

A4. Razonamiento con Incertidumbre



XUNTA DE GALICIA

CONSELLERÍA DE CULTURA,
EDUCACIÓN E UNIVERSIDADE

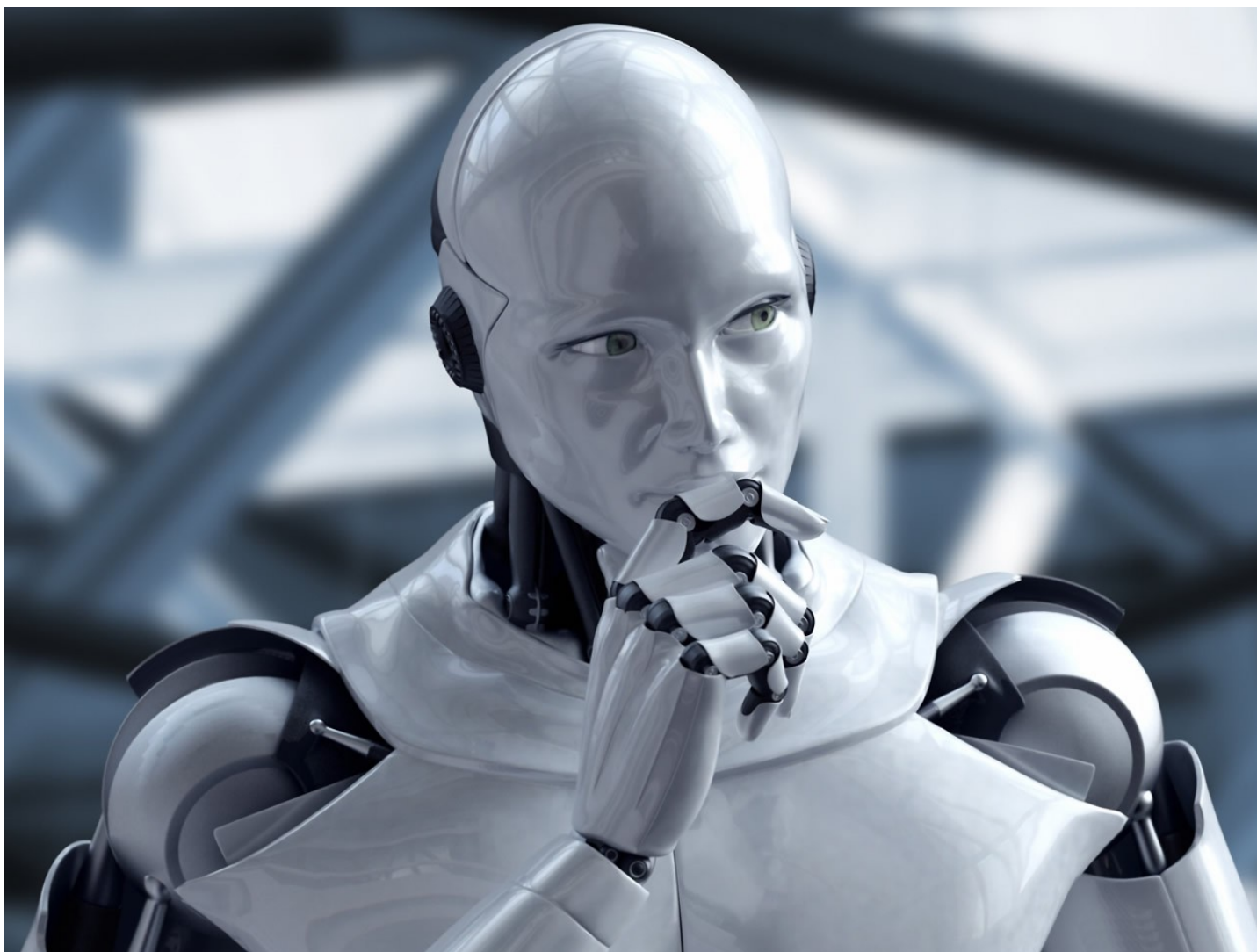


IES de Teis

Avda. de Galicia, 101
36216 – Vigo
886 12 04 64
ies.teis@edu.xunta.es



*Unión Europea-
NextGenerationEU*



A4. Razonamiento con Incertidumbre

Índice.

