

A3. Razonamiento Lógico



XUNTA DE GALICIA

CONSELLERÍA DE CULTURA,
EDUCACIÓN E UNIVERSIDADE

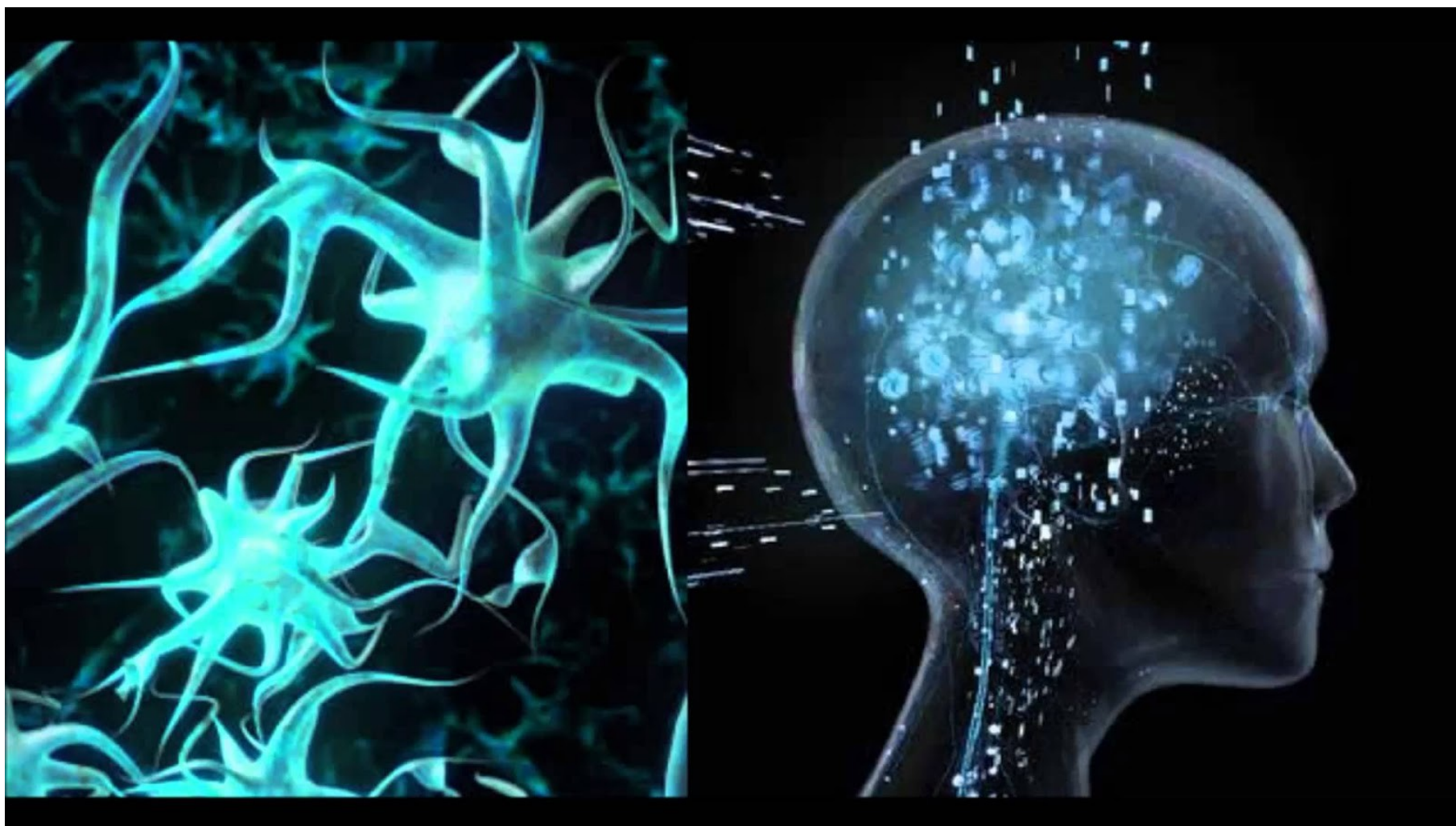


IES de Teis

Avda. de Galicia, 101
36216 – Vigo
886 12 04 64
ies.teis@edu.xunta.es



Unión Europea-
NextGenerationEU



A3. Razonamiento Lógico

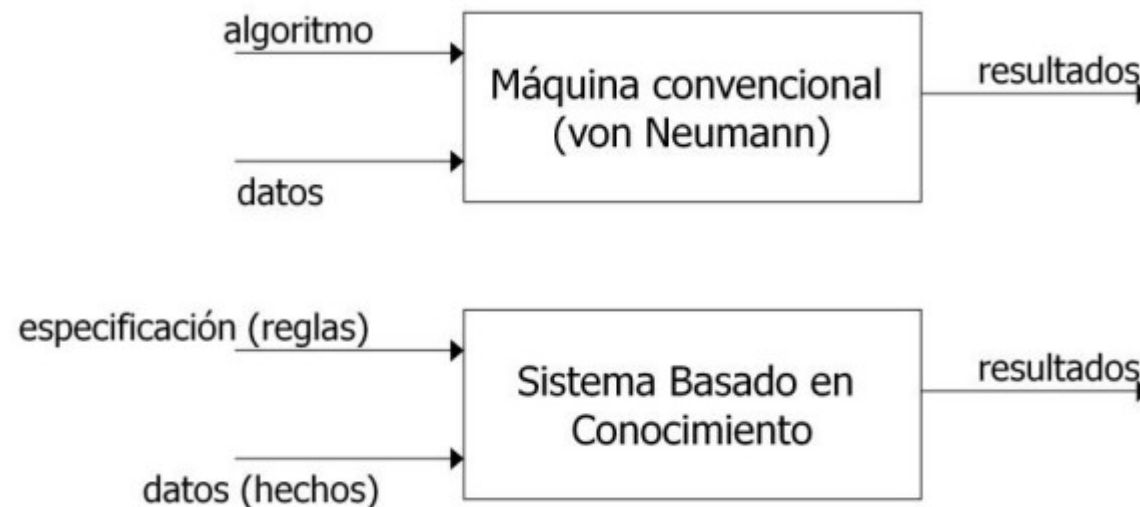
Índice.

1.	Programación lógica.....	3
1.1.	Fundamentos de la lógica formal.....	5
1.2.	Lógica proposicional.....	6
1.3.	Lógica de primer orden.....	7
1.4.	Ventajas.....	8
1.5.	Desventajas.....	9
2.	Lógica de predicados de primer orden.....	10
2.1.	Alfabeto de la lógica.....	11
2.2.	Soportes básicos de la lógica clásica.....	12
2.3.	Equivalencias básicas de la lógica.....	13
2.4.	Reglas de inferencia.....	14
2.5.	Reglas básicas de los motores de inferencia.....	15
2.5.1	Forma clausulada.....	16
2.5.2.	Resolución SLD.....	17
3.	Sistemas inferenciales.....	18
3.1.	Conceptos claves.....	20
3.2.	Propiedades.....	21
3.3.	Hipótesis de mundo cerrado.....	22

A3. Razonamiento Lógico

1. Programación lógica.

La **programación lógica** es un modo de programación NO convencional, consistente en describir el problema en sí mismo, concentrando todo el esfuerzo en su estructura lógica sin pensar en cómo resuelve el ordenador.



La **programación lógica** surge como una generalización de la máquina tradicional de von Neumann de 'algoritmo + datos producen resultados', de tal forma que los programas ahora son hechos + reglas y el motor de inferencias es el que produce unos resultados tras aplicar los razonamientos.

