IEE239 - Procesamiento de Señales e Imágenes Digitales
Laboratorio 4 - Prueba de Entrada
Primer Semestre 2018

Martes, 5 de junio del 2018

- **Horario 08M2**
- Duración: 20 minutos.
- Mostrar claramente su procedimiento en cada pregunta. Justificar adecuadamente sus respuestas.
- Sólo está permitido el uso de calculadora cientifica no programable y tabla de transformadas.
- La evaluación es **estrictamente** personal.

1. *(2 puntos)* Sea la imagen $I_1(x,y)$ y el filtro $g(x,y)$, ambos de resolución infinita, dados por:

$$I_1(x,y) = \begin{bmatrix} \underline{27} & 18 & 0 \\ 9 & 99 & 63 \\ 45 & 9 & 45 \end{bmatrix}, \quad g(x,y) = \begin{bmatrix} \underline{10} & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 10 \end{bmatrix},$$

Considerar que sus DFT 2D para $M = N = 3$ vienen dadas por:

$$DFT\{I_1\} = \begin{bmatrix} \underline{35} & -4-1.73j & -4+1.73j \\ -10-6.93j & -1+6.93j & 11+10.39j \\ -10+6.93j & 11-10.39j & -1-6.93j \end{bmatrix}, \quad DFT\{g\} = \begin{bmatrix} \underline{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

a. *(0.5 puntos)* Hallar el valor de $I_1(x,y) * g(x,y)$ en el punto $(x,y) = (0,0)$ considerando extensión por zero-padding.

Solución:

$$(I_1 * G)(0,0) = (27)(10) = 270.$$

b. *(0.5 puntos)* Calcular el valor de $I_1(x,y) * g(x,y)$ en el punto $(x,y) = (0,0)$ por multiplicación en el dominio de la frecuencia. Comentar si este y el valor anterior coinciden y por qué.

Solución:

A partir de las DFTs proporcionadas, a las cuales su puede considerar han sido escaladas por un factor de $\frac{1}{9}$, se tiene:

$$DFT(I_1) \cdot DFT(G) = \begin{bmatrix} 350 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Luego, el valor en $(0,0)$ es simplemente la suma de todos los valores del producto. Se aprovecha que por simetría las partes imaginaris se cancelan entre sí y se tiene:

$$(I_1 * G)(0,0) = 350.$$

Los valores no coinciden porque las DFT's se debieron haber calcular con longitud 5×5 para evitar aliasing en el espacio.

c. *(1 punto)* Calcular la DFT 2D del producto $\hat{I}(x,y) = I_1(x,y) \cdot e^{j2\pi x/3}$ considerando $M = N = 3$. ¿Qué efecto tiene la operación sobre el espectro en frecuencia de la imagen?
Solución:

$$\hat{I}(x,y) = I_1(x,y) \cdot e^{j2\pi x/3} = \begin{bmatrix} 27 & -9+15.58j & 0 \\ 9 & -49.5+85.73j & -31.5-54.55j \\ 45 & -4.5+7.79j & -22.5-38.97j \end{bmatrix}$$

Calculando la DFT 2D se obtiene:

$$DFT(\hat{I}) = \begin{bmatrix} -10+6.93j & 11-10.39j & -1-6.93j \\ 35 & -4-1.73j & -4+1.73j \\ -10-6.93j & -1+6.93j & 11+10.39j \end{bmatrix}$$

Lo cual corresponde a un desplazamiento horizontal del espectro en frecuencia de la imagen original.

2. *(2 puntos)* Sea la imagen I_2 con resolución de intensidad de 5 bits:

$$I_2(x,y) = \begin{bmatrix} \underline{4} & 7 & 28 & 8 & 29 \\ 16 & 24 & 30 & 27 & 11 \\ 30 & 8 & 17 & 8 & 7 \\ 11 & 16 & 5 & 26 & 8 \\ 19 & 22 & 8 & 8 & 20 \end{bmatrix},$$

donde la coordenada $(0,0)$ corresponde a la esquina superior izquierda. Se pide:

a. *(1 punto)* Hallar mediante interpolación bilineal el valor de I_2 en $(x,y) = (1.7, 3.3)$. Únicamente cuantificar el valor final a 5 bits.
Solución:
Se usan los cuatro puntos más cercanos considerando $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $y_1 = 3$, $y_2 = 4$, i.e.:

$$\begin{aligned} I_2(1,3) &= 27 \\ I_2(1,4) &= 11 \\ I_2(2,3) &= 8 \\ I_2(2,4) &= 7 \end{aligned}$$

Interpolando en x se obtienen los puntos:

$$\begin{aligned} I_2(1.7,3) &= (x-x_1)I_2(1,3) + (x_2-x)I_2(2,3) = (0.7)(27) + (0.3)(8) = 21.3 \\ I_2(1.7,4) &= (x-x_1)I_2(1,4) + (x_2-x)I_2(2,4) = (0.7)(11) + (0.3)(7) = 9.8 \end{aligned}$$

Interpolando luego en y se obtiene:

$$I_2(1.7,3.3) = (y-y_1)I_2(1.7,3) + (y_2-y)I_2(1.7,4) = (0.3)(21.3) + (0.7)(9.8) = 13.25$$

Cuantizado el valor es $I_2(1.7, 3.3) = 13.25$.

b. *(1 punto)* Plantear el sistema lineal (producto matriz vector) que permite determinar los pesos de la ecuación correspondiente a la transformación bilineal.
Solución: De manera general se tiene:

$$f(x,y) = ax + by + cxy + d \tag{1}$$

cuya solución está dada a partir del sistema lineal:

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & x_1y_1 & 1 \\ x_1 & y_2 & x_1y_2 & 1 \\ x_2 & y_1 & x_2y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & x_2y_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_2(1,3) \\ I_2(1,4) \\ I_2(2,3) \\ I_2(2,4) \end{bmatrix}$$

el cual se define en este caso como:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 6 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 \\ 11 \\ 8 \\ 7 \end{bmatrix}$$

3. *(1 punto)* Sea la imagen $I_3(x,y)$ con resolución de intensidad infinita:

$$I_3(x,y) = \begin{bmatrix} \underline{2} & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 4 & 3 \\ 5 & 3 & 0 & 2 \end{bmatrix},$$

Hallar la magnitud y fase del gradiente en las coordenadas $(x,y) = (2,2)$ usando para la derivación los operadores de Prewitt.

especificados por:

$$G_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & \underline{0} & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad G_y = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & \underline{0} & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Considerar que las derivadas calculadas tienen precisión infinita.

Solución:

Se tiene:

$D_x(2,2) = -2 + 5 - 0 + 3 - 3 + 2 = 5$

$D_y(2,2) = -2 + 3 - 3 + 0 - 5 + 2 = -5$

$|\nabla(2,2)| = \sqrt{5^2 + (-5)^2} = 5$

$\varphi\nabla(2,2) = -\tan^{-1}\left(\frac{5}{5}\right) = -\frac{\pi}{4}$