IEE239 - Procesamiento de Señales e Imágenes Digitales
Laboratorio 2 - Guia Práctica
Primer semestre 2018

Martes 10 de abril del 2018

Horario 08M1

- Duración: 2 horas, 30 minutos.
- Está permitido el uso de material adicional.
- La evaluación es **estrictamente** personal.
- **Está terminantemente prohibido copiar código externo (ejemplos de clase, material en linea, etc.)**

1. *(3 puntos)* La respuesta de un sistema LTI para una entrada $x[n] = (\frac{1}{4})^n u[n]$ es la salida $y[n] = 5(\frac{3}{4})^n u[n]$ en donde $n \in \{0, 1, ..., 49\}$. Siendo así, se le pide lo siguiente:

   a. *(0.5 punto)* Hallar analíticamente la función de transferencia $H(z)$ y analizar todas las posibles ROC e indicar sus propiedades. Colocar la respuesta en los comentarios. Adicionalmente, graficar su diagrama de ceros y polos utilizando el comando `zplane`.

   b. *(1 punto)* A partir de $H(z)$, hallar la respuesta al impulso causal $h[n]$. Colocar en los comentarios la respuesta analítica.

   c. *(0.5 punto)* Generar un impulso unitario y con la información del inciso 1b hallar la respuesta al impulso utilizando el comando `conv` para $n \in [0, ..., 49]$. Así mismo, con la información obtenida en (b), utilizar el comando `impz` para validar la respuesta. Graficar ambas secuencias utilizando el comando `subplot`. Rotular adecuadamente utilizando `xlabel`, `ylabel` y `title`.

   d. *(1 punto)* Generar las secuencias $x[n]$, $h[n]$ e $y[n]$ para $n \in [0, ..., 49]$. Aplicar la convolución entre las señales $x[n]$ y $h[n]$ y obtener la respuesta del sistema. Utilizando el comando `subplot` y `stem` para graficar las señales $y[n]$ y la salida de la convolución. Rotular adecuadamente las gráficas utilizando `xlabel`, `ylabel` y `title`. Comentar si se logra obtener la misma señal para ambas secuencias[1].

2. (*3 puntos*) Los tonos DTMF (Dual Tone Multi-Frequency) son aquellos usados en telefonía para distinguir las teclas de los números ya que cada tecla puede modelarse como la suma de dos señales sinusoidales con las frecuencias que se observan en la Figura 1. Esto significa, que si un usuario presiona la tecla 1, su modelo matemático se puede representar como $y = sin(2\pi\frac{697}{F_s}) + sin(2\pi\frac{697}{F_s})$. Un algoritmo que ha sido desarrollado para detección de tonos DTMF es el algoritmo de Goertzel, el cual se presenta a continuación en el diagrama de bloques de la Figura 2.

[1]Cuando se genera $h[n]$ utilizando la forma analítica y se realiza la convolución con un $x[n]$ truncado no se logra precisamente la misma gráfica que la secuencia $y[n]$ ya que la relación se cumple para secuencias de duración infinita.

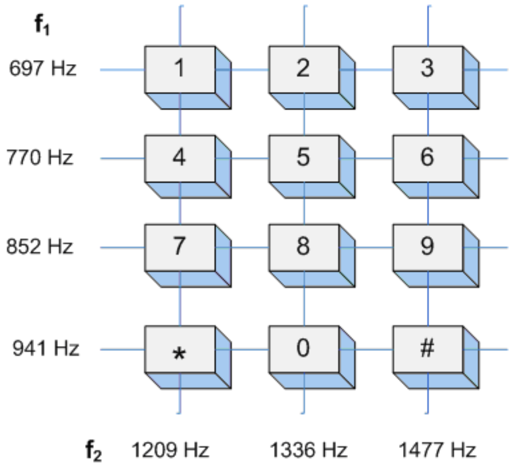

Figura 1: Esquema de marcación DTMF.

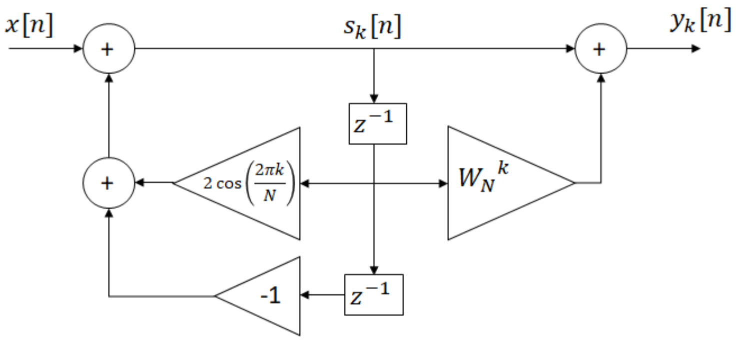

Figura 2: Diagrama de bloques del algoritmo de Goertzel.