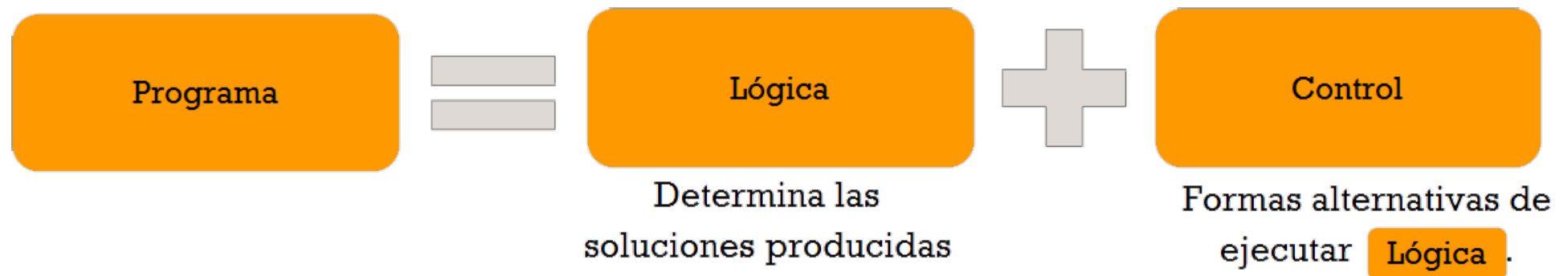
A3. Razonamiento Lógico

1. Programación lógica.

La **programación lógica** describe los conocimientos relevantes que, una vez especificados, se someten al intérprete que relaciona e infiere consecuencias lógicas que se derivan de ellas.

La **programación lógica** se ocupa del qué y NO del cómo.

La **programación lógica** es un paradigma de programación basado en la lógica de primer orden, que se puede ver como una deducción controlada.



A3. Razonamiento Lógico

1.1. Fundamentos de la lógica formal.

Las **inferencias** (o razonamientos) son los fundamentos de la lógica formal.

- Razonamiento → tipo de pensamiento consistente en la obtención de una conclusión a partir de unas premisas.
- Formal → atención a la forma, a la abstracción del contenido.
- Válido → si las premisas son verdaderas, la conclusión también lo será (razonamiento deductivo).



La **lógica** es la disciplina que se preocupa de estudiar los aspectos funcionales (el porqué) de las **inferencias**, mientras que los aspectos procesales (el cómo) es estudiado desde la psicología (en los seres vivos) y la informática (en ordenadores).

A3. Razonamiento Lógico

1.2. Lógica proposicional.

La **lógica proposicional** (o lógica de enunciados) toma como elemento básico las frases declarativas simples o proposiciones.

Una **proposición** es un elemento de una frase que constituye por sí misma una unidad de comunicación de conocimientos y que puede ser considerada verdadera o falsa.

Simple: "Filomena es mujer".

Compuesta: "Filomena es mujer y Filomeno es hombre".

<i>Sentencia</i>	→	<i>Sentencia Atómica</i> <i>Sentencia Compleja</i>
<i>Sentencia Atómica</i>	→	Verdadero Falso <i>Símbolo Proposicional</i>
<i>Símbolo Proposicional</i>	→	P Q R ...
<i>Sentencia Compleja</i>	→	\neg <i>Sentencia</i> (<i>Sentencia</i> \wedge <i>Sentencia</i>) (<i>Sentencia</i> \vee <i>Sentencia</i>) (<i>Sentencia</i> \Rightarrow <i>Sentencia</i>) (<i>Sentencia</i> \Leftrightarrow <i>Sentencia</i>)

A3. Razonamiento Lógico

1.3. Lógica de primer orden.

La **lógica de primer orden** (o lógica de predicados) es un sistema deductivo basado en un lenguaje lógico matemático formal que incluye proposiciones lógicas, predicados y cuantificadores.

La **lógica de primer orden** es más expresiva que la lógica proposicional:

- ¿Qué se afirma? → predicado o relación.
- ¿De quién se afirma? → objeto.

<i>Sentencia</i>	→	<i>Sentencia Atómica</i> (<i>Sentencia Conectiva Sentencia</i>) <i>Cuantificador Variable ... Sentencia</i> \neg <i>Sentencia</i>
<i>Sentencia Atómica</i>	→	<i>Predicado (Término...)</i> <i>Término = Término</i>
<i>Término</i>	→	<i>Función(Término)</i> <i>Constante</i> <i>Variable</i>
<i>Conectiva</i>	→	\wedge \vee \Rightarrow \Leftrightarrow
<i>Cuantificador</i>	→	\neg <i>Sentencia</i>
<i>Variable</i>	→	<i>a</i> <i>x</i> <i>s</i> ...
<i>Predicado</i>	→	<i>TieneColor</i> <i>EstáLloviendo</i> ...
<i>Función</i>	→	<i>Hombre</i> <i>Humano</i> <i>Mujer</i> ...

