

Procesamiento de Señales e Imágenes Digitales: Fundamentos de Procesamiento Digital de Imágenes

MSc. Renán Rojas G.

Pontificia Universidad Católica del Perú

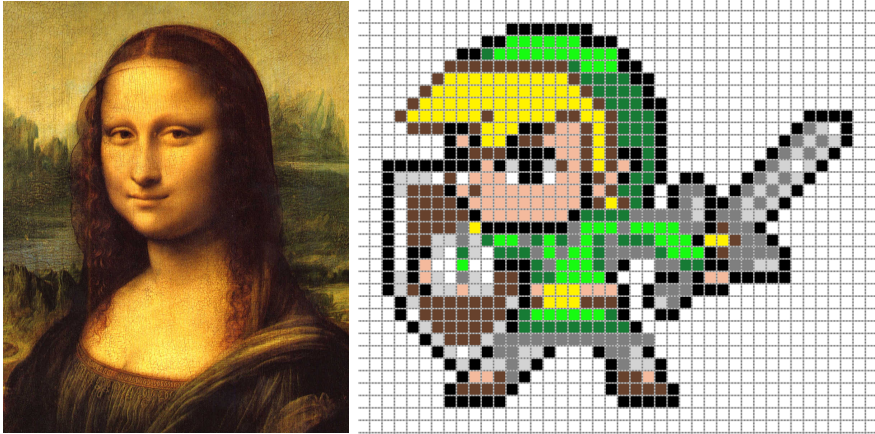


Figura 1: Ejemplos de imágenes digitales.

- Para crear una imagen digital es necesario convertir una **señal continua** en una **señal discreta**. Esto implica discretizar tanto el **dominio** como el **rango**.
 - I. **Muestreo**: Discretizar el dominio de la señal.
 - II. **Cuantización**: Discretizar el rango de la señal.
- La calidad de la imagen está dada por el número de muestras y la cantidad de niveles de cuantización.

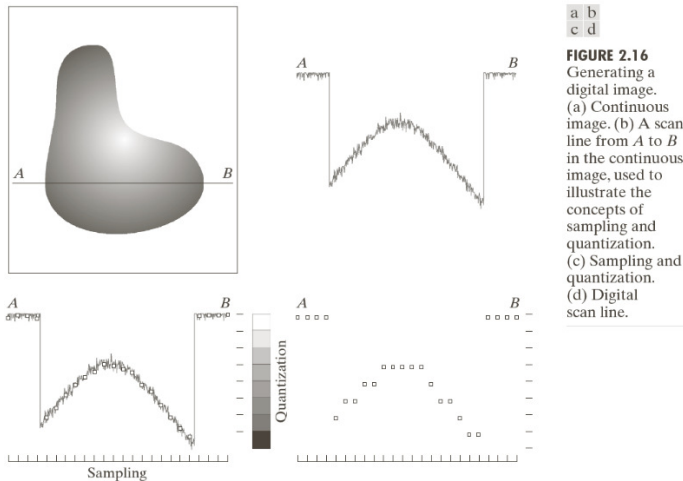


Figura 2: Procedimiento de muestreo y cuantización.

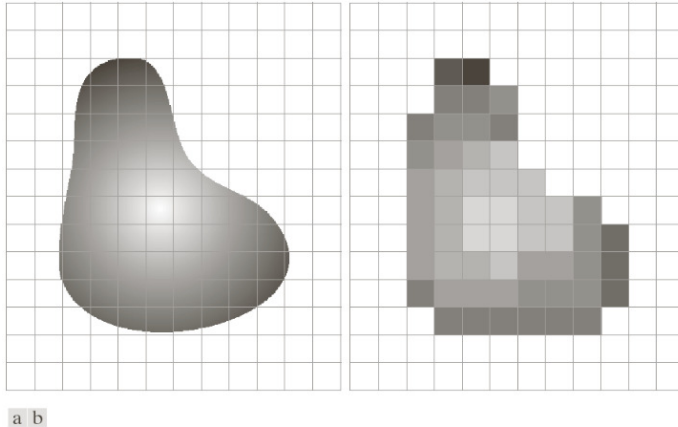
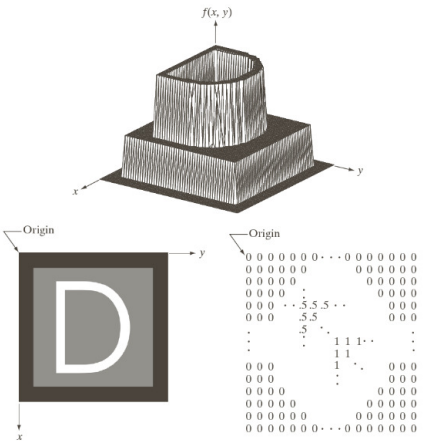


FIGURE 2.17 (a) Continuous image projected onto a sensor array. (b) Result of image sampling and quantization.

