IEE239 - Procesamiento de Señales e Imágenes Digitales
Laboratorio 01 - Ejercicios Propuestos
(Segundo semestre 2016)

1) Considerar el diagrama de bloques del sistema LTI de la Figura 1:

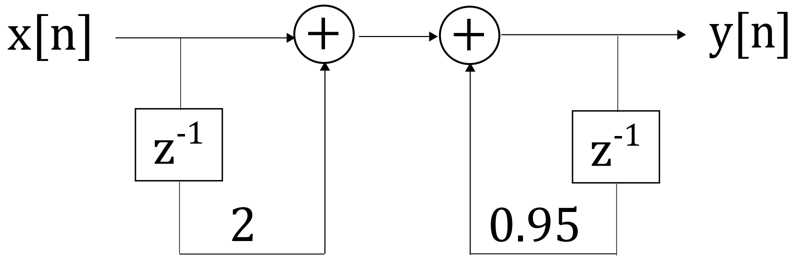

Figura 1: Diagrama de bloques del sistema

a) Determinar la correspondiente ecuación de diferencias e incluirla en los comentarios. A partir de ella, elabore una función en MATLAB (de nombre **'diffeq'**) donde implemente la ecuación mostrada usando bucles for. Si la señal de entrada contiene valores entre $0 < n < N-1$, la señal de salida debe contener el mismo número de elementos. Asimismo, considere que la señal de entrada es causal y el sistema está inicialmente en reposo. Finalmente, compare su resultado con la función **filter()** para la respuesta al impulso del sistema.

b) Generar la secuencia escalón unitario para $n \in \{0; 29\}$. Usando como señales de entrada $x_1[n] = u[n]$ y $x_2[n] = n^2 cos(\frac{n\pi}{6})$, demostrar experimentalmente la siguiente relación:

$$T\{x_1[n] + x_2[n]\} = T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\} \tag{1}$$

Presente las gráficas que considere necesarias para expresar su respuesta, usando el comando **stem()**.

c) Calcule la transformada Z del sistema, y muestre los polos y ceros del sistema usando **zplane()**. En base al gráfico indique si el sistema es BIBO estable.

2) Para los siguientes sistemas lineales, causales e invariantes en el tiempo:

a) $y[n] = (x[n] + 2x[n-1] + x[n-3])/4$

b) $y[n] = x[n] + 0{,}5x[n-1] - 0{,}5y[n-1] + 0{,}25y[n-2]$

c) $y[n] = 2x[n] + 0{,}9y[n-1]$

d) $y[n] = -0{,}45x[n] - 0{,}4x[n-1] + x[n-2] + 0{,}4y[n-1] + 0{,}45y[n-2]$

e) $y[n] = \sum_{m=0}^{4}(0{,}8)^m x[n-m] - \sum_{k=1}^{4}(0{,}9)^k y[n-k]$

Se pide:

I. Calcular la transformada Z del sistema a partir de las ecuaciones de diferencias.
II. Calcular respuesta al impulso del sistema y verificarla con la función **impz()**. Indicar si el sistema tiene características FIR o IIR.
III. Graficar el espectro de frecuencias del sistema con la función **freqz()**.
IV. Graficar el diagrama de ceros y polos con la función **zplane()**. Dadas las condiciones de causalidad determinar la ROC y si el sistema es BIBO estable.
V. Graficar la salida cuando la secuencia de entrada es $x[n] = 2(0{,}9)^n u[n]$ con $n \in \{0; 49\}$ (función **filter()**) y comentar sobre la estabilidad del sistema.