A3. Razonamiento Lógico

1.4. Ventajas.

Las ventajas que ofrece el razonamiento lógico son las siguientes:

- Permiten mejorar la eficiencia al modificar algún componente de control sin tener que modificar la lógica del algoritmo.
- Presenta relaciones multipropósito.
- Simplicidad.
- Generación rápida de prototipos e ideas complejas.
- Sencillez en la implementación de estructuras complejas.
- Potencia.

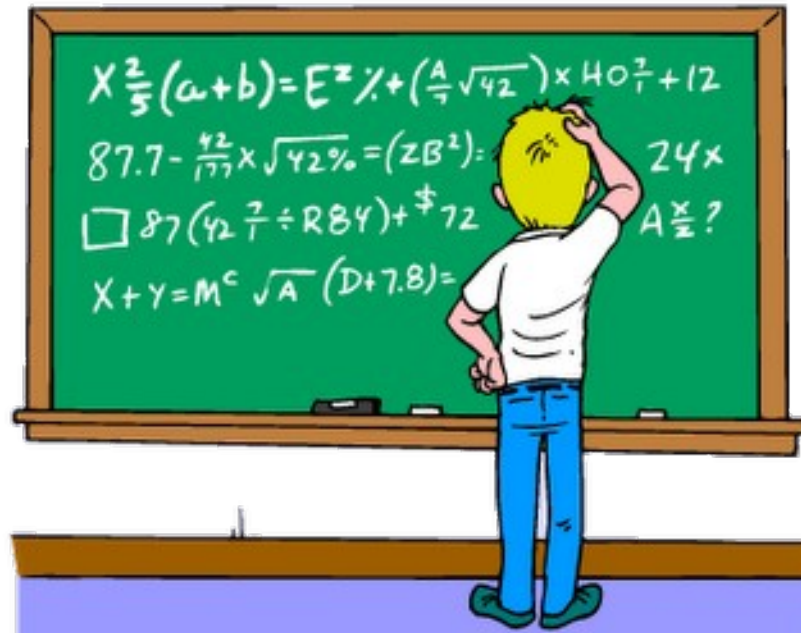


A3. Razonamiento Lógico

1.5. Desventajas.

Las desventajas que presenta el razonamiento lógico son las siguientes:

- Altamente ineficiente.
- Pocas áreas de aplicación.
- No hay herramientas de depuración efectivas.
- Se utiliza poco ante problemas reales.
- Si el programa no contiene suficiente información para contestar una consulta, responde false.



A3. Razonamiento Lógico

2. Lógica de predicados de primer orden.

El **universo de un discurso o dominio** es la colección de personas, ideas, símbolos, estructuras de datos y demás, que afectan al argumento lógico que se está considerando.

Los elementos del universo de discurso reciben el nombre de **individuos u objetos**.

Frase: María y Pablo son hermanos

<u>Predicado</u>	<u>Lista de argumentos</u>
son hermanos	María y Pablo

Un **predicado** presenta una propiedad o relación de un determinado objeto del universo del discurso.

Un **predicado de primer orden** es el que se refiere a las propiedades de los objetos y a las relaciones entre ellos.

```
rubia(sara).
```

```
moreno(carlos).
```

```
noviazgo(sara,carlos).
```

```
primos(X,Y):-progenitor(A,X),progenitor(B,Y),hermanos(A,B).
```

La **lógica de predicados de primer orden** estudia los razonamientos de tipo deductivo, exactos (true/false) y basados en predicados de primer orden.

A3. Razonamiento Lógico

2.1. Alfabeto de la lógica.

El alfabeto de la lógica contiene los siguientes elementos:

- Símbolos de términos:
 - Constantes individuales: a, b, c, \dots
 - Variables individuales: x, y, z, \dots
- Predicados o relatores: P^n, Q^m, R^s, \dots
- Funciones: f^n, g^m, r^s, \dots
- Conectivas:
 - Negación \neg
 - Conjunción \wedge
 - Disyunción \vee
 - Condicional \Rightarrow
 - Bicondicional \Leftrightarrow
- Cuantificadores:
 - Existencial \exists
 - Universal \forall
- Símbolos auxiliares $'(, ')', '[,]'$

A3. Razonamiento Lógico

2.2. Soportes básicos de la lógica clásica.

Los soportes básicos de la lógica clásica son los siguientes conceptos:

- La **interpretación** es una correspondencia entre símbolos y elementos de la conceptualización.
- La **asignación** es una asociación entre elementos del universo y las variables de las sentencias.

