IEE239 - Procesamiento de Señales e Imágenes Digitales
Laboratorio 2 - Prueba de Entrada
Primer Semestre 2018

Martes, 17 de abril del 2018

- **Horario 08M2**
- Duración: 20 minutos.
- Mostrar claramente su procedimiento en cada pregunta. Justificar adecuadamente sus respuestas.
- Solo está permitido el uso de tabla de transformadas.
- La evaluación es **estrictamente** personal.

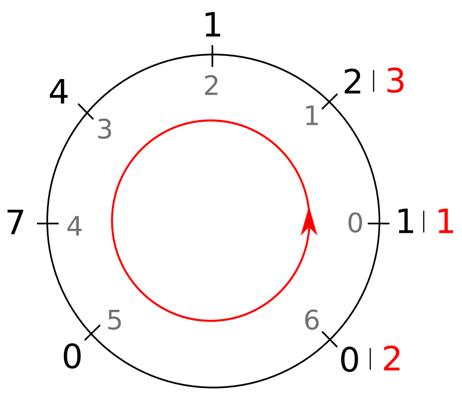
1. *(1 puntos)* Dada la secuencia de entrada $x[n]$ y la respuesta al impulso de un sistema LTI $h[n]$:

$$\begin{aligned} x[n] &= \{\underset{\uparrow}{1}, 2, 1, 4, 7\} \\ h[n] &= \{3, \underset{\uparrow}{1}, 2\}, \end{aligned}$$

calcular la convolución circular entre ambas secuencias considerando el menor valor de N necesario para evitar aliasing en tiempo. Mostrar claramente su procedimiento.

Solución:

Número de elementos de $x[n]$: 5
Número de elementos de $h[n]$: 3
Menor valor N necesario para evitar aliasing en tiempo : $N = 5 + 3 - 1 = 7$.



$y[n] = x[n] * h[n]$

$y[0] = 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 7$
$y[1] = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 = 7$
$y[2] = 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 4 \cdot 3 = 17$
$y[3] = 1 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 7 \cdot 3 = 27$
$y[4] = 4 \cdot 2 + 7 \cdot 1 + 0 \cdot 3 = 15$
$y[5] = 7 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 3 = 14$
$y[6] = 0 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 3 = 3$

$y[n] = \{7, 7, 17, 27, 15, 14, 3\}$

2. *(2 puntos)* Demostrar de la propiedad de convolución de la transformada de Fourier en tiempo discreto, la cual esta denotada como:

$$x[n] * y[n] \xleftrightarrow{DTFT} X(e^{j\omega}) \cdot Y(e^{j\omega}).$$

Solución:

$$
\begin{aligned}
x[n] * y[n] \xrightarrow{DTFT} \quad & \sum_{n=-\infty}^{\infty} (x[n] * y[n]) e^{-j\omega n} \\
& \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m] y[n-m] \right) e^{-j\omega n} \\
& \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m] \sum_{\mathbf{n}=-\infty}^{\infty} \mathbf{y[n-m]e^{-j\omega n}} \\
& \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m] e^{-j\omega m} Y(e^{j\omega}) \\
& X(e^{j\omega}) Y(e^{j\omega})
\end{aligned}
$$

3. *(2 puntos)* Dado el sistema descrito de la Figura 1

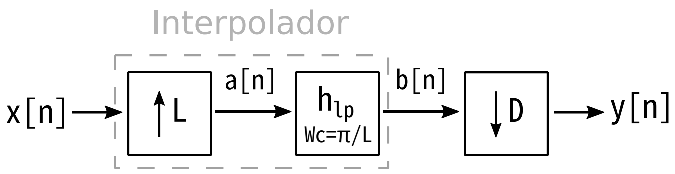


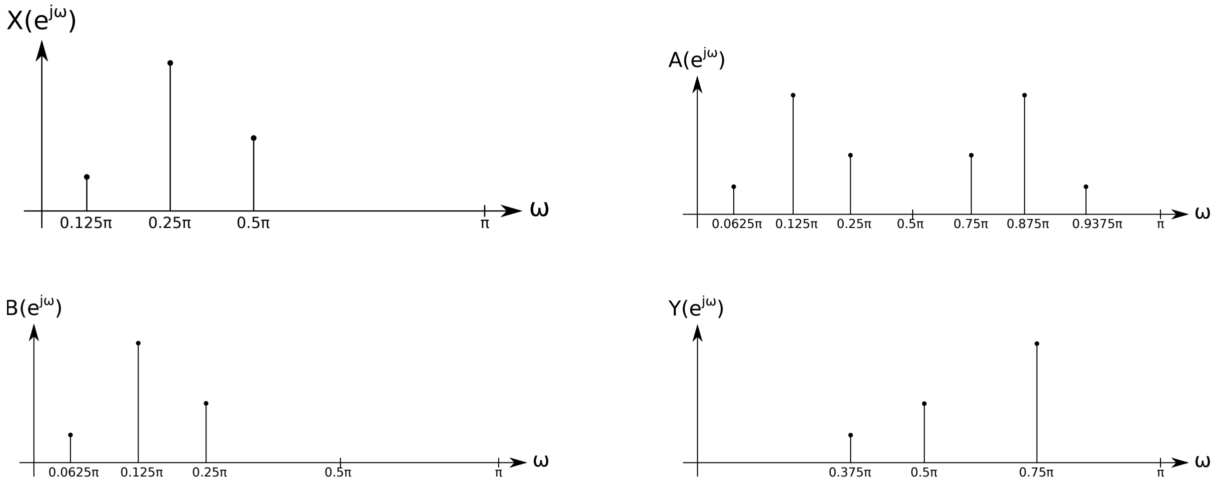
Fig. 1: Sistema discreto compuesto por un interpolador y un bloque de submuestreo.

y la secuencia discreta

$$x[n] = \sin\left(\frac{\pi n}{8}\right) + 4\cos\left(\frac{\pi n}{4}\right) + 2\cos\left(\frac{\pi n}{2}\right).$$

a) Considerando los valores $L = 2$ y $D = 6$, graficar los espectros de magnitud de las secuencias $A(e^{j\omega}), B(e^{j\omega})$ e $Y(e^{j\omega})$ del diagrama de bloques. ¿Qué tono de la secuencia de entrada genera aliasing debido al submuestreo y qué modificación sobre el sistema discreto (Figura 1) relizaría usted para evitarlo (no considerar modificar el valor de D)? Justificar claramente su respuesta.

solución:



• El tono de entrada que genera aliasing debido al submuestreo es $2\cos(\frac{\pi n}{2})$.
• Para evitar el aliasing se deberia reemplazar el bloque de submuestreo por uno de decimación o cambiar la frecuencia de corte del filtro pasabajos h_{lp} para que sea igual a $\frac{\pi}{6}$.

b) Determinar el máximo valor D que se puede utilizar para no generar aliasing.

solución:
$\omega_x \cdot D \leq \pi$
$0.25\pi \cdot D \leq \pi$
$D \leq 4$
• Máximo valor de D para no generar aliasing es igual a 4