3) Dado el siguiente sistema recursivo:

$$y[n] - \frac{13}{15}y[n-1] + \frac{2}{15}y[n-2] = 7x[n] - \frac{33}{15}x[n-1] - \frac{29}{15}x[n-2];$$

a. Asumiendo sistema causal, demostrar de manera analítica que se trata de un sistema BIBO estable. Incluir su procedimiento en los comentarios.
b. Asumiendo sistema en reposo, desarrollar un código que permita calcular las primeras N muestras de su respuesta al impulso, donde N corresponde a:
   a. $N = 5$
   b. $N = 20$
   c. $N = 100$

   Describir gráficamente el resultado para dichos valores. Usar **stem()**. Experimentalmente, consideraría que se trata de un sistema FIR o IIR? Se trata de un sistema BIBO estable? Justificar claramente su respuesta.
c. Verificar los resultados de su código con la función **impz()**.
d. Desarrollar un código que genere cinco secuencias aleatorias de 31 muestras cada una:

   $$\{\alpha[n]\} = \{A \cdot \cos(\omega_0 n + \phi)\}; \quad \omega_0 = \frac{\pi}{8}.$$

   Donde A y ϕ son señales aleatorias independientes con distribución uniforme en los siguientes intervalos:

   $$0 \leq A \leq 4; \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi.$$

   Describir gráficamente cada una de las cinco secuencias, cada una con diferente color.
e. Calcular la respuesta del sistema a cada una de las secuencias aleatorias $\{\alpha[n]\}$. Usar **filter()**. Luego, hallar la respuesta del sistema a la entrada:

   $$x[n] = 10 * \alpha_1[n] + 20 * \alpha_2[n] + 30 * \alpha_3[n] + 40 * \alpha_4[n] + 50 * \alpha_5[n];$$

   Finalmente, comparar el resultado con la suma ponderada de resultados independientes. Describir gráficamente el resultado. De lo observado, se trata de un sistema lineal? Justificar claramente su respuesta.

4) Dada la señal limitada en banda $x[n]$[1]:

[1] La secuencia $x[n]$ está almacenada en el archivo **/laboratorio/l01/propvars.mat**

a. Hallar el espectro de magnitud de la señal y describirlo gráficamente para el intervalo $\omega \in \{-\pi, \pi\}$. Usar **freqspec()**[2]. Cuál es la frecuencia máxima de la señal en frecuencia normalizada? Si se sabe que la frecuencia de muestreo es 100 Hz, cual es la frecuencia angular máxima de la señal original en tiémpo contínuo? **Sugerencia: Asumir que el espectro de magnitud es cero cuando su valor es menor a 10^{-6}.**

b. A partir de operaciones vectoriales (no usar **downsample()**), generar un submuestreo de orden 3 en la señal $x[n]$. Describir gráficamente la secuencia resultante en espacio y en frecuencia. De lo observado, cuál es la nueva frecuencia angular máxima ω_{max} de la señal en tiempo discreto? Es coherente este valor con la tasa de submuestreo empleada? es coherente la amplitud del nuevo espectro de magnitud? Justificar claramente su respuesta.

c. Cambiar la tasa de muestreo a 7 y describir gráficamente la secuencia resultante y su espectro de magnitud. Será posible recuperar la señal a partir de esta versión? Cuál es el menor factor de submuestreo para evitar efecto Aliasing? Justificar claramente su respuesta.

d. Reemplazar la secuencia de entrada por $\alpha[n]$[3]. Cuál es la frecuencia máxima de la señal en frecuencia normalizada?

e. $\alpha[n]$ es un tipo de señal denominada Pasabanda (*Bandpass signal*). Una propiedad importante de este tipo se secuencias es que permite, bajo condiciones particulares, ser muestreada por debajo de la frecuencia de Nyquist y no generar aliasing. Describir gráficamente su espectro de magnitud y determinar las frecuencias para las cuales el espectro de magnitud es distinto de 0.

f. Determinar teóricamente el mínimo factor para que la operación submuestreo no genere aliasing. Luego, aplicar dos veces dicho factor y describir gráficamente el resultado. Se genera aliasing? En caso no se genere, explicar un método simple de recuperar la señal contínua libre de distorsiones.

---

[2] la rutina **frecspec()** está almacenada en la carpeta **/laboratorio/l01/**

[3] La secuencia $\alpha[n]$ está almacenada en el archivo **/laboratorio/l01/propvars.mat**