IEE239 - Procesamiento de Señales e Imágenes Digitales

Laboratorio 02 - Guía Práctica

Martes, 18 de abril del 2017

Horario: 07M2.
Duración: 2 horas 30 minutos.
Está permitido el uso de material adicional.
La evaluación es **estrictamente** personal.
Está terminantemente prohibido copiar código externo (ejemplos de clase, material en línea, etc.).

---

1. *(3 puntos)* Se tiene la transformada Z de $x[n]$:

$$X(z) = \frac{1}{(1 - a_1 z^{-1})(1 - a_2 z^{-1})}$$

a. Considerando que $x[n]$ es causal, hallar analiticamente $x[n]$, usando fracciones parciales e incluir la respuesta en comentarios. Calcular su ROC. Describir graficamente su espacio de muestras.

b. Sabiendo que $a_1 = 0.5$ y $a_2 = 0.3$ graficar polos y zeros. Usar la función **zplane()**. ¿Qué se puede afimar sobre la BIBO estabilidad del sistema cuya respuesta al impulso corresponde a $x[n]$?

c. Considerar la señal $y[n]$:

$$y[n] = a_1^n u[n] + a_2^n u[-1 - n];$$

i. Hallar analiticamente $Y(z)$.

ii. Sabiendo que $a_1 = 0.4$ y $a_2 = 1.2$, graficar polos y zeros. Usar la función **zplane()**. ¿Qué se puede afimar sobre la BIBO estabilidad del sistema representado por la respuesta al impulso y[n]?

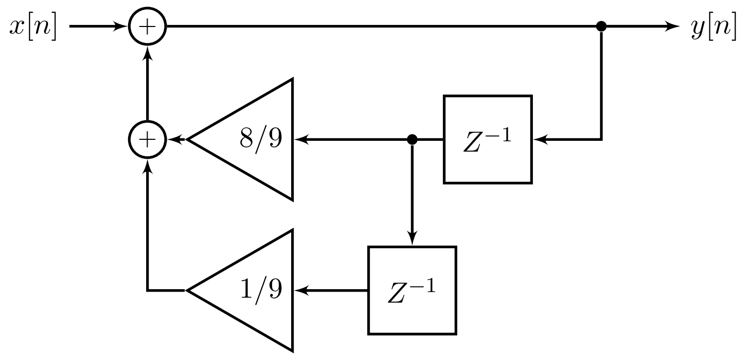
iii. Asumiendo que $\hat{y}[n]$ es una secuencia finita donde $M = 1024$, realizar lo siguiente:

$$\hat{y}[n] = \begin{cases} a_1^n u[n] + a_2^n u[-1 - n], -M \leq n \leq M \\ 0, \quad \text{Otros casos} \end{cases}$$

a. Generar la secuencia $\hat{y}[n]$ y calcular de forma analítica su transformada Z. Describir graficamente su espacio de muestras y obtener su diagrama de polos y ceros.

b. Demostrar con simulaciones que $\hat{y}[n]$, al ser FIR, se puede obtener la salida del sistema a partir de convolución. Para ello calcular la convolución entre $\hat{y}[n]$ y un escalor unitario. Luego filtrar el escalon unitario con los coeficientes de $\hat{y}[n]$ con la función **filter()**. Considerar el escalon unitario $u[n - 128]$, con $n \in \{0, ..., 1023\}$. Comparar ambos resultados y comentar si se cumple la condición.

2. *(3 puntos)* Dado el siguiente sistema:



a. Hallar la función de transferencia del sistema, en su forma de fracciones parciales, para ello calcular el polinomio del numerador y el denominador de forma analítica. Luego hallar las fracciones parciales usando la función **residuez()**.

b. Con los coeficientes del numerador y denominador graficar el diagrama de polos y zeros. Usar la función **zplane()**.

c. Dado que se tiene $x_c(n)$, de 2 segundos de duración.

$$x_c(t) = sin(10\pi t) + sin(5\pi t)$$

i. Discretizar la señal $X_c(t)$ y calcular $x_1[n]$, para ello considerar una frecuencia de muestreo 100Hz. Describir graficamente su el espacio de muestras y calcular espectro de magnitud. Usar la función **espectrodemag()** .

ii. Discretizar la señal $X_c(t)$ y calcular $x_2[n]$, para ello considerar una frecuencia de muestreo 10Hz. Describir graficamente su el espacio de muestras y calcular espectro de magnitud. Usar la función **espectrodemag()**.¿Qué que se puede comentar conrepecto a la pregunta anterior.

iii. Hallar la convolución entre $x_1[n]$ y la respuesta al impulso del sistema presentado en la pregunta 2. Graficar el resultado, $y[n]$, en espacio de muestras y en espectro de magnitud. Usar la función **espectrodemag()** para graficar el espectro de magnitud.

3. *(4 puntos)* Se tiene la señal $h[n]$:

$$h[n] = \begin{cases} (1/A)^n, 0 \leq n \leq M \\ 0, \quad \text{Otros casos} \end{cases}$$

a. Calcular de forma analítica la transformada de Z de $h[n]$ Asumiemdo que $|A| > 1$. Luego, evaluar $H(z)$ para z en el círculo unitario: $z = e^{j\omega}$.

Por teoría, se sabe que la transformada de Fourier en tiempo discreto corresponde a la transformada z evaluada en el círculo unitario. Por lo tanto, su expresión corresponde a:

$$H(e^{j\omega}) \triangleq \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] z^{-n} \Big|_{z=e^{j\omega}}$$

b. A partir de la expresión $H(e^{j\omega})$ obtenida en el inciso anterior, evaluar su espectro de magnitud $|H(e^{j\omega})|$ para posiciones $\omega = \frac{2\pi k}{N}$, $k \in \{0, \ldots, N-1\}$. Para ello, considerar $M = 1024$, $A = 8$ y $N = 4096$.

c. Se tiene la señal $k[n]$:

$$k[n] = \begin{cases} (1/B)^n, 0 \leq n \leq M/2 \\ 0, \quad \text{Otros casos} \end{cases}$$

i. Se pide calcular $Y(e^{j\omega})$, que es la transformada Z de $y[n]$, evaluada con $z = e^{j\omega}$ en el circulo unitario. Para ello calcular las transformadas Z de $K(z)$ y $H(z)$, y calcular su producto punto. Graficar el espectro de magnitud: $|Y(e^{j\omega})|$. Considerar para $k[n]$, $M = 1024$, $B = 4$ y 4096 muestras de ω en el rango de $-\pi \leq \omega \leq \pi$.Y mantener los valores de $h[n]$ de la pregunta 3b.

ii. Alternativamente, usando la propiedad de convolución, calcular $\hat{Y}(e^{j\omega})$, por medio de la convolución entre $k[n]$ y $h[n]$ usando el comando **conv()**. Luego, evaluar $Y(z)$ para z en el círculo unitario: $z = e^{j\omega}$ y hallar $Y(e^{j\omega})$.
Y a partir de la expresión $Y(e^{j\omega})$ obtenida en el inciso anterior, evaluar su espectro de magnitud $|\hat{Y}(e^{j\omega})|$ para posiciones $\omega = \frac{2\pi k}{N}$, $k \in \{0, \ldots, N-1\}$. Considerar $M = 1024$, $B = 4$ y $N = 4096$. Antes de realizar la transformada de Fourier, recortar la señal producto de la convolución a la longitud de $h[n]$.

iii. Comprobar que ambos espectros sean simlares.