1.	Razonamiento con incertidumbre.....	3
1.1.	Sistema basado en el conocimiento.....	3
1.2.	Formalismos de representación del conocimiento.....	4
1.3.	Conocimiento categórico.....	5
1.4.	Inconvenientes del conocimiento categórico.....	8
1.5.	Razonamiento con incertidumbre.....	9
1.6.	Principio de incompatibilidad de Zadeh.....	11
1.7.	Incertidumbre e imprecisión.....	12
1.8.	Grado de creencia vs grado de verdad.....	14
2.	Modelos de tratamiento de la incertidumbre.....	15
2.1.	Extensión del modelo Objeto-Atributo-Valor (OAV).....	15
2.2.	Modelos teóricos.....	17
2.2.1.	Extensión de la lógica.....	18
2.2.1.1.	Lógica de predicados de orden superior.....	19
2.2.1.2.	Lógica multivalorada.....	21
2.2.1.3.	Lógica no monótona.....	22
2.2.1.4.	Lógica modal.....	24
2.2.1.5.	Lógica borrosa.....	25
2.2.2.	Teoría de la evidencia (credibilidad y plausibilidad).....	26
2.2.3.	Teoría de la posibilidad (necesidad y posibilidad).....	27
2.3.	Modelos heurísticos.....	28
2.3.1.	Taxonomía de Bloom (MYCIN).....	29
2.3.2.	Teoría de la inferencia bayesiana (PROSPECTOR).....	33

A4. Razonamiento con Incertidumbre

1.1. Sistema basado en el conocimiento.

Un **sistema basado en el conocimiento** es un programa que resuelve problemas usando un determinado dominio de conocimiento.

A veces se los llama sistemas expertos.



A4. Razonamiento con Incertidumbre

1.2. Formalismos de representación del conocimiento.

Los formalismos de representación del conocimiento tienen los siguientes requisitos:

- Potencia expresiva.
- Facilidad de interpretación.
- Eficiencia deductiva.
- Posibilidad de explicación y justificación.

Los formalismos de representación del conocimiento pueden ser:

- Reglas.
- Redes semánticas.
- Lógicas de descripción.
- Lógica de primer orden.
- Redes bayesianas, ...

Cada formalismo de representación usa un método específico de inferencia:

- Razonamiento hacia adelante.
- Razonamiento hacia atrás (SLD-resolution).
- Tableros.
- Resolución.
- Cálculo de probabilidades, ...