Figura 3: Resultado de muestreo y cuantización.

- Una imagen digital se representa como un arreglo bidimensional $f \in \mathbb{R}^{M \times N}$ (M filas, N columnas; M y $N \in \mathbb{Z}$).
- *Los posibles valores de f dependen de los niveles de cuantización.*
 - * **Dominio Espacial:** porción del plano \mathbb{R} descrita por las coordenadas de la imagen.
 - * **Variables Espaciales:** variables que representan las coordenadas de la imagen (x, y) .
 - * **Picture Element (Pixel):** Elementos del arreglo bidimensional.

Representación de Imágenes Digitales



a
b c

FIGURE 2.18
(a) Image plotted as a surface.
(b) Image displayed as a visual intensity array.
(c) Image shown as a 2-D numerical array (0, .5, and 1 represent black, gray, and white, respectively).

Figura 4: Representación de imágenes digitales.

- Una representación alternativa de la intensidad es la **Intensidad Normalizada**:

Dado el rango de intensidades $f \in [l_{\min}, l_{\max}]$, se genera una transformación lineal que brinde el rango de intensidades $f_N \in [0, 1]$.

- Una representación espacial alternativa es la **representación vectorial**: $f \in \mathbb{R}^{(MN) \times 1}$ (vector de $M \cdot N$ filas y una columna)
 - I. Ordenamiento Row-major: fila tras fila
 - II. Ordenamiento Col-major: columna tras columna

Esta representación es la forma típica de almacenar una imagen en memoria de computadora.

Detalles de intensidad en imágenes digitales

- Asumiendo que la intensidad de cada pixel es representada en k bits, el número de niveles de intensidad representable es $L = 2^k$
- Adicionalmente, asumiendo niveles de intensidad enteros ($\in \mathbb{Z}$) y uniformemente espaciados: $l_{\min} = 0, l_{\max} = L - 1$
*Ej: $k = 8 \text{ bits} \rightarrow L = 256 \rightarrow f(x, y) \in \{0, 255\}$
- Tamaño total de una imagen en bits: $b = M \cdot N \cdot k$

Detalles de intensidad en imágenes digitales

- Dado un sistema de adquisición de imágenes, el **Rango Dinámico** es la relación entre la máxima intensidad medible (relacionada a la saturación de los sensores) y la mínima intensidad medible (relacionada al ruido generado en los sensores).
 - * *El rango dinámico define finalmente el rango de intensidades representado en una imagen de un determinado sistema de adquisición de imágenes.*
- El **contraste** de una imagen es la diferencia entre el nivel de intensidad más alto y más bajo representados en una imagen.
 - * **Relación Rango dinámico y contraste:** Dada una misma escena, un sistema con alto rango dinámico da como resultado una descripción gráfica con alto contraste, mientras que un sistema con bajo rango dinámico da como resultado una descripción gráfica con bajo contraste.

Detalles de intensidad en imágenes digitales

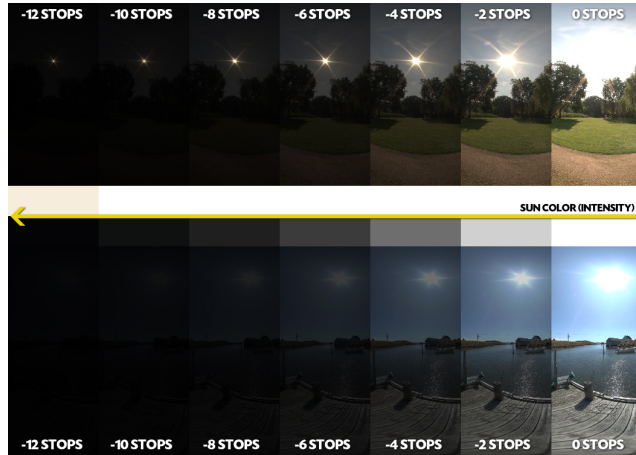


Figura 5: Rango dinámico.

1 Resolución espacial: Medida del menor detalle distinguible en una imagen. Unidad usual: **Dots per Inch (DPI)**

* *Relación dominio de la imagen vs. unidades espaciales físicas*

* El término **Dots per Inch** es intercambiable por el término **Pixels per Inch (PPI)**

Ej:

Caso a) Área física de $10'' \times 10''$ representada en una imagen de 75 PPI \rightarrow la imagen es descrita por 750×750 px.

