6. Порты и подсистемы Ports & Subsystems

Подсистема – это фрагмент **Simulink**-модели, оформленный в виде отдельного блока. Виртуальные и монолитные подсистемы. Управляемые и неуправляемые подсистемы. Типы управляемых подсистем. Связь подсистемы с моделью. Использование подсистем в **Simulink**-моделях.

6.1. Постановка задачи

К неподвижной опоре на невесомой нерастяжимой нити длины **L**[*м*] подвешен груз массы **m**[*кг*]. Нить препятствует удалению груза от центра на расстояние, большее длины нити, но не никак не мешает движению груза внутри круга радиуса **L**[*м*]. Построить модель движения груза, если ускорение свободного падения равно **g**[*м*/с^2], а сопротивление среды прямо пропорционально скорости движения маятника с коэффициентом **k**[*кг*/с]. В начальный момент времени груз находится в самой нижней точке подвеса и движется строго горизонтально слева направо со скоростью **V**[*м*/*с*].

Идея построения модели: сконструировать подсистемы, моделирующие:

- ***Затухающие колебания груза*** (*Управляемая подсистема*)
  - есть центробежная сила
  - расстояние до центра равно L
- ***Свободное падение груза*** (*Управляемая подсистема*)
  - отсутствует центробежная сила
  - расстояние до центра не превосходит L
- ***Удар*** (*Переключаемая подсистема*). Мгновение, когда груз, двигаясь свободно, натягивает нить (расстояние до центра становится равным L). При этом мгновенно меняется направление скорости согласно правилу: "Угол падения равен углу отражения".

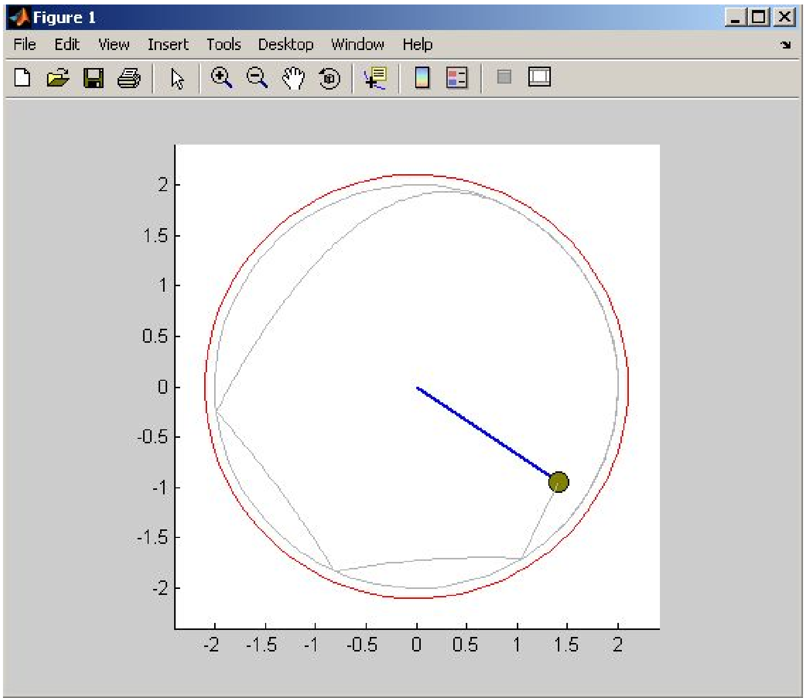

Рис. 6.1. Траектория движения маятника на нити

6.2. Теория: Движение тела в поле тяжести с учетом сопротивления воздуха

Цель задания – построить **S**-модель и исследовать движение тела, брошенного под углом к горизонту, с учетом сопротивления воздуха. Также необходимо ответить на вопрос, при каком угле бросания дальность полета будет достигать максимального значения, если учитывать сопротивление воздуха.

