PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA

IEE239 - PROCESAMIENTO DE SEÑALES E IMÁGENES DIGITALES
Examen 2
(Segundo semestre 2017)

Indicaciones generales:

- Duración: 3 horas.
- **La evaluación es estrictamente personal**.
- Está permitido el uso de tablas de transformadas y calculadoras **no programables**.
- Indicar claramente el procedimiento seguido en cada pregunta.
- La presentación, la ortografía y la gramática influirán en la calificación.

Puntaje total: 20 puntos

Cuestionario:

Pregunta 1 (4 puntos)

a) Dada la DTFT 2D $H(\omega_x, \omega_y)$, demostrar que su versión discretizada $H(u,v)$ para $M = N = 16$ cumple con la siguiente condición:

$$H(\omega_x, \omega_y) = \begin{cases} 1, & |\omega_x| \le \dfrac{\pi}{8}, \quad |\omega_y| \le \dfrac{\pi}{8} \\ 0, & \text{otros casos} \end{cases};$$

$$h(x,y) = F^{-1}\{H(u,v)\} = \frac{1}{256}\left[1 + 2\cos\left(\frac{\pi}{8}x\right)\right]\left[1 + 2\cos\left(\frac{\pi}{8}y\right)\right].$$

b) Dada la máscara $r(x,y)$, determinar su respuesta ante la imagen $f(x,y)$. Mostrar claramente su procedimiento:

$$r(x,y) = h(x,y)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right); \qquad f(x,y) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right).$$

Pregunta 2 (4 puntos)

a) Dada la señal 2D de dominio contínuo $f_c(s,t)$, determinar su versión discreta $f(x,y) = f_c(x\cdot\Delta s, y\cdot\Delta t)$, para $x \in \{-1,-0,...,2\}$, $y \in \{-1,0,...,2\}$, asumiendo una resolución de intensidad de 8 bits y los siguientes **periodos de muestreo**.

$$f_c(s,t) = 2^7 + 3.5\cdot\sin(200\pi\cdot s + 100\pi\cdot t) \qquad \Delta s = 2.5\cdot 10^{-3};\ \Delta t = 2\cdot 10^{-3}.$$

b) Aplicar el método de Umbralización de Otsu a la imagen $f(x,y)$ y mostrar la imagen resultante.

<u>Pregunta 3</u> (4 puntos)

Dada la imagen $f(x,y)$ descrita en la Figura 1 y la transformación de intensidad T :

(x,y)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	65	228	152	202	195	222	241	238	174	133
1	240	168	63	0	255	192	16	62	134	209
2	203	196	19	128	255	16	192	107	62	164
3	148	139	7	64	16	0	128	27	152	196
4	153	142	236	128	64	16	0	170	144	216
5	52	17	199	238	134	179	174	208	154	63
6	95	86	118	78	73	84	2	4	19	68
7	105	63	88	126	107	93	15	78	24	57

Figura 1: Imagen de interés $f(x,y)$.

$$T\{f(x,y)\} = \frac{255}{1+\exp\left[-12\left(\frac{f(x,y)}{255}-\frac{1}{2}\right)\right]}.$$

a) **Asumiendo resolución de intensidad de 8 bits**, aplicar la transformación para la subregión $x \in \{1,2,3,4\}$, $y \in \{3,4,5,6\}$ de la imagen de interés. Cuál es su efecto en el contraste de la imagen?

b) **Asumiendo resolución de intensidad de 8 bits**, determinar el Bit-plane (BP) más significativo de la imagen de interés. Luego, determinar la siguiente operación morfológica para la subregión $x \in \{3,4,5,6\}$, $y \in \{0,1,\ldots,9\}$.

$$G = (BP \ominus H) \oplus H; \qquad H(x,y) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{1} & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

<u>Pregunta 4</u> (4 puntos)

a) Dado el sistema T y la máscara $h(x,y)$, determinar la respuesta del sistema ante las imágenes $\alpha(x,y)$ y $\beta(x,y)$. Se trata de un sistema lineal e invariante ante desplazamientos? Justificar claramente su respuesta.

$$T\{f(x,y)\} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(m,n)\cdot h(x-2m, y-2n); \qquad h(x,y) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{-8} & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\alpha(x,y) = \delta(x-1, y-1); \qquad \beta(x,y) = \delta(x-2, y-2).$$

b) Dada $F_1(u,v)$, la DFT 2D de $f_1(x,y)$ para $M = N = 3$, determinar la DFT 2D de $g_1(x,y)$ para $M = N = 9$ si se sabe que cumple con la siguiente expresión analítica:

$$F_1(u,v) = \begin{pmatrix} \underline{1} & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}; \qquad g_1(x,y) = f_1(x/3, y/3) \cdot \exp\left[j\frac{8\pi}{3}(x+y) \right].$$

