Tarea 1

Métodos Matemáticos II

Alan Yahir Juarez Rubio 27/08/2022

---

1. Determine el dominio de las siguentes funciones

    1. $f(t) = \sqrt{3-t} + \sqrt{2+t}$

        $3 - t \geq 0$
        $-t \geq -3$
        $t \leq 3$

        $2 + t \geq 0$
        $t \geq -2$

        $D_{(t)} = [-2, 3]$

    2. $f(x) = \dfrac{ln(x+1)}{x^2 + x - 6}$

        Denominador
        $x^2 + x - 6 \neq 0$
        $(x-2)(x+3) \neq 0$
        $x - 2 \neq 0$
        $x_1 \neq 2$ ✓

        Comprobación x_1 ✓
        $(2)^2 + (2) - 6$
        $4 + 2 - 6 = 0$

        $x + 3 \neq 0$
        $x_2 \neq -3$ ✓

        Comprobación x_2 ✓
        $(-3)^2 + (-3) - 6$
        $9 - 3 - 6 = 0$

        Numerador
        $x + 1 > 0$
        $x_3 > -1$

        $D_{(x)} = (-1, 2) \cup (2, \infty)$

---

2. Encuentre el dominio y rango de $f(x)=\sqrt{4-x^2}$

$4-x^2 \geq 0$
$-x^2 \geq -4$
$x^2 \leq 4$
$|x| \leq \sqrt{4}$
$|x| \leq 2$
$x_1 \leq 2$
$x_2 \geq -2$

$D_{(x)}=[-2,2]$

Resultado más bajo $x_1=2$
$\sqrt{4-(2)^2}$ |
$\sqrt{4-4}=0$

Resultado más bajo $x_2=-2$
$\sqrt{4-(-2)^2}$
$\sqrt{4-4}=0$

Resultado más alto $x_3=0$
$\sqrt{4-(0)^2}=2$

$R_{(x)}=[0,2]$

---

3. Para las siguentes funciones encuentre $f+g$, f/g, $f \circ g$ y $g \circ f$. Así como sus dominios.

   3. $f(x)=x^2-1$, $g(x)=2x-1$

      $(f+g)(x)=x^2-1+2x-1$
      $(f+g)(x)=x^2+2x-2$

      $D_{(f+g)(x)}=\mathbb{R}$

      $(f/g)(x)=\dfrac{x^2-1}{2x-1}$

      $2x-1 \neq 0$
      $2x \neq 1$
      $x \neq \dfrac{1}{2}$

      $D_{(f/g)(x)}=(-\infty,\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2},\infty)$

      $(f \circ g)(x)=(2x-1)^2-1$
      $(f \circ g)(x)=(4x^2-4x+1)-1$
      $(f \circ g)(x)=4x^2-4x$

      $D_{(f \circ g)(x)}=\mathbb{R}$

$(g \circ f)(x) = 2(x^2 - 1) - 1$
$(g \circ f)(x) = 2x^2 - 2 - 1$
$(g \circ f)(x) = 2x^2 - 3$

$D_{(g \circ f)(x)} = \mathbb{R}$

4. $f(x) = 1 - 3x$, $g(x) = \cos(x)$

$(f + g)(x) = 1 - 3x + \cos(x)$

$D_{(f+g)(x)} = \mathbb{R}$

$$(f/g)(x) = \frac{1 - 3x}{\cos(x)}$$

$D_{(f/g)(x)} = \mathbb{R}$

$(f \circ g)(x) = 1 - 3\cos(x)$

$D_{(f \circ g)(x)} = \mathbb{R}$

$(g \circ f)(x) = \cos(1 - 3x)$

$D_{(g \circ f)(x)} = \mathbb{R}$

5. $f(x) = x + \frac{1}{x}$ y $g(x) = \frac{x+1}{x+2}$

$$(f + g)(x) = x + \frac{1}{x} + \frac{x+1}{x+2}$$

$$(f + g)(x) = \frac{x(x)(x+2) + 1(x+2) + x(x+1)}{x(x+2)}$$

$$(f + g)(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + x + 2 + x^2 + x}{x(x+2)}$$

$$(f + g)(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 2x + 2}{x(x+2)}$$

$x_1 \neq 0$

$x + 2 \neq 0$
$x_2 \neq -2$

$D_{(f+g)(x)} = (-\infty, -2) \cup (-2, 0) \cup (0, \infty)$

$$(f/g)(x) = \frac{x + \frac{1}{x}}{\frac{x+1}{x+2}}$$

$$(f/g)(x) = \frac{\frac{x^2+1}{x}}{\frac{x+1}{x+2}}$$

$$(f/g)(x) = \frac{(x^2+1)(x+2)}{x(x+1)}$$

$$(f/g)(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + x + 2}{x(x+1)}$$

$x_1 \neq 0$

$x + 1 \neq 0$
$x_2 \neq -1$

$$D_{(f/g)(x)} = (-\infty, -1)(-1, 0) \cup (0, \infty)$$

$$(f \circ g)(x) = (\frac{x+1}{x+2}) + \frac{1}{(\frac{x+1}{x+2})}$$

$$(f \circ g)(x) = \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+1}$$

$$(f \circ g)(x = \frac{(x+1)^2 + (x+2)^2}{(x+2)(x+1)}$$

$$(f \circ g)(x) = \frac{(x^2 + 2x + 1) + (x^2 + 4x + 4)}{(x+2)(x+1)}$$

$$(f \circ g)(x) = \frac{2x^2 + 6x + 5}{(x+2)(x+1)}$$

$x + 2 \neq 0$
$x_1 \neq -2$

$x + 1 \neq 0$
$x_2 \neq -1$

$$D_{(f \circ g)(x)} = (-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup (-1, \infty)$$

$$(g \circ f)(x) = \frac{(x + \frac{1}{x}) + 1}{(x + \frac{1}{x}) + 2}$$

$$(g \circ f)(x) = \frac{\frac{x(x) + 1 + 1(x)}{x}}{\frac{x(x) + 1 + 2(x)}{x}}$$

$$(g \circ f)(x) = \frac{\frac{x^2 + x + 1}{x}}{\frac{x^2 + 2x + 1}{x}}$$

$$(g \circ f)(x) = \frac{x(x^2 + x + 1)}{x(x^2 + 2x + 1)}$$

$$(g \circ f)(x) = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^3 + 2x^2 + x}$$

$x^3 + 2x^2 + x \neq 0$
$x^3 + x^2 + x^2 + x \neq 0$
$x^2(x+1) + x(x+1) \neq 0$
$(x^2 + x)(x+1) \neq 0$

$x(x+1)(x+1) \neq 0$
$x(x+1)^2 \neq 0$

$x_1 = 0$

Comprobación $x_1 \neq 0$
$(0)^3 + 2(0)^2 + (0) = 0$

$(x+1)(x+1) \neq 0$

$x+1 \neq 0$
$x_2 \neq -1$

Comprobación $x_2 \neq -1$
$(-1)^3 + 2(-1)^2 + (-1)$
$-1 + 2 - 1 = 0$

$D_{(g \circ f)} = (-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, \infty)$