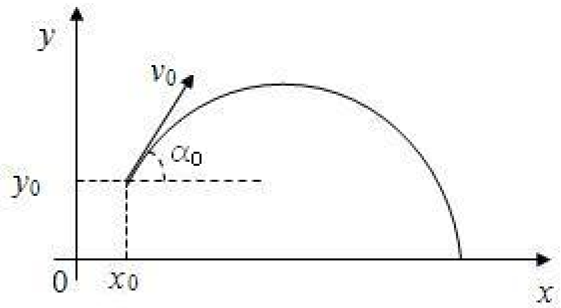

Рис. 1. Траектория полета тела, брошенного под углом к горизонту

6.2.1. Аналитическое исследование

Пусть тело массой $\boldsymbol{m}$ брошено под углом $\boldsymbol{\alpha_0}$ к горизонту с начальной скоростью $\boldsymbol{V_0}$. Требуется вывести уравнение движения тела, с учетом сопротивления воздуха, и построить соответствующую **S**-модель. **S**-модель должна вычислять положение тела в любой момент времени.

Исходные данные:

$\boldsymbol{m}$ – масса тела;
$\boldsymbol{V_0}$ – начальная скорость;
$\boldsymbol{R_0}$ ($\boldsymbol{x_0}$, $\boldsymbol{y_0}$) – начальные координаты;
$\boldsymbol{\alpha_0}$ – угол броска тела.

Полагаем:

- тело считаем материальной точкой массой $\boldsymbol{m}$, положение которой совпадает с центром масс тела;
- движение тела происходит под действием силы тяжести с постоянным ускорением свободного падения в плоскости, перпендикулярной поверхности земли, и описывается законами классической механики Ньютона.

Введём прямоугольную систему координат, как показано на рис.1. В начальный момент времени тело массой $\boldsymbol{m}$ находится в точке $\boldsymbol{R_0}$ ($\boldsymbol{x_0}$, $\boldsymbol{y_0}$). Вектор ускорения свободного падения $\vec{g}$ направлен вертикально вниз и имеет координаты (**0**, **-*g***). $\vec{v}_0$ – вектор начальной скорости. Разложим этот вектор по базису: $\vec{v}_0 = v_{0x}\vec{i} + v_{0y}\vec{j}$. Здесь $v_{0x} = v_0\cos\alpha_0, \cdots\cdots v_{0y} = v_0\sin\alpha_0$, $\boldsymbol{\alpha_0}$ - угол бросания.

Запишем второй закон Ньютона: $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$.

Ускорение в каждый момент времени есть (мгновенная) скорость изменения скорости, то есть производная от скорости по времени: $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$.

Следовательно, 2-й закон Ньютона можно переписать в следующем виде:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F},$$

где $\vec{F}$ – это равнодействующая всех сил, действующая на тело. Так как на тело действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила сопротивления воздуха $\vec{F}_c$, то имеем:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} + \vec{F}_c. \qquad (1)$$

Рассмотрим два случая:

1) Сила сопротивления воздуха равна 0: $\vec{F}_c = 0$.
2) Сила сопротивления воздуха противоположно направлена с вектором скорости, и её величина пропорциональна скорости: $\vec{F}_c = -k\vec{v}, \cdots k > 0$.

Составим ***математическую модель*** системы.

Модель без учета сопротивления воздуха

Рассмотрим **первый случай**, когда отсутствует сопротивление воздуха. Тогда из (1) имеем $m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g}$, или

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g}. \qquad (2)$$

Из (2) следует, что

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}\,t. \qquad (3)$$

Т.е. в отсутствии сопротивления воздуха скорость неограниченно увеличивается (равноускоренное движение).

Так как

$$\vec{v} = \frac{d\vec{R}}{dt}, \qquad (4)$$

где $\vec{R}$ - радиус-вектор, то из (3) и с учетом (4) имеем: $\dfrac{d\vec{R}}{dt} = \vec{v}_0 + \vec{g}\,t$.

Отсюда получаем формулу закона движения тела при равноускоренном движении:

$$\vec{R} = \vec{R}_0 + \vec{v}_0\,t + \frac{\vec{g}\,t^2}{2}. \qquad (5)$$

Запишем равенство (2) в скалярном виде:

$$\frac{dv_x}{dt} = 0, \cdots \frac{dv_y}{dt} = -g. \qquad (6)$$

Согласно второму закону Ньютона и с учетом (4) и (6) дифференциальные уравнения движения в проекциях на оси x и y имеют вид

$$m\,\frac{d^2x}{dt^2}=0,\quad m\,\frac{d^2y}{dt^2}=-m\,g,\quad v_x=\frac{dx}{dt},\quad v_y=\frac{dy}{dt}\tag{7}$$

при следующих начальных условиях:

$$x(0)=x_0,\ \ y(0)=y_0,\ \ v_x(0)=v_0\cos\alpha_0,\ \ v_y(0)=v_0\sin\alpha_0.\tag{8}$$

Математическая постановка соответствует задаче Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с заданными начальными условиями.