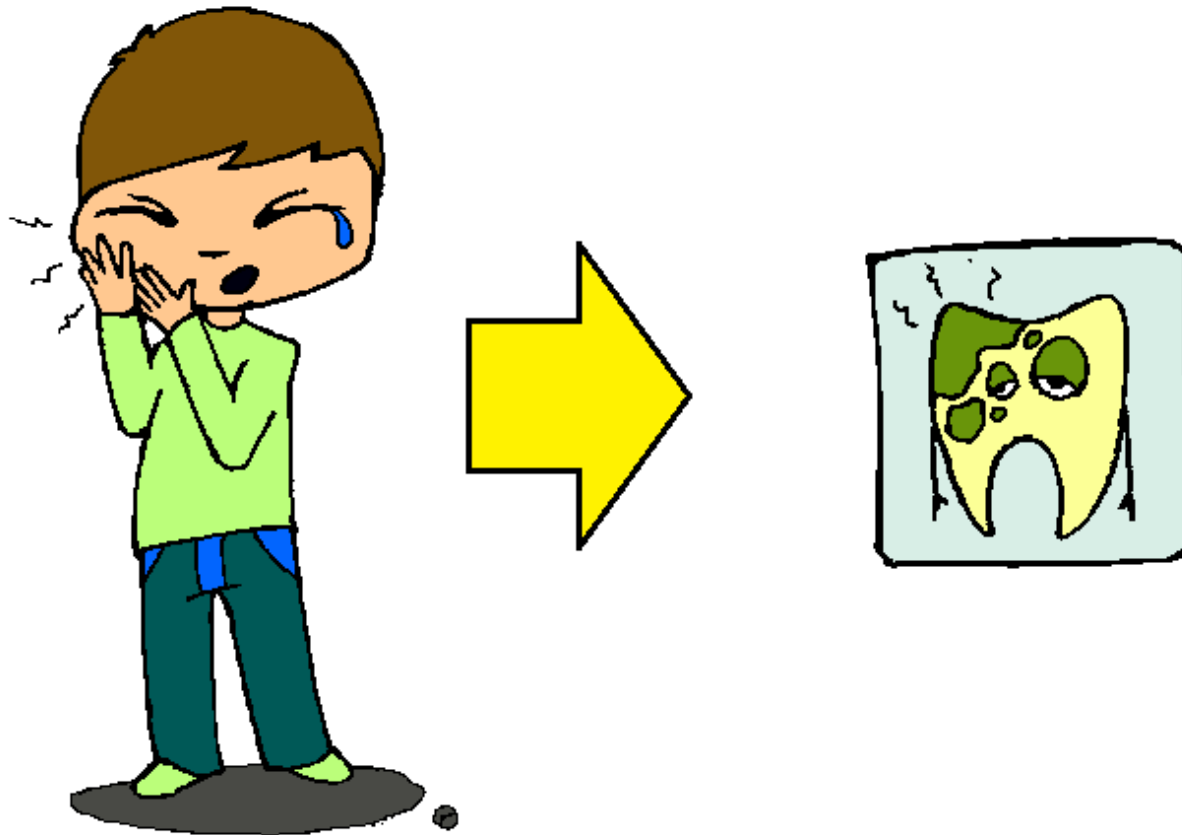


A4. Razonamiento con Incertidumbre

1.3. Conocimiento categórico.

El conocimiento categórico expresado mediante reglas sería del siguiente estilo:

**Si Sintoma = Dolor de muelas
entonces Enfermedad = Caries**



A4. Razonamiento con Incertidumbre

1.3. Conocimiento categórico.

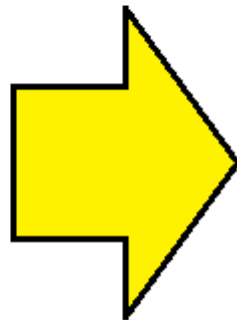
¿Esta regla, en verdad, expresa un conocimiento correcto?



A4. Razonamiento con Incertidumbre

1.3. Conocimiento categórico.

Quizás sería mejor un conocimiento más exhaustivo.



**Si Sintoma = Dolor de muelas
entonces Enfermedad = Caries O
Enfermedad = Sinusitis O
Enfermedad = Muela del juicio O
.....**

A4. Razonamiento con Incertidumbre

1.4. Inconvenientes del conocimiento categórico.

¿Por qué el conocimiento exacto y preciso NO nos sirve?

El conocimiento categórico está muy bien, pero la Ciencia y la Investigación hacen progresar el Conocimiento Científico, Médico, etc, a niveles inimaginables.

Otras razones serían las siguientes:

- Demasiado trabajo para ser exhaustivo.
- Desconocimiento teórico → no hay información completa.
- Desconocimiento práctico → aún conociendo todas las reglas, no se pueden aplicar.



A4. Razonamiento con Incertidumbre

1.5. Razonamiento con incertidumbre.

Los mecanismos de representación del conocimiento vistos hasta ahora se basan en la lógica bajo estos supuestos:

- Todo hecho sobre el que razonemos debe poder ser evaluado como cierto o falso.
- Para poder razonar se necesita tener todos los hechos a disposición.



A4. Razonamiento con Incertidumbre

1.5. Razonamiento con incertidumbre.

Sin embargo, en la práctica existen una infinidad de problemas como los siguientes:

- Dificultad para representar un conocimiento que cubra todos los hechos relevantes del problema.
- Existencia de dominios en los que se desconocen todos los hechos y reglas necesarias para hallar la solución.
- Existencia de problemas en los que, aún teniendo las reglas de resolución, no se dispone de toda la información necesaria o si no hay confianza en ellas.
- Si en todos los problemas las reglas no se aplican siempre o su confianza cambia en función de la confianza en los hechos.