Si una sentencia S es verdadera o falsa bajo una cierta interpretación I y una asignación A , se representa:

$$\models_{IA} S$$

Los razonamientos se basan en la existencia de una serie de premisas que impliquen o no, una determinada conclusión:

- Implicación lógica.

$$\{S_1, S_2, \dots, S_n\} \text{ implica lógicamente a } S \qquad \models (S_1 \wedge S_2 \wedge \dots \wedge S_n \Rightarrow S)$$

- Equivalencia lógica.

$$S_1 \text{ y } S_2 \text{ son sentencias equivalentes} \qquad \models (S_1 \Leftrightarrow S_2)$$

A3. Razonamiento Lógico

2.3. Equivalencias básicas de la lógica.

Una lista reducida de equivalencias lógicas básicas es la siguiente:

- (1) $\neg(\neg S) \equiv S$ Doble negación
- (2) $\neg(S1 \vee S2) \equiv \neg S1 \wedge \neg S2$
- (3) $\neg(S1 \wedge S2) \equiv \neg S1 \vee \neg S2$ Leyes de De Morgan
- (4) $S1 \vee (S2 \wedge S3) \equiv (S1 \vee S2) \wedge (S1 \vee S3)$
- (5) $S1 \wedge (S2 \vee S3) \equiv (S1 \wedge S2) \vee (S1 \wedge S3)$ Leyes distributivas
- (6) $(S1 \Rightarrow S2) \equiv (\neg S1 \vee S2)$
- (7) $(S1 \Leftrightarrow S2) \equiv (S1 \Rightarrow S2) \wedge (S2 \Rightarrow S1) \equiv (\neg S1 \vee S2) \wedge (\neg S2 \vee S1)$
- (8) $(\forall X)(S) \equiv \neg(\exists X)(\neg S)$
- (9) $(\exists X)(S) \equiv \neg(\forall X)(\neg S)$
- (10) $(\neg S1 \Rightarrow (S2 \wedge \neg S2)) \equiv S1$ Reducción al absurdo

A3. Razonamiento Lógico

2.4. Reglas de inferencia.

Las **reglas de inferencia** son esquemas básicos de razonamiento del tipo *si A y B y C y ... entonces Conclusión*, que encadenándose, sirven para hacer razonamientos deductivos en varios pasos.

$$\vdash (S_1 \wedge S_2 \wedge \dots \wedge S_n \Rightarrow S)$$

Las reglas básicas de razonamiento son las siguientes:

Modus Ponendo Ponens (PP)

$$\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ P \\ \hline Q \end{array}$$

Modus Tollendo Tollens (TT)

$$\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ \neg Q \\ \hline \neg P \end{array}$$

Modus Tollendo Ponens (TP)

$$\begin{array}{c} P \vee Q \\ \neg P \\ \hline Q \end{array}$$

Doble Negación (DN)

$$\begin{array}{c} P \\ \hline \neg \neg P \end{array}$$

Regla de Adjuncción (ADJ)

$$\begin{array}{c} P \\ Q \\ \hline P \& Q \end{array}$$

Regla de Simplific. (S)

$$\begin{array}{c} P \& Q \\ \hline P \end{array}$$

Ley de Adición (LA)

$$\begin{array}{c} P \\ \hline P \vee Q \end{array}$$

Ley de Simplificación Disyuntiva (SD)

$$\begin{array}{c} P \vee P \\ \hline P \end{array}$$

Ley del Silogismo Hipotético (HS)

$$\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow R \\ \hline P \rightarrow R \end{array}$$

Ley del Silogismo Disyuntivo (DS)

$$\begin{array}{c} P \vee Q \\ P \rightarrow R \\ Q \rightarrow S \\ \hline R \vee S \end{array}$$