Найдем зависимости $x(t)$, $y(t)$, $v_x(t)$, $v_y(t)$. Из (7) запишем систему ОДУ первого порядка:

$$\frac{dv_x}{dt}=0,\quad \frac{dv_y}{dt}=-g,\quad v_x=\frac{dx}{dt},\quad v_y=\frac{dy}{dt}.\tag{9}$$

После интегрирования системы (9) и с учетом начальных условий (8) получаем аналитическое решение

$$\begin{gathered}x(t)=x_0+v_0\cos\alpha_0\cdot t,\quad y(t)=y_0+v_0\sin\alpha_0\cdot t-\frac{g\,t^2}{2},\\ v_x(t)=v_0\cos\alpha_0,\quad v_y(t)=v_0\sin\alpha_0-g\,t,\end{gathered}\tag{10}$$

из которого следует, что полет тела, брошенного под углом к горизонту, при отсутствии сопротивления воздуха происходит по параболической траектории.

Модель с учетом сопротивления воздуха

Теперь рассмотрим **второй случай**, когда сила сопротивления воздуха противоположно направлена с вектором скорости, и ее величина пропорциональна скорости: $\vec{F}_c=-k\vec{v},\cdots k>0$.

В этом случае второй закон Ньютона имеет вид $m\dfrac{d\vec{v}}{dt}=m\vec{g}-k\,\vec{v}$, отсюда

$$\frac{d\vec{v}}{dt}=\vec{g}-\frac{k}{m}\vec{v}\ .$$

Запишем это равенство в скалярном виде:

$$\frac{dv_x}{dt}=-\frac{k}{m}v_x,\cdots\frac{dv_y}{dt}=-g-\frac{k}{m}v_y\,.\tag{11}$$

Имеем два линейных дифференциальных уравнения. Тогда система (9) для случая учета сопротивления воздуха перепишется в виде:

$$\frac{dv_x}{dt}=-\frac{k}{m}v_x,\cdots\frac{dv_y}{dt}=-g-\frac{k}{m}v_y,\quad v_x=\frac{dx}{dt},\quad v_y=\frac{dy}{dt}.\tag{12}$$

Математическая постановка соответствует задаче Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (12) с заданными начальными условиями (8).

6.3. Enabled Subsystems

Управляемая уровнем сигнала подсистема **Enabled Subsystem** выполняется, пока управляющий сигнал **control signal** положителен. Она начинает выполнение на том временном шаге, где управляющий сигнал переходит через **0** (с отрицательного в положительном направлении) и выполняется до тех пор, пока управляющий сигнал остается положительным.

6.3.1. Объединение сигналов

Модель **L0601.mdl**

В модели использованы блоки управляемых подсистем **Enabled Subsystem**, которые выполняют вычисления только в том случае, если на управляющий вход подсистемы подан положительный сигнал. В данной модели подсистема не выполняет какие-либо вычисления, а лишь пропускает сигнал со своего входа на выход. Таким образом, на вход блока объединения сигналов **Signal Routing\Merge** поочередно приходят гармонический либо пилообразный сигналы. Пример модели с Е-подсистемой приведен на Рис.6.2.

