# IEE239 - Procesamiento de Señales e Imágenes Digitales
## Laboratorio 01 - Prueba de Entrada
### Segundo Semestre 2017

Martes, 5 de setiembre del 2017

- **Horario 08M2**
- Duración: 20 minutos.
- Está terminantemente prohibido el uso de material adicional y calculadora.
- La evaluación es **estrictamente** personal.

1. *(1.5 puntos)* Dado el sistema, presente en la Figura 1, realizar lo siguiente:

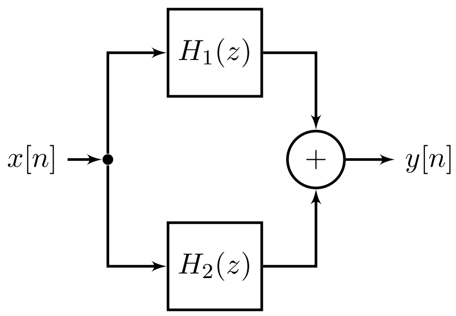


Figure 1: Diagrama del sistema I

a. Considerando:

$$h_1[n] = 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}$$
$$h_2[n] = 1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}$$

Calcular la respuesta al impulso del sistema $h[n]$. Y determinar si se trata de un sistema es BIBO estable.
sol:
Teniendo en cuenta :

$$y[n] = x[n] * h_1[n] + x[n] * h_2[n];$$
$$y[n] = x[n] * (h_1[n] + h_2[n]);$$
$$h[n] = (h_1[n] + h_2[n]);$$

Entonces:

$$h[n] = 1, \frac{8}{15}, \frac{34}{225}, \frac{152}{3375};$$

b. Reemplazando $h_1[n]$ por:

$$h[n] = 1, -\frac{2}{5}, \frac{4}{25}, -\frac{8}{125}$$

Calcular la respuesta al impulso del sistema $h[n]$. Y determinar si se trata de un sistema es BIBO estable.

sol:

$$h[n] = 2, -\frac{1}{5}, \frac{1}{5}, -\frac{7}{125}$$

El sistema es bibo estable dado que, la función tiene una convergencia decreciente.

2. *(1.5 puntos)* Dada la siguiente señal en tiempo contínuo:

$$x_c(t) = \frac{1}{3}\sin(500\pi t);$$

a) Obtener su versión en tiempo discreto $x[n] \triangleq x_c(nT_s)$, donde $T_s = 0.001$s. Se genera Aliasing? Si la respuesta es afirmativa, calcular nuevamente la señal $x[n]$ usando $T_s = 0.0005$s. Justificar claramente su respuesta.
sol:

$$x[n] = \frac{1}{3}\sin(\frac{\pi}{2}n);$$

La frecuencia de la señal continua x es de 250Hz y la cual frecuencia de sample es de 1000Hz, cumpliendo con el criterio de Niqusit, por ello no hay aliasing.

b) Considerando $x[n]$ calculado en el inciso anterior y teniendo el sistema con respuesta al impulso:

$$h_1[n] = u[n] - u[n-4]$$

Calcular $y[n] = h_1[n] * x[n]$, para $n \in \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$.
sol:
Teniendo presente que la señal de $x[n]$, es una secuencia de la forma $\{0, 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, \ldots\}$ y $h_1[n]$ es una secuencia $\{1, 1, 1, 1\}$. La convolución de ambas señales se dara por:

$$0, \frac{1}{3}, 0, \frac{-1}{3}, 0, \frac{1}{3}, 0, \frac{-1}{3}, 0, \frac{1}{3}, 0, \frac{-1}{3}$$

$1, 1, 1{,}1$

Lo cual da una señal $y[n] = \{0, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$

3. *(2 punto)* Dado el sistema cuya función de transferencia está expresada por:

$$H(z) = \frac{1}{1 - a_1 z^{-1}} - \frac{1}{1 - b_1 z^{-1}};$$

a. Hallar la expresión recursiva del sistema.
sol:

$$\begin{aligned}
H(z) &= \frac{1}{1-a_1z^{-1}} - \frac{1}{1-b_1z^{-1}};\\
\frac{Y(z)}{X(z)} &= \frac{(a_1-b_1).z^{-1}}{(1-a_1z^{-1})\cdot(1-b_1z^{-1})};\\
Y(z)&\cdot(1-a_1z^{-1})\cdot(1-b_1z^{-1}) = X(z)\cdot(a_1-b_1).z^{-1};\\
Y(z)&\cdot(1-(a_1+b_1)\cdot z^{-1}+a_1\cdot b_1z^{-2}) = X(z)\cdot(a_1-b_1).z^{-1};
\end{aligned}$$

Simplificando:

$$y[n] = (a_1+b_1)\cdot y[n-1] - a_1b_1\cdot y[n-2] + (a_1-b_1)\cdot x[n-1];$$

b. Asumiendo que se trata de un sistema causal, hallar su respuesta al impulso y determinar si se trata de un sistema BIBO estable, para $a_1 = 1.001$ y $b_1 = -0.3$. Mostrar claramente su procedimiento.
sol:
sabiendo que la transformada Z de la expresion:

$$H(z) = \frac{1}{1-c\cdot z^{-1}};$$

equivale a:

$$h[n] = c^n u[n];$$

Entonces:

$$h[n] = a_1^n\cdot u[n] - b_1^n\cdot u[n];$$

Dado que $a_1$ es mayor que 1, el sistema no es bibo estable dado que la serie converge a infinito.