Caso b) Misma área física de $10'' \times 10''$ representada en una imagen de 300 PPI \rightarrow la imagen es descrita por 3000×3000 px.

Entonces el caso b) representa el área con más muestras, por lo tanto su descripción será más precisa.

Resolución espacial y de intensidad



a b
c d

FIGURE 2.20 Typical effects of reducing spatial resolution. Images shown at: (a) 1250 dpi, (b) 300 dpi, (c) 150 dpi, and (d) 72 dpi. The thin black borders were added for clarity. They are not part of the data.

- 2 Resolución de intensidad:** Menor cambio de intensidad discernible en una imagen. Definida por el número de niveles de intensidad que puede tomar cada pixel, por lo que depende directamente de la etapa de cuantización. Unidad usual: **bits**

Resolución espacial y de intensidad

e f
g h

FIGURE 2.21
(Continued)
(e)–(h) Image
displayed in 16, 8,
4, and 2 gray
levels. (Original
courtesy of
Dr. David
R. Pickens,
Department of
Radiology &
Radiological
Sciences,
Vanderbilt
University
Medical Center.)

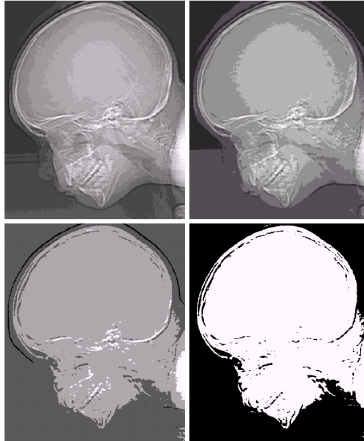


Figura 7: Resolución de intensidad.

- **Interpolación de intensidad:** Establecer las intensidades de pixeles localizados en determinadas coordenadas de la imagen a partir de la información espacial y de intensidad de los pixeles vecinos. Proceso básico en el re-muestreo de imágenes (**image resampling**).

- **Métodos simples de interpolación:** Dado el problema de estimar $f(x, y)$:

- 1 Vecino más cercano: el pixel de interés toma la intensidad del pixel más cercano.

$$f(x, y) = f(\text{punto en la imagen original más cercano a } (x, y))$$

- 2 Bilineal: la intensidad del pixel de interés depende de los cuatro puntos en la imagen original más cercanos a él.

$$f(x, y) = a \cdot x + b \cdot y + c \cdot xy + d$$

* $a - d$ se hallan a partir de un sistema de ecuaciones basado en los cuatro puntos cercanos.

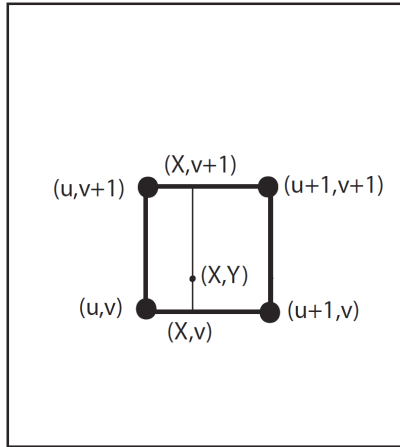
- 3 Bicúbica: La intensidad del pixel de interés depende de los dieciseis puntos en la imagen original más cercanos a él

$$f(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{ij} \cdot u^i v^j$$

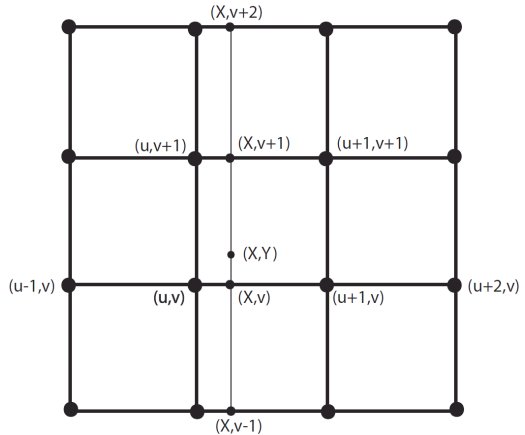
* a_{ij} se halla a partir de un sistema de ecuaciones basado en los dieciseis puntos cercanos.

- Post-procesamiento clásico al generar transformaciones geométricas (cambio de tamaño, desplazamiento, rotación, transformaciones lineales, etc.).

Interpolación de intensidad



(a) interpolacion bilineal.