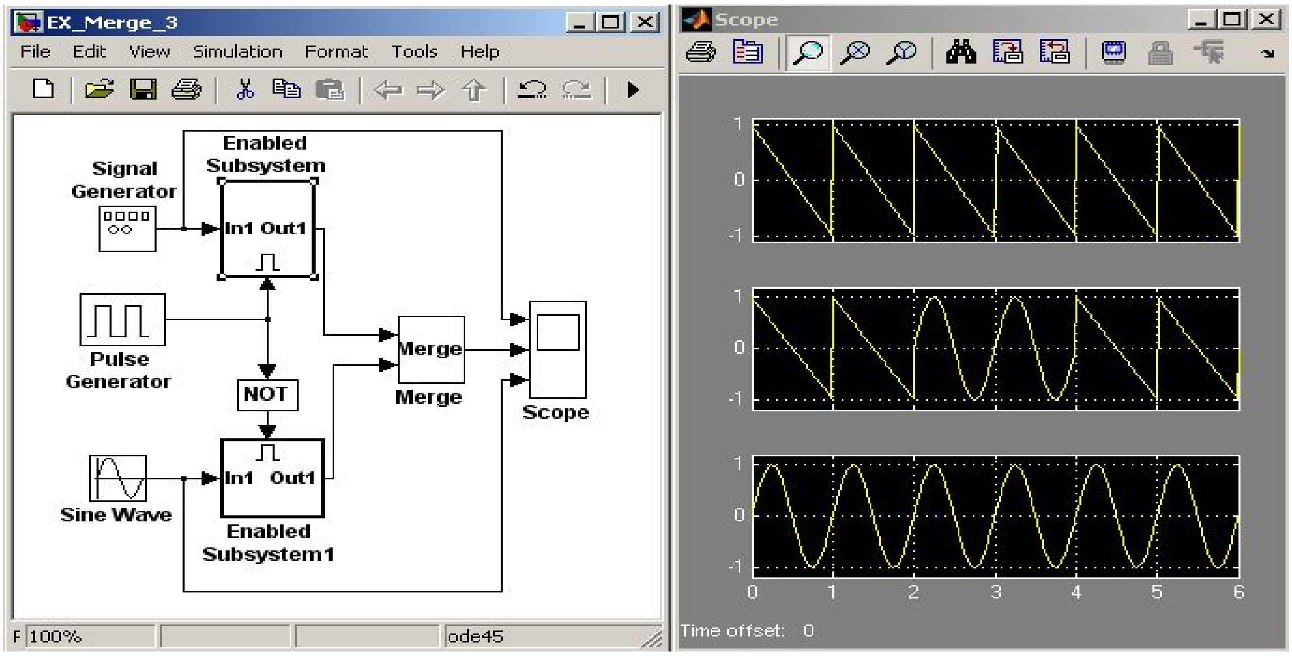

Рис. 6.2. Модель с Е-подсистемой

Постройте **Simulink**-модель, установите подходящие параметры блоков. Изучите действия новых блоков данной модели.

6.3.2. Разбиение сигнала

Модель **L0602.mdl**

Используя управляемые подсистемы **Enable Subsystems**, составьте модель, разбивающую синусоиду на два сигнала: *положительную* и *отрицательную* полуволны (Рис.6.3).

