IEE239 - Procesamiento de Señales e Imágenes Digitales
Laboratorio 2 - Prueba de Entrada
Primer Semestre 2018

Martes, 17 de abril del 2018

- **Horario 08M2**
- Duración: 2 horas, 30 minutos.
- La evaluación es **estrictamente** personal.
- Está permitido el uso de material adicional.
- **Está prohibido copiar código externo (ejemplos de clase, material en línea, etc.).**

1. *(3 puntos)* Dada la siguiente señal en tiempo continuo:

$$x_c(t) = 10\cos(2\pi 10t) + 5\cos^2(2\pi 40t),$$

la cual ha sido muestreada durante 1.75 segundos ($t \in [0, 1.75]$).

a) *(0.5 puntos)* Calcular de forma analítica e incluir en comentarios la mínima frecuencia de muestreo requerida para que no exista problemas de aliasing. Explicar claramente su respuesta.

b) *(0.5 puntos)* Generar las secuencias discretas $x_1[n]$ y $x_2[n]$ al digitalizar la señal de tiempo continuo $x_c(t)$ considerando los siguientes criterios:

i. $x_1[n]$: Usar un periodo de muestreo de tal manera que se cubra el intervalo de interés en 120 muestras.

ii. $x_2[n]$: Usar una frecuencia de muestreo Fs = 200Hz.

Graficar en una misma ventana las señales discretas en espacio de muestras, así como su espectro de magnitud y fase[1]. ¿Existe alguna distorsión en las señales generadas? Explicar claramente su respuesta.

c) *(1 punto)*El efecto de fuga es una distorsión del espectro de magnitud causada por muestrear un número no entero de periodos de una señal. Calcular e indicar en comentarios el mínimo número de muestras necesarias para evitar el efecto de fuga espectral presente en $X_2(e^{j\omega})$ del inciso 1b. Para ello, calcular el número de muestras faltantes para completar un número entero de periodos de señal $x_2[n]$. Generar la nueva secuencia discreta, la cual no presenta fuga espectral, y graficar su espectro de magnitud[1].

d) *(1 punto)* La señal $x_{AM}(t)$ que resulta de realizar una modulación de amplitud a $x_c(t)$, se genera de la siguiente manera:

$$x_{AM}(t) = x_c(t)cos(2\pi F_m t).$$

[1] El cálculo de la transforma de Fourier centrada en el origen de coordenadas consiste en aplicar el comando `fft` sobre la señal de interés y centrarla utilizando el comando `fftshift`. Para calcular su espectro magnitud, aplicar el valor absoluto a la transformada Fourier haciendo uso del comando `abs`. Para calcular la fase, utilizar el comando `angle` a la transformada de Fourier. Para crear el vector de frecuencias, generar un vector del tamaño de la señal normalizado a 2π y aplicar el comando `fftshift` al vector. Finalmente, restar 2π y utilizar el comando `unwrap`.

El espectro de magnitud de la señal se encuentra centrada en F_m, con un ancho de banda igual dos veces la mayor frecuencia de $x_c(t)$. Considerando que señal $x_{AM}(t)$ va a ser digitalizada con la frecuencia de muestreo $Fs = 200$ Hz, calcular el máximo valor que puede tomar la frecuencia F_m para no presentar distorsión. Considerando una F_m igual mitad de la máxima posible, generar la señal $x_{AM}[n]$ producto de discretizar $x_{AM}(t)$ con la frecuencia de muestreo anteriormente mencionada. Graficar su espectro de magnitud[1].

2. *(3 puntos)* Se tiene las señales $g[n]$ y $r[n]$ almacenadas en los archivos **g.mat** y **r.mat**[2], respectivamente.

   i. $g[n]$: Señal conformada por M tonos sinusoidales, la cual fue muestreada durante 2 segundos ($t \in [0, 2]$) utilizando una $Fs = 4000$ Hz.

   ii. $r[n]$: Filtro pasabajos conformado por 10 coeficientes.

   Realizar los siguientes pasos:

   a) *(0.5 puntos)* Leer la señal del archivo **r.mat** utilizando el comando `load`[3] y calcular su espectro de magnitud[1]. Calcular la dft para $N = L + 128$ y $N = L + 1024$, donde L es a longitud de la secuencia. Graficar los tres espectros de magnitud en una misma ventana y responder ¿Cuál es el efecto de N en el espectro de la señal?

   b) *(0.75 puntos)* Leer la señal del archivo **g.mat** utilizando el comando `load`. Graficar en una misma ventana las señales discretas en espacio de muestras, así como su espectro de magnitud y fase. Indicar en comentarios el número de tonos que conforman la señal, sus frecuencias angulares (radianes por muestra) y sus frecuencias fundamentales (Hz)[4].

   c) *(1 punto)* Desfasar la señal $G(e^{j\omega})$ (la cual es la transformada de Fourier de $g[n]$) del inciso 2b en 0.9π radianes por muestra. Para ello, multiplicar la secuencia $g[n]$ con una señal exponencial $e^{(j\omega_0 n)}$, donde ω_0 es el desfase en frecuencia. Calcular y graficar el espectro de magnitud y fase de la señal desfasada[1]. ¿Se nota diferencias entre los espectros de la señal desfasada y la señal original? ¿Qué tipo de desplazamiento se esta utilizando? Justifique claramente sus respuestas.

   d) *(0.75 puntos)* Realizar el submuestreo de la señal $g[n]$ por un factor de 5 **sin hacer uso** del comando `downsample`. Graficar el espectro de magnitud y de fase de la señal resultante[1] e indicar ¿Qué efecto tiene la operación en el espectro de la señal? Ademas calcular e indicar en comentarios el máximo valor de D para no tener aliasing.