Leyes de Morgan (LM)

$$\begin{array}{c} P \& Q \\ \hline \neg (\neg P \vee \neg Q) \end{array}$$

Ley de las Proposiciones Bicondicionales (BI)

$$\begin{array}{c} P \leftrightarrow Q \\ \hline \begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow P \end{array} \end{array}$$

A3. Razonamiento Lógico

2.5. Reglas básicas de los motores de inferencia.

Las reglas básicas de los motores de inferencia basados en el lenguaje de la lógica son las siguientes:

- La **resolución** permite eliminar hechos combinando diferentes afirmaciones y encadenar resultados.

La **resolución** encadena hechos y obtiene conclusiones de forma deductiva.

Ejemplo → cláusulas de Horn

$$\models ((\neg S1 \vee S2) \wedge (S1 \vee S3) \Rightarrow (S2 \vee S3))$$

- La **refutación** comprueba si una determinada conclusión es válida y qué valores de las variables la hacen válida.

La **refutación** es una reducción al absurdo → si cumpliendo la premisa y negando la conclusión se llega a un imposible, entonces la premisa implica la conclusión.

Ejemplo → Resolución SLD

$$\models (((P \wedge \neg C) \Rightarrow (S2 \wedge \neg S2)) \Leftrightarrow (P \Rightarrow C))$$

A3. Razonamiento Lógico

2.5.1. Forma clausulada.

La **cláusula** es una regla lógica de la forma “A o B o C...” y “D o E o F...”.

$$(\mathcal{L}_{11} \vee \mathcal{L}_{12} \vee \dots) \wedge (\mathcal{L}_{21} \vee \mathcal{L}_{22} \vee \dots) \wedge \dots$$

Forma clausulada → procedimiento típico de los motores de inferencia para poder aplicar la **regla de resolución**.

Procedimiento para pasar a forma clausulada:

- Eliminar condiciones y bicondicionales.
- Introducir negaciones.
- Independizar variables.
- Eliminar existencial y universal.
- Distribuir \wedge sobre \vee .
- Renombrar variables.

Cláusulas de Horn → cláusulas con un máximo de un literal positivo tras aplicar equivalencias lógicas básicas. (
<https://www.youtube.com/watch?v=IK4JJ4xtGPA>)

$$(\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee \dots \vee \neg p_k \vee q) \equiv (p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_k \Rightarrow q)$$

A3. Razonamiento Lógico

2.5.2. Resolución SLD.

SLD (Selective Linear Definite clause resolution) → método de prueba por refutación que emplea el algoritmo de unificación como mecanismo base y que permite la extracción de respuestas.

El antecedente puede ser una conjunción de condiciones, denominada **secuencia de objetivos**, en donde los objetivos terminan su ejecución en éxito (verdadero) o en fracaso (falso).

Unificación → cada objetivo determina un subconjunto de cláusulas susceptibles de ser ejecutadas, cada una de ellas llamada **punto de elección**. (<https://www.youtube.com/watch?v=Zm5m8defbbl>)

A3. Razonamiento Lógico

3. Sistemas inferenciales.

Los **sistemas inferenciales**, también llamados motor de inferencias o sistemas de producción, son aquéllos que ejecutan los procesos inferenciales:

- Basados en una base de datos → sentencias
- Partiendo de un estado inicial → premisas
- Aplicando operadores → reglas de inferencia
- Obteniendo conclusiones.



A3. Razonamiento Lógico

3. Sistemas inferenciales.

Los **sistemas inferenciales** realizan un **razonamiento monótono**, debido a que las conclusiones que obtienen son siempre definitivas y que, las posteriores conclusiones, NUNCA invalidarán las conclusiones anteriores.



A3. Razonamiento Lógico

3.1. Conceptos claves.

Los conceptos claves asociados a los sistemas inferenciales son los siguientes:

- **Hecho** → declaración, cláusula o proposición (cierta o falsa) que establece una relación entre objetos y representa la forma más sencilla de sentencia.

“Fulgencio es Humano”

humano(fulgencio) .

- **Regla** → implicación o inferencia lógica que deduce un nuevo conocimiento, que permite definir nuevas relaciones a partir de otras ya existentes.