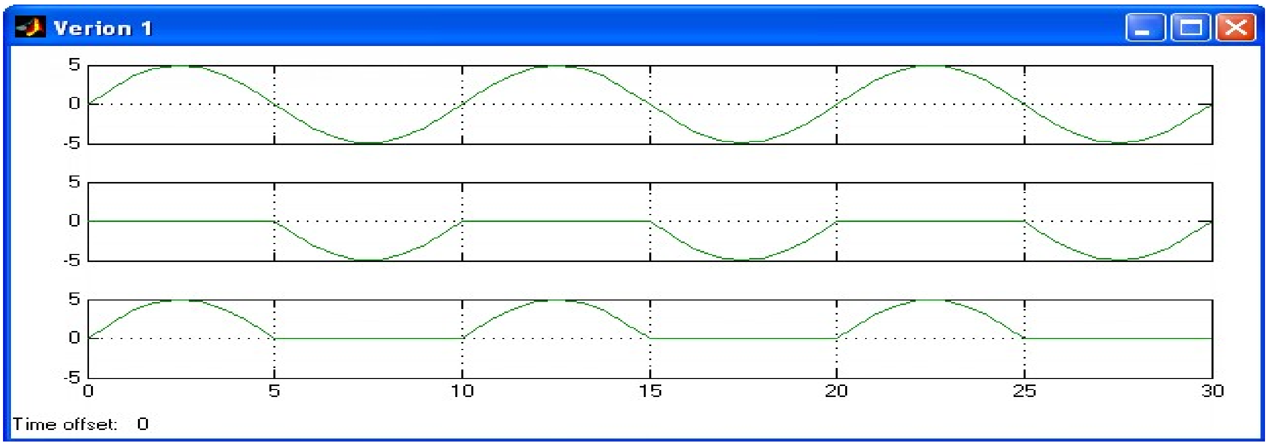

Рис. 6.3. Разбиение синусоиды на положительную и отрицательную полуволны

6.3.3. Воздействие на сигнал высокочастотной синусоидой

Модель **L0603.mdl**

Наложить на положительные полуволны синусоиды высокочастотную синусоиду малой амплитуды (Рис.6.4). В данной модели следует принудительно установить в **Simulation\Configuration Parameters…\Solver** максимальный шаг моделирования **Max Step Size** в 0.001.

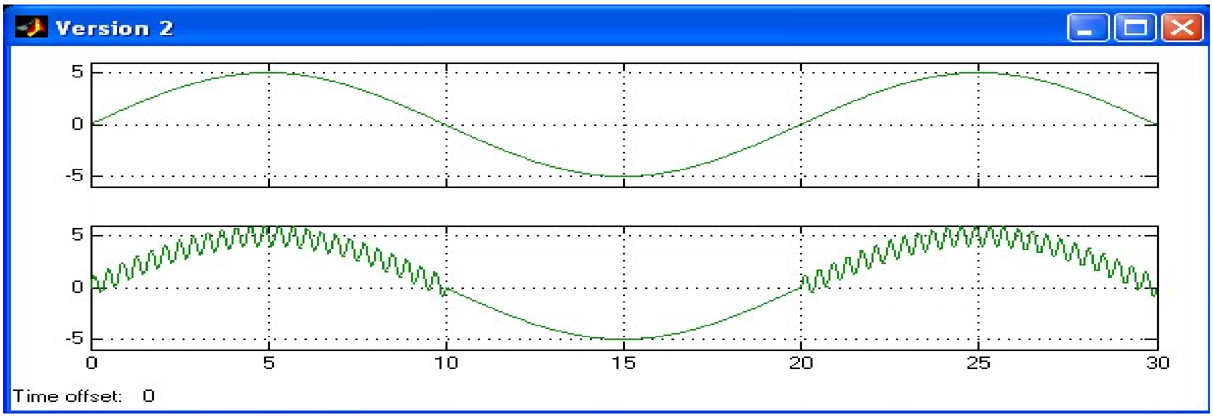

Рис. 6.4. Наложение «шума»

6.4. Triggered Subsystems

Управляемая фронтом сигнала подсистема **Triggered Subsystem** – это подсистема, имеющая дополнительный (*управляющий*) вход. *Переключаемая подсистема* срабатывает только в те мгновения, когда управляющий сигнал пересекает (в заранее оговоренном направлении: **rising**, **falling**, **either**) нулевую отметку. Все остальное время *переключаемая подсистема* простаивает.

6.4.1. Положительные полуволны

Модель **L0604.mdl**

Изменить модель **L0603.mdl** таким образом, чтобы несущая (низкочастотная) синусоида состояла только из положительных полуволн, оставив при этом на первой полуфазе высокочастотное возмущение (Рис.6.5). Для реализации использовать **Triggered Subsystem**.

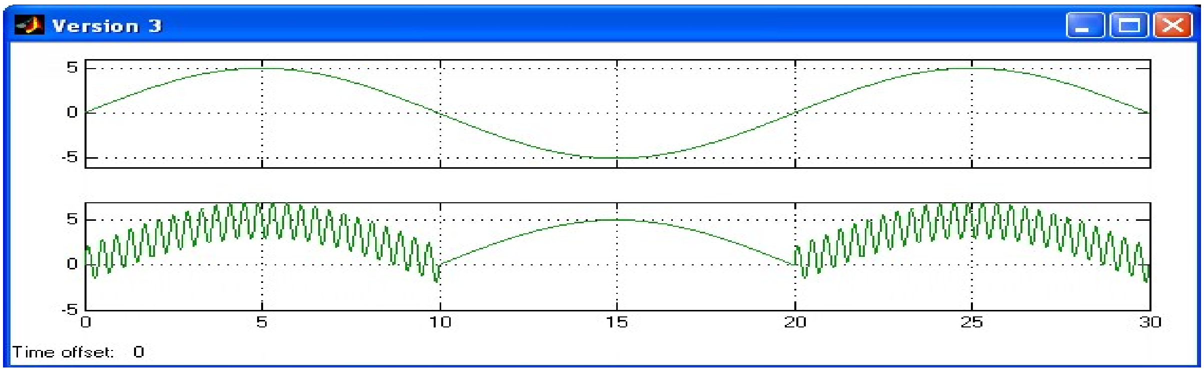

Рис. 6.5. Несущая синусоида с положительными полуволнами

Предложите другие варианты реализации данной задачи.