3. *(4 puntos)* Dado el siguiente sistema, el cual consiste en un banco de filtros conformado por un único filtro pasabanda $h[n]$ junto con bloques de submuestreo, diezmado e interpolación.

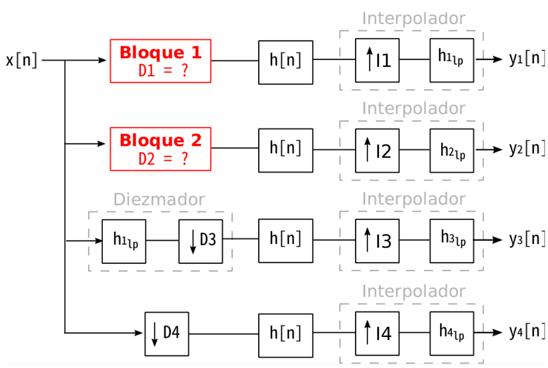

Fig. 1: Diagrama de bloques del sistema de banco de filtros.

[2] Los archivos se encuentran almacenados en /laboratorio/lab02/08m2.
[3] Por ejemplo, para leer un archivo llamado AR.mat con el comando `load`, se declara load AR.
[4] Se sugiere utilizar la relación ω vs. Ω.

El sistema posee las siguientes características:

i. Los valores de $D1$ y $D2$ son desconocidos, $D3 = 10$ y $D4 = 5$.

ii. $I1 = D1$, $I2 = D2$, $I3 = D3$ y $I4 = D4$.

iii. $h[n]$: Filtro pasabanda digital con frecuencia central en 0.75π radianes por muestra y un ancho de banda de 0.1π radianes por muestra. Este se encuentra almacenado en el archivo **filtro.mat**.

iv. Los bloques 1 y 2 cuentan con características desconocidas. Solo se tiene acceso a la función **bloque1.p** y **bloque2.p** que devuelve la salida del bloque 1 y del bloque 2, respectivamente al ser evaluado con un secuencia de entrada[5].

v. Los filtros pasabajos $h_{lp}[n]$ son de 100 coeficientes y sus expresiones analíticas están dadas por:

$$h_{lp}[n] = (u[n] - u[n-M])\,\frac{\omega_c}{\pi}\text{sinc}\left(\frac{\omega_c}{\pi}\left[n - \frac{M}{2}\right]\right),$$

donde ω_c es la frecuencia de corte y M representa al número de coeficientes.

a) *(1.25 punto)* Evaluar los bloques 1 y 2 mediante una señal discreta:

$$x[n] = \sum_{k=1}^{2} \tfrac{10}{k}\sin(2\pi \tfrac{75k}{1000} n),$$

considerando un $n \in \{0, 1, \ldots, 1999\}$. Calcular el espectro de magnitud y fase de la señal de entrada y cada señal resultante. Graficarlas en una misma ventana con el fin de analizar las características de los bloques. Para cada bloque, **identificar** tipo de sistema, el cual puede ser o submuestreo o diezmado, y su correspondiente valor D. Justificar adecuadamente su respuestas.

b) *(1.75 puntos)* Evaluar la secuencia discreta contenida en el archivo **signal_preg3.mat** en el sistema de banco de filtros (Figura 1). Para su implementación se recomienda utilizar los comandos `downsample`, `decimate` y `interp`, así como para las convoluciones se recomienda utilizar el comando `conv` con la bandera 'same' activada. Calcular y graficar en una misma ventana los espectro de magnitud de las cuatro señales resultantes $y[n]$. Indicar en comentarios la frecuencia (radianes por muestra) en la cual se encuentra el pico de mayor magnitud de cada señal resultante.

c) *(1 puntos)* Preservando la relación entre las secuencias $x[n]$ y $y_1[n]$ del inciso 3b, rediseñar el bloque 1 de tal manera que esté conformado por dos sistemas de remuestreo. Utilice su criterio para selecionar los dos sistemas entre las siguientes opciones:

- 2 bloques de submuestreo
- 2 diezmadores
- 1 interpolador y 1 diezmador

Evaluar el rediseño de la primera rama del sistema de banco de filtros con la secuencia del inciso 3b y comparar el espectro de magnitud de $y_1[n]$ con la señal del inciso 3b.

[5] Para evaluar la salida de a una entrada x se puede ejecutar bloque1(x) o bloque2(x), respectivamente, donde el vector x corresponde a la secuencia de entrada.