“x es mortal si x es humano”

mortal (X) :- humano (X) .

Las reglas pueden ser de dos tipos en función de su dirección:

- **Causales** → si la causa motiva un efecto:
 - Deductivas.
 - Puede admitir incertidumbre.
- **De diagnóstico** → si el efecto es motivado por una posible causa:
 - No deductivas → razonamiento basado en hipótesis.
 - Siempre hay incertidumbre.
- **Consulta** → especificación del problema, de la proposición a demostrar o del objetivo.

Humano (fulgencio) .

Mortal (X) :- humano (X) .

?- mortal(fulgencio) .

True.

Hecho

Regla

Consulta

Respuesta

A3. Razonamiento Lógico

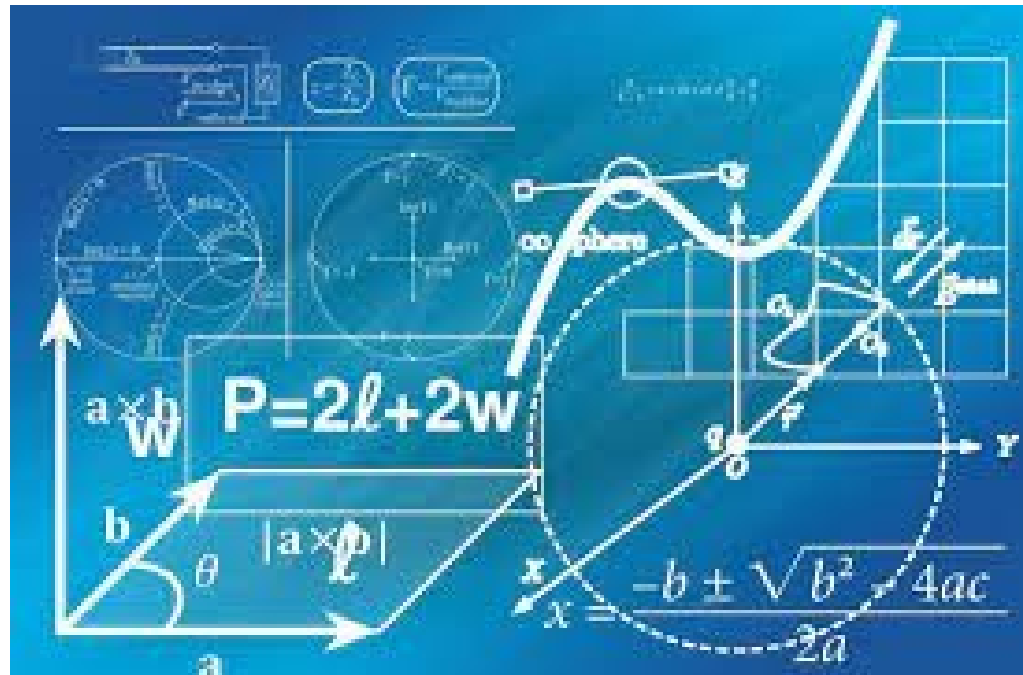
3.2. Propiedades.

Un sistema inferencial debe cumplir obligatoriamente las siguientes propiedades para ser utilizable:

- **Consistencia** → toda conclusión C obtenida es tal que las premisas implican a C .
- **Completitud** → si las premisas implican a C , entonces, el proceso que genera el sistema es tal que, en alguno de sus estados, está incluida C

El sistema inferencial, formado por las reglas de resolución y refutación, para la lógica de proposiciones es:

- **Consistente** → debido a que la regla de resolución se fundamenta en una tesis.
- **Completo** → si consideramos las conclusiones triviales.



A3. Razonamiento Lógico

3.3. Hipótesis de mundo cerrado.

De acuerdo con todo lo definido por la lógica clásica, para que los razonamientos sigan siendo válidos en ausencia de información, los sistemas inferenciales deben asumir la **hipótesis de mundo cerrado**.

Hipótesis de mundo cerrado → todo lo que no se sabe es falso.

Según esta hipótesis, si fuera falsa, el sistema de inferencias podría llegar a contradicciones y no podría aplicar razonamientos monótonos.