(b) interpolacion bicúbica.

Figura 8: interpolación de intensidad.



FIGURE 2.36 (a) A 300 dpi image of the letter T. (b) Image rotated 21° clockwise using nearest neighbor interpolation to assign intensity values to the spatially transformed pixels. (c) Image rotated 21° using bilinear interpolation. (d) Image rotated 21° using bicubic interpolation. The enlarged sections show edge detail for the three interpolation approaches.

Figura 9: Resultado de diferentes técnicas de interpolación.

- Las relaciones entre pixeles son esenciales para definir contornos y limites en una imagen (**segmentación de imágenes**)
- I. **Vecinos de un pixel:** dado un pixel $p : x_p, y_p$, existen tres tipos de vecindad: $N_4(p)$, $N_D(p)$ y $N_8(p)$.
- II. **Adyacencia entre pixeles:** dado un subconjunto de intensidades de interés V :
 - **4-adyacencia:** p y q son 4-adyacentes si sus intensidades $\in V$ y si $q \in N_4(p)$
 - **8-adyacencia:** p y q son 8-adyacentes si sus intensidades $\in V$ y si $q \in N_8(p)$
 - **m-adyacencia:** p y q son m-adyacentes si sus intensidades $\in V$ y si la siguiente condición se cumple:

$$q \in N_4(p) \vee (q \in N_D(p) \wedge N_4(p) \cap N_4(q) \notin V)$$

Relaciones básicas entre pixeles

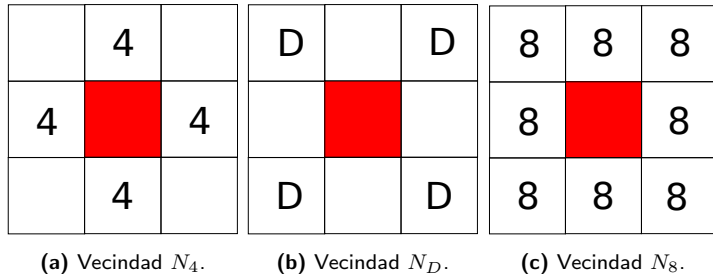


Figura 10: Tipos de vecindad.

III. Conectividad entre pixeles:

- **Camino:** Un camino (path) de $p : (x_p, y_p)$ a $q : (x_q, y_q)$ es una secuencia de puntos $\{(x_0, y_0); (x_1, y_1); \dots; (x_n, y_n)\}$ que cumplen con una determinada adyacencia (8-adyacencia, 4-adyacencia, m-adyacencia) y donde $(x_0, y_0) = (x_p, y_p)$, $(x_n, y_n) = (x_q, y_q)$.
 - * Si $(x_n, y_n) = (x_p, y_p)$, se define como **camino cerrado** de tamaño n .
- Dado un subconjunto de pixeles S en la imagen, dos pixeles p y q están **conectados** en S si existe un **camino** entre ellos compuesto unicamente por pixeles en S .
- Para el pixel p , el conjunto de todos los puntos en S conectados a él se denomina **componente conectado en S**.
 - * Pueden haber múltiples **componentes conectados en S**.
 - * Si solo existe un componente conectado, S se denomina **conjunto conectado**.

Relaciones básicas entre pixeles

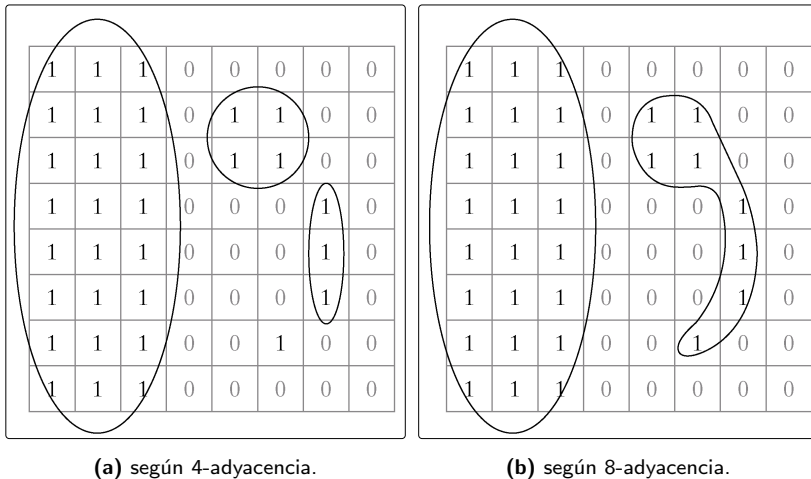


Figura 11: Componentes conectados en una imagen binaria.