6.5. Подсистемы управляющей логики

Подсистема управляющей логики **Control Flow Subsystem** представляет собой подсистему, которая выполняется однократно или неоднократно в течение одного такта моделирования. Управляющая логика блока подобна управляющим операторам языков программирования (**if**, **switch**, **while**, **do while**, **for**).

6.5.1. Switch Case Action subsystem

Модель **L0605.mdl**

На Рис. 6.6 показан пример использования блока **Switch Case** совместно с подсистемами **Switch Case Action Subsystem**. В примере первая подсистема пропускает через себя входной сигнал, если входной сигнал блока **Switch Case** равен **1**, вторая – если входной сигнал равен **–1** (минус один), и третья – если входной сигнал не равен ни **-1** ни **+1**.

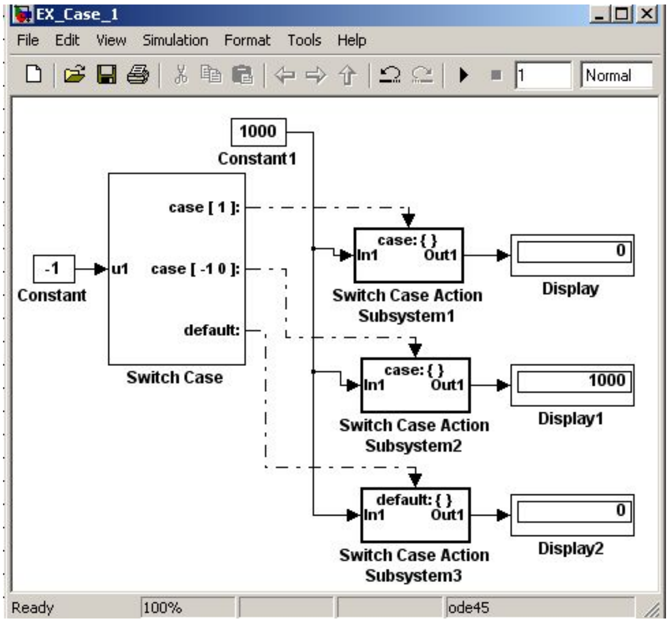

Рис. 6.6. Использование блока Switch Case совместно с подсистемами Switch Case Action Subsystem

6.5.2. If Action subsystem

Модель **L0606.mdl**

Постройте модель, аналогичную модели **L0605.mdl**, но уже с использованием подсистемы **If Action Subsystem**.

6.6. Модель маятника

6.6.1. Структура сигнала модели

Проанализировав поставленную в п.6.1 задачу, выпишите основные параметры (сигналы) модели самостоятельно.

6.6.2. Свободное падение тела, брошенного под углом к горизонту

Модель **L0607.mdl**

Создать **модель свободного падения тела, брошенного под углом к горизонту**.

- Начальное положение и начальная скорость должны задаваться, а в результате должна получиться траектория движения тела в вертикальной плоскости *x*O*y*.
- В начальный момент времени тело находится в первой четверти и движется вверх и назад.
- Модель прекращает выполнение расчетов, когда тело достигнет земли.
- Параметры массы тела **m**[кг], ускорения свободного падения **g**[м/с^2] должны задаваться в MATLAB.
- Модель оформить в виде подсистемы. На вход в подсистему подаются векторы начального положения **[x_0, y_0]** и начальной скорости **[vx_0, xy_0]**, а на выход текущие координаты положения тела **[x,y]**.
- Создать анимацию движения тела.
- Формулы выписать самостоятельно. Движение (по параболе) задавать в явном виде как функцию координат от времени. В модели не использовать блоки Интегратор!
- Затем реализовать эту же модель при помощи блоков интегрирования.