Zadanie 2-1. *Kolorowanie* spójnego grafu nieskierowanego $G = (V, E)$, $E \subseteq \{\{u, v\}: u \in V \wedge v \in V \wedge u \neq v\}$, polega na przypisaniu wierzchołkom $v \in V$ kolorów (liczb naturalnych) tak, aby końce każdej krawędzi miały różne kolory, tj. jest to odwzorowanie $c\colon V \to C \subset \mathbb{N}$ takie, że $\forall_{\{u,v\}\in E}\, c(u) \neq c(v)$. Minimalną liczbę użytych kolorów dla grafu G nazywamy jego *liczbą chromatyczną* $\chi(G)$. Oczywiście $\chi(G) \leq |V|$.

Algorytm 1 Algorytm optymalnego kolorowania grafu

Require: $G = (V, E)$
Ensure: $\chi(G)$
  for all $v \in V$ **do**
    $c(v) \leftarrow -1$ ▷ początkowo wszystkie wierzchołki są bez koloru
  end for
  for all $v \in V$ **do** ▷ dla każdego wierzchołka v
    $C = \{0, 1 \ldots, |V| - 1\}$ ▷ wszystkie kolory dostępne
    for all $u \in V \setminus \{v\}$ **do**
      if $\{v, u\} \in E \wedge c(u) \in C$ **then** ▷ jeżeli sąsiedni wierzchołek u ma kolor
        $C \leftarrow C \setminus \{c(u)\}$ ▷ usuwamy kolor wierzchołka u
      end if
    end for
    $c(v) \leftarrow \min(C)$ ▷ v dostaje pierwszy dostępny kolor
  end for
  $\chi \leftarrow |C|$ ▷ liczba chromatyczna

Które grafy o $|V| = n$ wierzchołkach (wtedy $|E| = O(n^2)$), są najtrudniejszymi przypadkami dla tego algorytmu i jaka jest jego złożoność najtrudniejszego przypadku?