- IV. **Regiones:** Una región de la imagen es un **conjunto conectado**. Dos regiones de la imagen $R_i; R_j$ son adyacentes si su union forma un **conjunto conectado** (i.e. $R_i \cup R_j$ forman una sola región). Caso contrario, se denominan **inconexas**.
- * Para regiones solo cuentan 4-adyacentes y 8-adyacentes.
- V. El **primer plano** (foreground) de una imagen es la unión de todas sus subregiones inconexas. El **fondo** (background) de una imagen es el complemento del primer plano.
- VI. Los **límites** o bordes de una región son los puntos adyacentes al complemento de la misma.
- **Borde interno:** pixeles en primer plano adyacentes al fondo
 - **Borde externo:** pixeles en fondo adyacentes al primer plano
 - Si la región cubre toda la imagen, sus bordes se definen como sus primeras y últimas filas y columnas.

- Dados los pixeles p y q , se definen múltiples métricas para definir distancia:

- 1 Distancia Euclidiana:

$$D_e(p, q) = \left((x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

- 2 Distancia City-Block:

$$D_4(p, q) = |x_p - x_q| + |y_p - y_q|$$

- 3 Distancia Chessboard:

$$D_8(p, q) = \max \left\{ |x_p - x_q|; |y_p - y_q| \right\}$$

Medidas de Distancia

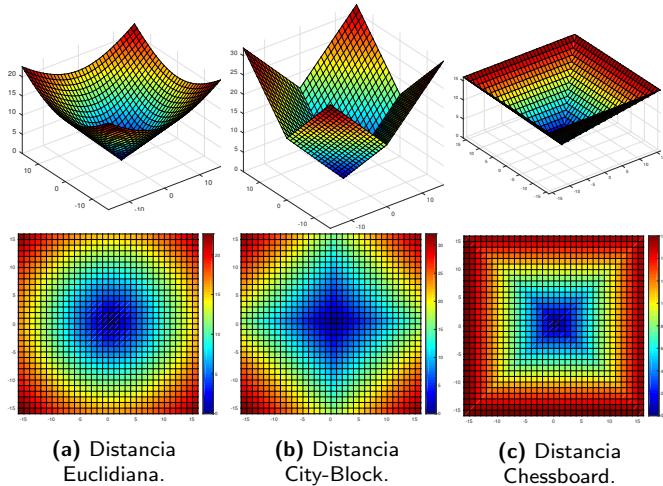


Figura 12: Medidas de distancia respecto a $(x, y) = (0, 0)$.

- Dada la relación de entrada y salida de un sistema $H: g(x, y) = H\{f(x, y)\}$, H es un operador lineal si cumple con las propiedades de **aditividad** y **escalamiento**. Entonces, un sistema lineal cumple la siguiente relación:

$$H\{a \cdot f(x, y) + b \cdot g(x, y)\} = a \cdot H\{f(x, y)\} + b \cdot H\{g(x, y)\}$$

Transformaciones Espaciales

- Las transformaciones espaciales son modificaciones en la relación entre las coordenadas de una imagen.

$$(u, v) \rightarrow T \rightarrow (x, y)$$

donde: (u, v) : coordenadas espaciales de la imagen original, T : transformación lineal y (x, y) : coordenadas espaciales de la imagen resultante

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = T^T \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x & y & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u & v & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & 0 \\ t_{21} & t_{22} & 0 \\ t_{31} & t_{32} & 1 \end{pmatrix}$$

- El procedimiento general implica la transformación espacial de coordenadas seguido de la interpolación de intensidades para asignar valores a las nuevas ubicaciones generadas.

Transformaciones Espaciales

TABLE 2.2

Affine transformations based on Eq. (2.6–23).







Transformation Name	Affine Matrix, T	Coordinate Equations	Example
Identity	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = w$	
Scaling	$\begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = c_x v$ $y = c_y w$	
Rotation	$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v \cos \theta - w \sin \theta$ $y = v \sin \theta + w \cos \theta$	
Translation	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{bmatrix}$	$x = v + t_x$ $y = w + t_y$	
Shear (vertical)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ s_v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v + s_v w$ $y = w$	
Shear (horizontal)	$\begin{bmatrix} 1 & s_h & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = s_h v + w$	

Figura 13: Transformaciones espaciales lineales.

- (1) Gonzalez, Rafael C. & Woods, Richard E. (2006), Digital Image Processing, 3rd Edition, Prentice-Hall Inc.
<http://www.imageprocessingplace.com/>