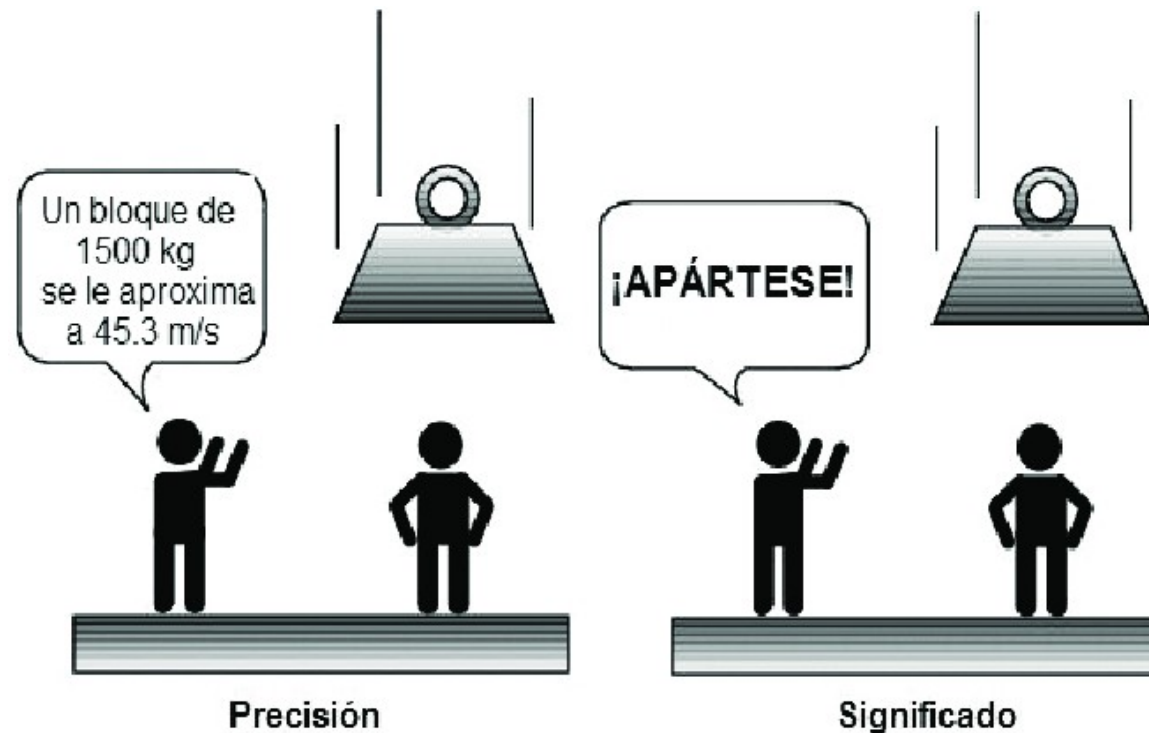


A4. Razonamiento con Incertidumbre

1.6. Principio de incompatibilidad de Zadeh.

Principio de incompatibilidad de Zadeh (1973) → “A mayor complejidad del sistema, menos precisos somos al definir su comportamiento. Cuando esto alcanza un Umbral, la precisión y relevancia son mutuamente excluyentes”.

“A medida que aumenta la complejidad de un sistema, nuestra capacidad para hacer afirmaciones sobre su comportamiento que sean precisas y, al mismo tiempo, significativas, va disminuyendo, hasta alcanzar un umbral por debajo del cual **precisión** y **significación** (o pertinencia) llegan a ser características casi mutuamente excluyentes”.



A4. Razonamiento con Incertidumbre

1.7. Incertidumbre e imprecisión.

Proposición incierta → si la variable de una proposición toma un valor verdadero o falso, pero NO se conoce o NO se puede determinar.

