

3. Модель маятника с ограничением движения

Моделирование динамических систем в *Simulink*. Непрерывные модели. Модель свободных колебаний маятника с ограничением движения.

3.1. Постановка задачи

Свободные колебания маятника, подвешенного к неподвижной опоре на невесомом жестком нерастяжимом стержне, описываются дифференциальным уравнением

$$\ddot{\varphi} + \frac{\gamma}{m} \dot{\varphi} + \frac{g}{l} \sin \varphi = 0. \quad (1)$$

где φ – угол отклонения маятника против часовой стрелки от направления вертикально вниз; g – ускорение свободного падения [$м/с^2$], l – длина стержня [$м$], m – масса груза [$кг$], сопротивление среды прямо пропорционально скорости движения маятника с коэффициентом γ [$кг/с$]. Начальное положение маятника $\varphi(0) = \varphi_0$, начальная скорость маятника $\dot{\varphi}(0) = \dot{\varphi}_0$.

3.2. Динамическая модель колебаний маятника

Каждую модель сохраняйте в новом файле!

3.2.1. Модель колебаний маятника без учета сопротивления среды

Модель **L0301.mdl**.

Построить модель колебаний маятника без учета сопротивления среды и без ограничения движения. Исследовать зависимость колебаний маятника от длины стержня. Найти длину стержня, при которой

- маятник делает полные обороты,
- маятник не делает полных оборотов.

3.2.2. Модель колебаний маятника с односторонним ограничением движения без учета сопротивления среды

Модель **L0302.mdl**.

Исследовать в SIMULINK колебания маятника, когда его движение ограничивается вертикальной стенкой, расположенной на расстоянии b от положения равновесия (Рис.3.1). Считать удар о стенку абсолютно упругим, т.е. что при ударе о стенку скорость маятника изменяет знак на противоположный.

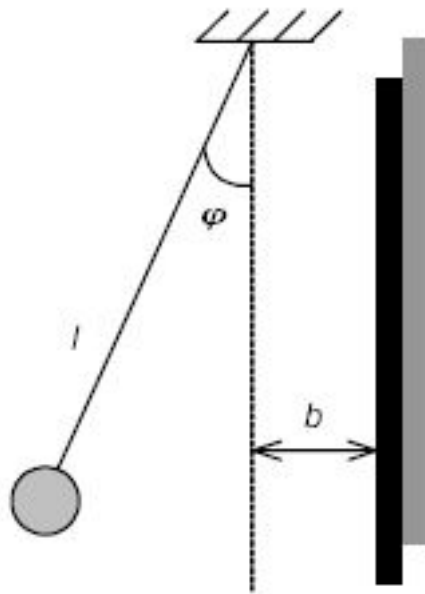


Рис. 3.1. Движения маятника, ограниченные вертикальной стенкой

Подобрать начальную скорость так, чтобы маятник

- не бился о стену,
- бился о стену лишь в нижнем положении,
- бился о стену и в нижнем и в верхнем положении.

3.2.3. Модель колебаний маятника с односторонним ограничением движения, не абсолютно упругим ударом без учета сопротивления среды

Модель **L0303.mdl**.

Изменить модель таким образом, чтобы при ударе скорость маятника $\dot{\varphi}$ менялась на $-0.8\dot{\varphi}$.

Подобрать начальную скорость так, чтобы маятник

- не бился о стену,
- бился о стену лишь в нижнем положении,
- бился о стену и в нижнем и в верхнем положении.

Увеличить время моделирования таким образом, чтобы в конце моделирования маятник не бился о стену.

3.2.4. Модель затухающих колебаний маятника

Модель **L0304.mdl**.

Учесть в модели **L0303.mdl** сопротивление среды. При большой начальной скорости модель может давать неправильные результаты (маятник пробивает и проходит через стену), поэтому стоит ограничить максимальный шаг моделирования **Simulation/Configuration Parameters/ Max step size**. Как зависят колебания от массы маятника? Подобрать такую начальную скорость, чтобы маятник в конце колебаний затухал вверх, упершись в стену.

3.2.5. Модель колебаний маятника с двусторонним ограничением движения с абсолютно упругим ударом без учета сопротивления среды

Модель **L0305.mdl**.

Изменить модель **L0302.mdl** таким образом, чтобы выполнялось симметричное двустороннее ограничение (маятник помещают в цилиндр радиуса b).

3.3. Требования

Для каждой модели необходимо:

- Задать начальные условия: $\varphi(0) = \varphi_0$ – начальный угол, $\dot{\varphi}(0) = \dot{\varphi}_0$ – начальная угловая скорость в начальный момент времени $t=0$, т.е. получить задачу Коши для определения колебаний маятника;
- в *Simulink* построить непрерывную модель колебаний маятника;
- построить графики зависимости угла $\varphi(t)$ и угловой скорости $\dot{\varphi}(t)$ маятника от времени;
- построить фазовую диаграмму колебаний в фазовом пространстве $(\varphi, \dot{\varphi})$, т. е. графики зависимости $\dot{\varphi}$ от φ : (фазовая диаграмма с осями: по горизонтали – угол $\varphi(t)$, по вертикали – угловая скорость $\dot{\varphi}(t)$);
- рассчитать координаты положения маятника $(x(\varphi), y(\varphi))$ и построить анимацию его движения.