IEE239 - Procesamiento de Señales e Imágenes Digitales
Laboratorio 02 - Prueba de Entrada
Primer semestre 2018

Martes, 10 de abril del 2018

- **Horario 08M1**
- Duración: 20 minutos.
- Está terminantemente prohibido el uso de material adicional y calculadora.
- La evaluación es **estrictamente** personal.

1. *(2 puntos)* A partir de la siguiente ecuación de diferencias:

$$y[n] = \frac{3}{4}y[n-1] - \frac{1}{8}y[n-2] + x[n].$$

Solución

a. Hallar la función de transferencia $H(z)$. Indicar las posibles ROC de $H(z)$.

$$Y(z) = \frac{3}{4}z^{-1}Y(z) - \frac{1}{8}z^{-1}Y(z) + X(z).$$

$$Y(z)(1 - z^{-1}\frac{3}{4} + z^{-1}\frac{1}{8}) = X(z).$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = H(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}\frac{3}{4} + z^{-1}\frac{1}{8}}.$$

$$H(z) = \frac{1}{(1 - z^{-1}\frac{1}{4})(1 - z^{-1}\frac{1}{2})}.$$

Las posibles ROC: $|z| \leq \frac{1}{4}$: anticausal. $\frac{1}{4} \leq |z| \leq$: bilateral. $\frac{1}{2} \leq |z|$: causal.

b. Si se sabe que el sistema es BIBO estable, hallar $h[n]$ y comentar si se trata de un sistema causal.

Si el sistema es BIBO estable, entonces $\frac{1}{2} \leq |z|$, el sistema es causal por lo que:

$$H(z) = \frac{1}{(1 - z^{-1}\frac{1}{4})(1 - z^{-1}\frac{1}{2})} = -\frac{1}{1 - z^{-1}\frac{1}{4}} + \frac{2}{1 - z^{-1}\frac{1}{2}}.$$

$$h[n] = -\frac{1}{4}u[n] + 2(\frac{1}{2})^n u[n].$$

2. *(2 puntos)* La función periódica $x_c(t)$ con periodo $T = 1$ s definida por la siguiente ecuación para su periodo centrado en $t = 0$:

$$x_c(t) = \begin{cases} 1 & , -0{,}5 \leq t < 0 \\ -1 & , 0 \leq t < 0{,}5 \\ 0 & , \text{otros casos} \end{cases} .$$

Determinar la serie de Fourier. **Solución**

$$c_k = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_c(t) e^{-jk\Omega_0 t} dt$$

Se sabe que $T = 1$

$$c_k = \int_{-0}^{-0} e^{-jk\Omega_0 t} dt + \int_{0}^{-0{,}5} -e^{-jk\Omega_0 t} dt$$

$$c_k = -\frac{1}{jk\Omega_0} + \frac{e^{jk\frac{\Omega_0}{2}}}{jk\Omega_0} - \left(\frac{e^{-jk\frac{\Omega_0}{2}}}{-jk\Omega_0} + \frac{1}{jk\Omega_0}\right)$$

$$c_k = -\frac{2 + e^{\frac{jk\Omega_0}{2}} + e^{\frac{-jk\Omega_0}{2}}}{jk\Omega_0}$$

$$c_k = -\frac{2}{jk2\pi}(1 - \cos(k\pi))$$

3. *(1 punto)* La señal $x[n]$ tiene un espectro como el que se muestra en la Figura 1. Graficar el espectro de magnitud de su versión submuestreada a un factor de 3 en $\omega \in [-3\pi, 3\pi]$. Responder si se genera aliasing en la secuencia resultante.

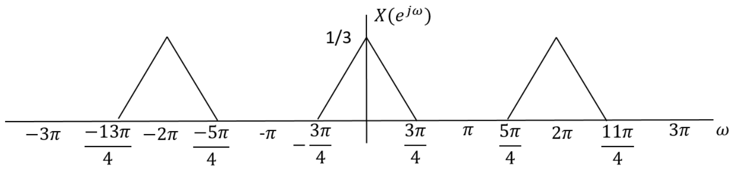

Figura 1: Espectro de frecuencia

No se genera aliasing.