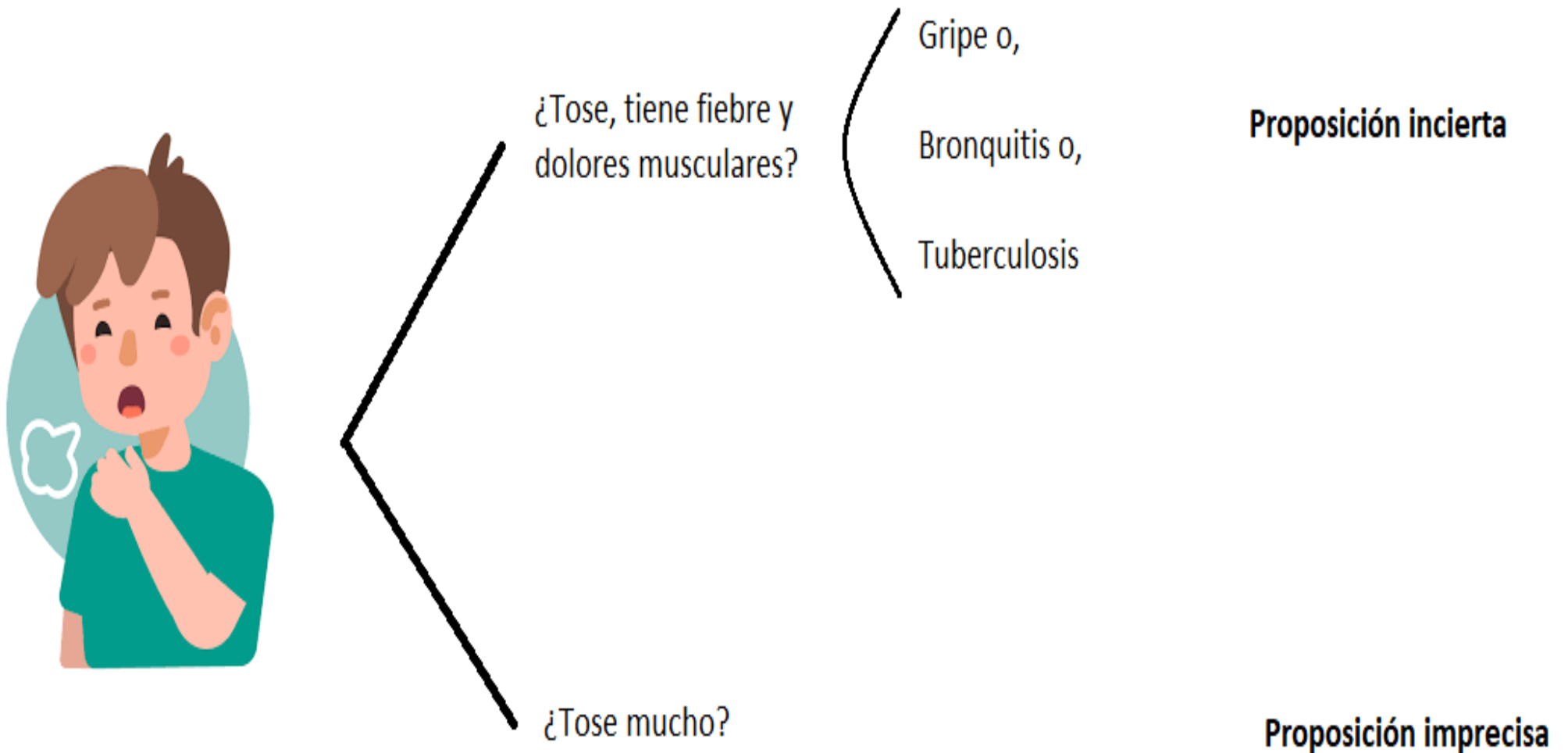


Proposición imprecisa → si la variable de una proposición toma un valor pero NO puede determinarse con exactitud.



A4. Razonamiento con Incertidumbre

1.7. Incertidumbre e imprecisión.



A4. Razonamiento con Incertidumbre

1.8. Grado de creencia vs grado de verdad.

Grado de creencia → si la incertidumbre de una proposición hace que sea verdadera (o falsa), pero lo desconocemos.



¿Me quiere o no me quiere?



Grado de verdad → si la imprecisión de una proposición toma un valor pero lo desconocemos. Es una apreciación subjetiva.



¿Llueve mucho o poco?



¿Tienes fiebre?

A4. Razonamiento con Incertidumbre

2. Modelos de tratamiento de la incertidumbre.

La representación de la incertidumbre e imprecisión se ha realizado a través varios modelos:

- **Extensión del modelo Objeto-Atributo-Valor (OAV).**
- **Modelos teóricos.**
 - Extensión de la lógica.
 - Lógica de predicados de orden superior.
 - Lógica multivalorada.
 - Lógica no monótona.
 - Lógica modal.
 - Lógica borrosa.
 - Teoría de la evidencia (credibilidad y plausibilidad).
 - Teoría de la posibilidad (necesidad y posibilidad).
- **Modelos heurísticos.**
 - Factores de incertidumbre (MYCIN).
 - Teoría de inferencia bayesiana (PROSPECTOR).



A4. Razonamiento con Incertidumbre

2.1. Extensión del modelo Objeto-Atributo-Valor (OAV).

La información **conocida y exacta** es fácil de representar mediante el modelo objeto-atributo-valor:

<i>Objeto</i>	<i>Atributo</i>	<i>Valor</i>
<i>Manzana</i>	<i>color</i>	<i>rojo</i>
<i>Manzana</i>	<i>tipo</i>	<i>California</i>
<i>Uvas</i>	<i>color</i>	<i>verde</i>
<i>Uvas</i>	<i>tipo</i>	<i>con semilla</i>

Pero, en el mundo real, la exactitud de los valores de todos los elementos de la vida es inexacto e impreciso, por lo que se debe añadir un factor de error en el valor, denominado confianza en el elemento de información (o fiabilidad).

A4. Razonamiento con Incertidumbre

2.1. Extensión del modelo Objeto-Atributo-Valor (OAV).

La **información imperfecta** se puede modelar computacionalmente extendiendo el modelo típico de objeto-atributo-valor y añadiendo un factor de confianza en el ítem de información (su fiabilidad).

