Informe Laboratorio: Análisis Numérico
Práctica No. 7

Daniel Delgado
Código: 2182066
Grupo: B2
Escuela de Ingeniería de Sistemas e Informática
Universidad Industrial de Santander

16 de febrero de 2021

1. Introducción

2. Desarrollo

2.1. Aplicando

1. Aproximaciones

   a) Para realizar la aproximación de la segunda derivada de cos(x) con $h = 0.01$ para $x = 1$, necesitamos realizar el siguiente cálculo:

$$f''(x) = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}$$
$$f''(1) = \frac{\cos(1+0.05) - 2\cos(1) + \cos(1-0.05)}{0.05^2}$$
$$f''(1) = \frac{\cos(1.05) - 2\cos(1) + \cos(0.95)}{0.05^2}$$

   Ejecutando en una terminal de MatLab con `format long` para realizar la aproximación:

```
val = (cos(1.05)-2*cos(1)+cos(0.95))/(0.05^2)

val =

-0.540189752267617
```

$$f''(1) = -0.540189752267617$$

   b) De igual manera, para realizar la aproximación de la segunda derivada de $\cos(x)$ con $h = 0.01$ para $x = 1$, se realiza el siguiente cálculo:

$$f''(x) = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}$$
$$f''(1) = \frac{\cos(1+0.01) - 2\cos(1) + \cos(1-0.01)}{0.01^2}$$
$$f''(1) = \frac{\cos(1.01) - 2\cos(1) + \cos(0.99)}{0.01^2}$$

Que al ejecutar en una terminal de MatLab con el mismo formato anterior, da como resultado:

```
val = (cos(1.01)-2*cos(1)+cos(0.99))/(0.01^2)

val =

-0.540297803365286
```

$$f''(1) = -0.540297803365286$$

c) Ahora, para realizar la aproximación de la segunda derivada con la versión alterna de la ecuación, tenemos que realizar el siguiente proceso:

$$f''(x) = \frac{-f(x+2h) + 16f(x+h) - 30f(x) + 16f(x-h) - f(x-2h)}{12h^2}$$
$$f''(1) = \frac{-\cos(1+2(0.1)) + 16\cos(1+0.1) - 30\cos(1) + 16\cos(1-0.1) - \cos(1-2(0.1))}{12(0.1)^2}$$
$$f''(1) = \frac{-\cos(1.2)) + 16\cos(1.1) - 30\cos(1) + 16\cos(0.9) - \cos(0.8))}{12(0.1)^2}$$

Aplicando el formato `long` a la terminal, y ejecutando para obtener el resultado respectivo, nos da como resultado:

```
val = (-cos(1.2)+16*cos(1.1)-30*cos(1)+16*cos(0.9)-cos(0.8))/(12*(0.1^2))

val =

-0.540301706068029
```

$$f''(1) = -0.540301706068029$$

d) Ahora, partiendo de cada uno de los resultados obtenidos, podemos realizar la comparación respecto al valor real, o aproximado de manera directa por MatLab. Como primera medida, tenemos que calcular la segunda derivada para la función $\cos(x)$.

$$f(x) = \cos(x),$$
$$f'(x) = -\sin(x),$$
$$f''(x) = -\cos(x)$$

Entonces, ejecutando en una terminal de MatLab:

```
-cos(1)

ans =

-0.540302305868140
```

A partir de este valor, podemos calcular el error relativo para cada uno de los valores calculados anterior mente:

$$Er_a = \left| \frac{-0.540189752267617 - (-0.540302305868140)}{-0.540302305868140} \right| \times 100 = 0.020831597292951\,\%$$
$$Er_b = \left| \frac{-0.540297803365286 - (-0.540302305868140)}{-0.540302305868140} \right| \times 100 = -8.333303051082726 \times 10^{-4}\,\%$$
$$Er_c = \left| \frac{-0.540301706068029 - (-0.540302305868140)}{-0.540302305868140} \right| \times 100 = -1.110119472948147 \times 10^{-4}\,\%$$

Entonces, ya con estos valores, podemos observar que, de los resultados aproximados, el que presenta el menor error relativo, es el tercer valor Er_c con un error de tan solo el $-1.110119472948147 \times 10^{-4}$ %. Es decir que, para este caso, es este valor que presenta mayor precisión en el cálculo de la aproximación.

2. Diferenciación numérica

Dada una función $f''(x)$, se nos pide realiza una aproximación para $x = -3.5$ con $h = 0.05$. Para realizar esto, se nos da una tabla con diferentes valores y la propiedad para esta función que dice $f''(x) = f''(-x + 0.5)$. Finalmente, se nos recuerda que, para $f''(x) \approx \frac{2f_0 - 5f_1 + 4f_2 - f_3}{h^2}$.

De manera inicial, es identificar los valores, que se van a emplear para realizar el cálculo de la aproximación. El primer valor que podemos tomar es f_0 que, para este caso, sería $f''(-3.5)$. Partiendo de la propiedad de la función, tenemos que:

$$f_0 \to -3.5 = -x + 0.5 \to -3.5 - 0.5 = -x \to 4 = x$$

Teniendo este valor definido, podemos realizar el remplazo dentro de la ecuación dada para así realizar la aproximación de $f''(-3.5)$:

$$f_0 = f(4) = 0.629492$$
$$f_1 = f(4.05) = 0.610192$$
$$f_2 = f(4.1) = 0.592710$$
$$f_3 = f(4.15) = 0.577125$$

$$f''(-3.5) \approx \frac{2f_0 - 5f_1 + 4f_2 - f_3}{h^2} = \frac{2(0.629492) - 5(0.610192) + 4(0.592710) - 0.577125}{0.05^2}$$

Que, ejecutando en una terminal de MatLab:

```
(2*(0.629492)-5*(0.610192)+4*(0.592710)-0.577125)/(0.05^2)

ans =

0.695600000000018
```

$$f''(x) \approx 0.695600000000018$$