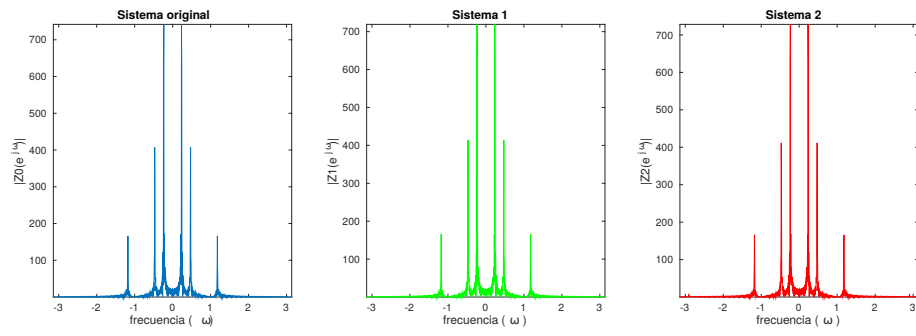


Figura 14: Gráficas de espectro de magnitud.