ítem de información = (objeto, atributo, valor, confianza)

objeto	→ entidad la que se refiere la información
atributo	→ función vinculada a un valor o valores
valor	→ subconjunto del dominio de referencia asociado al atributo
confianza	→ fiabilidad del ítem de información

<i>Objeto</i>	<i>Atributo</i>	<i>Valor</i>	<i>Confianza</i>
<i>Manzana</i>	<i>color</i>	<i>rojo</i>	<i>50 %</i>
<i>Manzana</i>	<i>tipo</i>	<i>California</i>	<i>35 %</i>
<i>Uvas</i>	<i>color</i>	<i>verde</i>	<i>75 %</i>
<i>Uvas</i>	<i>tipo</i>	<i>con semilla</i>	<i>100 %</i>

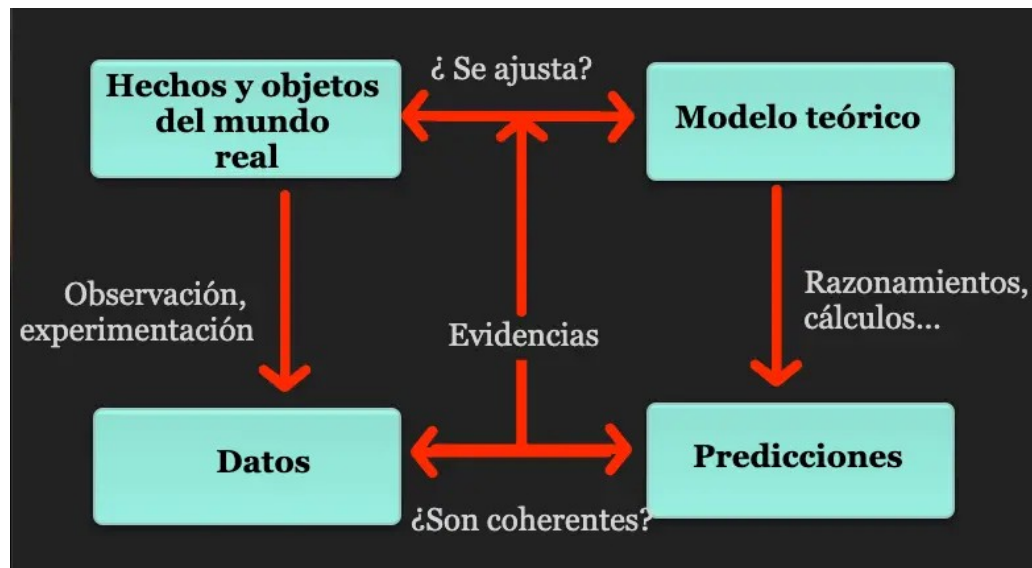
A4. Razonamiento con Incertidumbre

2.2. Modelos teóricos.

2.2.1. Extensión de la lógica.

El modelo lógico de representación tiene las siguientes variantes:

- Lógica de predicados de orden superior. *Todos los hombres son mortales*
- Lógica multivalorada. *Los hombres son mortales al 99,99%*
- Lógica no monótona. *Los hombres son mortales, de momento*
- Lógica modal. *Es posible que no todos los hombres sean mortales*
- Lógica borrosa. *La mayoría de los hombres son mortales*



A4. Razonamiento con Incertidumbre

2.2.1.1. Extensión de la lógica: lógica de predicados de orden superior.

La **lógica de predicados de primer orden** presenta las siguientes propiedades:

- Se atribuyen a individuos y significan propiedades de dichos individuos.
- Los cuantificadores se refieren a objetos individuales.
- Las constantes y las variables son individuales.

Una **proposición** es una oración completa en la que se afirma algo acerca de un sujeto identificado.

Una **sentencia** es una oración completa en la que se afirma algo de un sujeto, que puede ser una constante o una variable.

Un **predicado** es una expresión lingüística que puede conectarse con una o varias expresiones para formar una oración.

A4. Razonamiento con Incertidumbre

2.2.1.1. Extensión de la lógica: lógica de predicados de orden superior.

La **lógica de predicados de orden superior** presenta las siguientes propiedades:

- Hay predicados de predicados que NO se atribuyen a objetos individuales SINO a otros predicados.
- Cuantificación de los predicados y uso como argumentos para expresar relaciones entre relaciones a través de:
 - Propiedades de relaciones.
 - Relaciones entre propiedades.

La reificación (reification) permite pasar a considerar las relaciones como objetos.

Todos los hombres son mortales

$H(x) = x$ es hombre

$M(x) = x$ es mortal

$\forall x, H(x) \rightarrow M(x)$

Algunas niñas son rubias

$N(x) = x$ es niña

$R(x) = x$ es rubia

$\exists x : N(x) \wedge R(x)$

A4. Razonamiento con Incertidumbre

2.2.1.2. Extensión de la lógica: lógica multivalorada.

La **lógica de multivalorada** extiende la lógica booleana (verdadero y falso) con un número que indica el grado de satisfacción de cada sentencia, y cuyo valor oscila entre absolutamente verdadero (1) y absolutamente falso (0).