Este algoritmo es un sistema LTI del tipo IIR basado en la DFT la cual tiene como función de transferencia $H(z)$:

$$H(z) = \frac{1 - W_n^k z^{-1}}{1 - 2\cos\frac{2\pi k}{N} z^{-1} + z^{-2}}.$$

Donde: $W_N = e^{\frac{-2\pi j}{N}}$

a. *(0.5 punto)* Utilizar el comando `load`[2] , para leer el archivo *signal.mat*[3]. Este archivo generará las variables x y Fs las cuales corresponden a la señal DTMF y la frecuencia de muestreo para adquirirla, respectivamente. Graficar su espectro de magnitud en el rango fundamental[6]. Comentar si logra distinguir las frecuencias adecuadamente en el espectro.

b. *(0.5 punto)* De forma analítica, se pide hallar la ecuación de diferencias de $H(z)$ y colocarla en los comentarios.

c. *(1.0 punto)* Utilizando comandos iterativos (`for` o `while`), codificar el algoritmo de Goertzel. Para ello, se le recomienda colocar las ecuaciones en función de s_k y asumir condiciones iniciales nulas. Además, se sabe que k es el k-ésimo término de Fourier por lo que

[2] load signal.mat

[3] El archivo se encuentra almacenado en \laboratorio \lab02 \08M1 \guia

se debe cumplir que

$$k = \frac{N f_0}{F_s}.$$

Donde, N, número de muestras.
f_0, frecuencia a analizar.
F_s, frecuencia de muestreo.

d. *(0.5 punto)* Ejecutar el algoritmo con la entrada del inciso 2a. Graficar el resultado en Hz y deducir qué números han sido marcados si se sabe que solo se han marcado 2 números pares.

e. (0.5 punto) Cargar el archivo *signal2.mat* y utilizando el algoritmo codificado en 2c indicar si es que se puede afirmar que se trata de una señal DTMF.

3. *(4 puntos)* Se brinda una señal de audio que ha sido muestreada a una $fs = 44100$ Hz. Esta señal ha sido contaminada por 2 tonos cuyas frecuencias son 150 Hz y 3500 Hz. Para eliminar estas componentes se ha diseñado el sistema presentado en la Figura 3. En donde, $H_1(e^{j\omega})$ y $H_2(e^{j\omega})$ son filtros pasabajos FIR con una frecuencia de corte de 200 Hz y 3000 Hz, respectivamente.

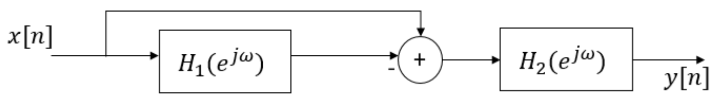

Figura 3: Diagrama de bloques del sistema de filtrado.

a. (*0.5 punto*) Leer el archivo *signal_noise.mat* [4]. El archivo le generará la variable x la cual es la señal contaminada. Graficar el espectro de magnitud en el rango fundamental[6] e identificar las señales ruidosas. Rotular adecuadamente sus gráficos utilizando los comandos `xlabel`, `ylabel` y `title`.

b. (*0.5 punto*) Leer el archivo *filtros.mat*. Este archivo le generará las variables LPF1 y LPF2 las cuales contienen los cofiecientes de los filtros del sistema $H_1(e^{j\omega})$ y $H_2(e^{j\omega})$, respectivamente. Se le pide graficar el espectro de magnitud y fase de ambos filtros utilizando el comando `subplot`. Rotular adecuadamente sus gráficos utilizando los comandos `xlabel`, `ylabel` y `title`.

c. (*1 punto*) Utilizando el comando `conv` con la bandera *"same"* activada, hallar la entrada y la salida del filtro $H_2(e^{j\omega})$ y graficar el espectro de magnitud [6] de cada señal utilizando el comando `subplot`. Comentar con respecto a la atenuación de frecuencias que se observa.

d. (*0.5 punto*) Dado que en el inciso anterior se ha visto atenuación en determinadas frecuencias, se plantea la alternativa de utilizar una técnica de submuestro. Siendo así, del mismo sistema, se le brinda el archivo *filtrossub.mat* el cual contiene los sistemas $D_1(e^{j\omega})$ y $D_2(e^{j\omega})$. Estos sistemas corresponden a los mismos filtros pero con el espacio de muestras submuestreado por un factor de 5. Por lo cual, se le pide graficar los espectro de magnitud y fase en el rango fundamental[6]. Rotular adecuadamente sus gráficos utilizando los comandos `xlabel`, `ylabel` y `title`.

[4] El archivo se encuentra almacenado en \laboratorio \lab02 \08M1\guia

e. *0.5 punto* Utilizar el comando `downsample` con un factor de 5 y aplicarlo a la señal ruidosa. Graficar su espectro de magnitud[6] y verificar si aún persisten los tonos ruidosos.

f. *(*0.5 punto) Utilizando el comando `conv` con la bandera *'same'* activada, hallar la entrada y la salida del filtro $D_2(e^{j\omega})$ y graficar el espectro de magnitud[6] de cada señal utilizando el comando `subplot`. Comentar la diferencia de espectro con el inciso 3c y comentar qué sistema filtra menos información.

g. (*(*0.5 punto)) Responder en los comentarios si es que sería posible utilizar el valor de 7 para lograr un resultado similar.

[6]El calculo de la transformada de Fourier centrada en el origen de coordenadas consiste en aplicar el comando `fft` sobre la senal de interes y centrarla utilizando el comando `fftshift` Para calcular su espectro magnitud, aplicar el valor absoluto a la transformada Fourier haciendo uso del comando `abs`. Para calcular la fase, utilizar el comando `angle` a la transformada de Fourier. Para crear el vector de frecuencias, generar un vector del tamano de la senal normalizado a 2π y aplicar el comando `fftshift` al vector. Finalmente, restar 2π y utilizar el comando `unwrap`.