<u>Pregunta 5</u> (4 puntos)

Dada la imagen $f(x,y)$ descrita en la Figura 2 y la máscara $w(x,y)$:

(x,y)	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
0	98	72	95	113	87	145	66	106	86
1	104	75	105	107	95	140	77	130	139
2	107	77	93	115	102	160	167	196	160
3	110	107	132	175	168	164	127	138	80
4	173	173	172	141	114	148	72	114	73
5	140	98	107	116	84	147	72	120	78
6	103	87	90	122	84	145	76	119	85
7	95	106	58	131	81	141	88	81	111
8	106	102	73	133	81	140	85	87	149

Figura 2: Imagen de interés $f(x,y)$.

$$w(x,y) = \frac{1}{16}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & \underline{4} & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix};$$

a) Identificar la máscara $w(x,y)$. Luego, descomponerla en máscaras 1D a partir de su propiedad de **separabilidad**. Finalmente, a partir de su descomposición, filtrar $f(x,y)$ en las siguientes ubicaciones. Asumir resolución de intensidad infinita:

$$(x,y) = \{(2,2), \quad (4,5)\}.$$

b) De acuerdo con el método de Canny para detección de bordes, determinar $f_N(x,y)$ para las siguientes ubicaciones. Asumir $g(x,y)$ como un filtro promedio de orden 9, derivadas basadas en **forward difference** y resolución de intensidad infinita:

$$(x,y) = \{(2,3), \quad (3,5), \quad (5,6)\}.$$

Profesor del curso: Renán Rojas G.

San Miguel, 07 de diciembre del 2017.

Información Extra:

- **Detector de bordes de Canny**

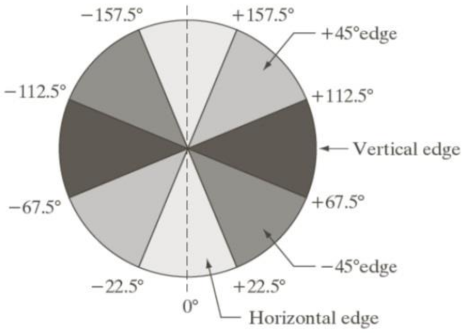

Figura 3: Detector de bordes de Canny: rangos de orientación de gradientes.

$d(x_0, y_0) = \mathrm{d}_1 \quad \rightarrow \quad vecinos: \quad (x_0 - 1, y_0); (x_0 + 1, y_0)$
$d(x_0, y_0) = \mathrm{d}_2 \quad \rightarrow \quad vecinos: \quad (x_0 - 1, y_0 - 1); (x_0 + 1, y_0 + 1)$
$d(x_0, y_0) = \mathrm{d}_3 \quad \rightarrow \quad vecinos: \quad (x_0, y_0 - 1); (x_0, y_0 + 1)$
$d(x_0, y_0) = \mathrm{d}_4 \quad \rightarrow \quad vecinos: \quad (x_0 + 1, y_0 - 1); (x_0 - 1, y_0 + 1)$

$$f_N(x, y) = \begin{cases} |\nabla f_s(x, y)|, & |\nabla f_s(x, y)| > \quad mag. de\ grad. de\ vecinos \\ 0, & otros \end{cases},$$

$$f_{NH}(x, y) = \begin{cases} 1, & f_N(x, y) \geq \quad T_H \\ 0, & otros \end{cases},$$

$$f_{NL}(x, y) = \Lambda(x, y) - f_{NH}(x, y),$$

$$\Lambda(x, y) = \begin{cases} 1, & f_N(x, y) \geq \quad T_L \\ 0, & otros \end{cases},$$

- **Método de Otsu**

$C_1 \in \{0; k\}; C_2 \in \{k + 1; L - 1\};$

$$P_1(k) = \sum_{i \in c1} p_i \,; \qquad P_2(k) = \sum_{i \in c2} p_{i;}$$

$$m(k) = \sum_{i \in c1} i \cdot p_i \,; \quad m_g = \sum_{i=0}^{L-1} i \cdot p_i$$

$$\sigma_B^2(k) = \frac{\left[m_g P_1(k) - m(k)\right]^2}{P_1(k)[1 - P_1(k)]}$$

- **Morfología Matemática**

$Q_I \ominus H = \{z \mid (H)_z \subseteq Q_I\}; \qquad Q_I \oplus H = \{z \mid (\hat{H})_z \cap Q_I \neq \emptyset\};$

$(Q_I)_z = \{p + z; \quad p \in Q_I\}; \qquad \hat{Q}_I = \{w \mid w = -p; \quad p \in Q_I\}.$