Emplea la misma sintaxis que la lógica binaria, pero ahora cada sentencia tiene un cierto **grado de satisfacción** $g(S)$ entre 0 y 1.

Reglas de Lukasiewicz → calculan el $g(S)$ de una sentencia completa a partir de los $g(S)$ de sus componentes (operadores AND y OR, implicación lógica, etc.).

$$g(\neg S) = 1 - g(S)$$

$$g(S1 \wedge S2) = \min(g(S1), g(S2))$$

$$g(S1 \vee S2) = \max(g(S1), g(S2))$$

$$g(S1 \Rightarrow S2) = \begin{cases} 1 & \text{si } g(S1) \leq g(S2) \\ 1 - g(S1) + g(S2) & \text{si } g(S1) \geq g(S2) \end{cases}$$

$$g(S1 \Rightarrow S2) = \max(1 - g(S1), \min(g(S1), g(S2)))$$

corresponde a $\neg S1 \vee (S1 \wedge S2)$

A4. Razonamiento con Incertidumbre

2.2.1.3. Extensión de la lógica: lógica no monótona.

La **lógica clásica** tiene un carácter monótono, es decir, dado un conjunto de sentencias $S1$ tal que se puede inferir C , al añadir otro conjunto de sentencias $S2$, se tiene que seguir infiriendo C a partir de $S1 \cup S2$.

$$S1 \rightarrow C$$

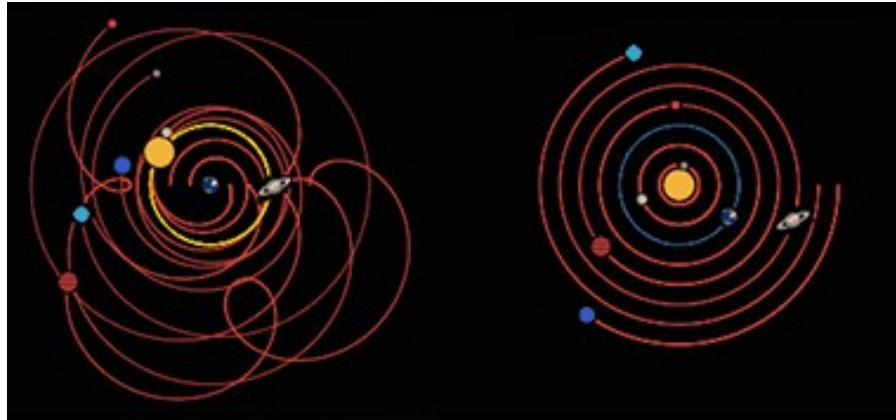
$$S1 \cup S2 \rightarrow C$$



A4. Razonamiento con Incertidumbre

2.2.1.3. Extensión de la lógica: lógica no monótona.

Con la **lógica no monótona**, a medida que avanza el proceso inferencial, las nuevas evidencias o acciones del mismo sistema **pueden** anular premisas o conclusiones que resulten inconsistentes a medida que avanza el proceso inferencial. Así se puede modelar la incertidumbre en entornos cambiantes.



Razonamiento por defecto → válido mientras no se demuestre lo contrario, crea reglas o leyes provisionales para resolver problemas en los que se carece de una teoría sólida y contrastadas.

Razonamiento de sentido común → establece conclusiones a partir de información parcial, que se pueden revisar o desechar al obtener nueva información o evidencia del dominio.

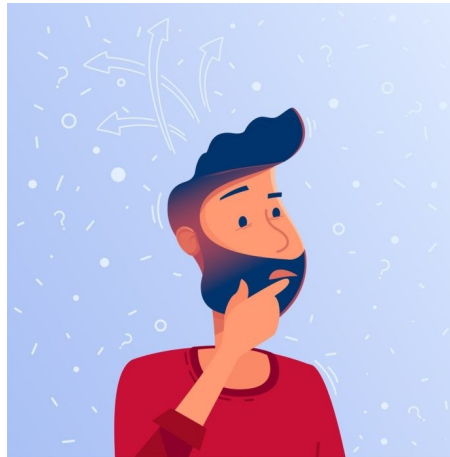
A4. Razonamiento con Incertidumbre

2.2.1.4. Extensión de la lógica: lógica modal.

La **lógica modal** se basa en incluir unos tipos especiales de predicados sobre predicados, llamados modalidades u operadores modales (“creo que X”, “es necesario que X”, ...):

- Una proposición es **posible** si puede ser verdadera, independientemente de que lo sea o no.
- Una proposición es **necesaria** si no es posible que sea falsa.
- Una proposición es **contingente** si no es necesariamente verdadera, es decir, si es posiblemente verdadera y posiblemente falsa.

La lógica modal es **intencional**, es decir, el valor de verdad de una proposición compleja afectada por una modalidad no puede determinarse a partir del valor de verdad de sus proposiciones elementales.



La **lógica modal** intenta acercarse más al pensamiento humano y al lenguaje natural, y lo hace complementando la lógica de predicados con modalidades que indican las condiciones en las que cada proposición es cierta o falsa, centrándose en el estudio de los argumentos y agregando elementos relacionados con la posibilidad de que el enunciado sea verdadero o falso.

Estas modalidades introducen la incertidumbre y la imprecisión en los razonamientos lógicos.

La lógica modal es la base de la arquitectura de agentes BDI (creencias, deseos, intenciones).

A4. Razonamiento con Incertidumbre

2.2.1.5. Extensión de la lógica: lógica borrosa.

La **lógica borrosa o lógica difusa (fuzzy logic)** va más allá de la lógica multivalorada porque no sólo existe una infinidad de valores semánticos entre verdadero y falso, SINO que además son imprecisos.

En estos valores semánticos intervienen matices imposibles de abordar con la simple extensión del conjunto de valores de satisfacción de las sentencias.

La **lógica borrosa** se basa en el concepto de conjunto borroso:

Alguien no es niño al llegar a los 5 años y deja de serlo a los 12 de forma abrupta; SINO que deja de ser bebé y pasa a ser niño progresivamente, y luego va dejando de ser niño para convertirse en joven, también de forma progresiva.



A4. Razonamiento con Incertidumbre

2.2.2. Teoría de la evidencia (credibilidad y plausibilidad).

La **teoría de la evidencia** es una extensión a la teoría de la probabilidad para describir la incertidumbre en la evidencia, ya los autores (Dempster y Shafer) consideraban que ciertas situaciones no se representaban adecuadamente en dicha teoría:

- La ignorancia.
- La creencia no asignada.

La probabilidad no distingue entre ignorancia e incertidumbre debido a información incompleta.

La **teoría de la evidencia** se basa en incluir un factor para establecer una distinción entre la ignorancia (no saber) y una creencia no asignada (no estar seguro de cuánto de cierto o inseguro es): grado de creencia, grado de duda, grado de verosimilitud o plausibilidad, intervalo de creencia, ...

- No precisa un modelo completo de probabilidad.
- Intenta sacar beneficio de la utilización de un conjunto de hipótesis en lugar de hipótesis por separado.
- Reasigna probabilidades de creencia en la hipótesis cuando cambian las evidencias.
- Modela la disminución del conjunto de hipótesis de trabajo a partir de la acumulación de evidencias.



A4. Razonamiento con Incertidumbre

2.2.3. Teoría de la posibilidad (necesidad y posibilidad).

La **teoría de la posibilidad** se enmarca dentro de la Teoría de Conjuntos Difusos y fue propuesta por Lofti A. Zadeh como un marco en el que estudiar las medidas de posibilidad y necesidad como límites superiores e inferiores de una medida de probabilidad.

La **teoría de la posibilidad** se basa en que el lenguaje natural utiliza predicados vagos o difusos, cuyo significado es difícil de precisar.

La incertidumbre de un elemento de información hace referencia a la verdad de esa información, en cuanto a su conformidad con el conocimiento que se posee del mundo real.

<atributo, objeto, valor, credibilidad>

El valor de verdad de una alternativa queda delimitado dentro de las cotas máxima y mínima, que representan las medidas de posibilidad y necesidad.



A4. Razonamiento con Incertidumbre

2.3. Modelos heurísticos.

Los **modelos heurísticos** son una serie de estrategias cognitivas para procesar información limitada de forma sencilla, con poco esfuerzo y en tiempo real. Es una estrategia bastante eficaz para la toma de decisiones.

Los **modelos heurísticos** presentan las siguientes características:

- Convierten tareas complejas en sencilla.
- Utilidad para la vida diaria.
- Conducen a errores.

Los **modelos heurísticos** evalúan la probabilidad en función de la facilidad con la que vienen a la mente ejemplos de ese tipo, realizando estimaciones a partir de un valor inicial para producir una respuesta final.

Algunos ejemplos de modelos heurísticos son:

- Factores de incertidumbre → MYCIN
- Teoría de inferencia bayesiana → PROSPECTOR

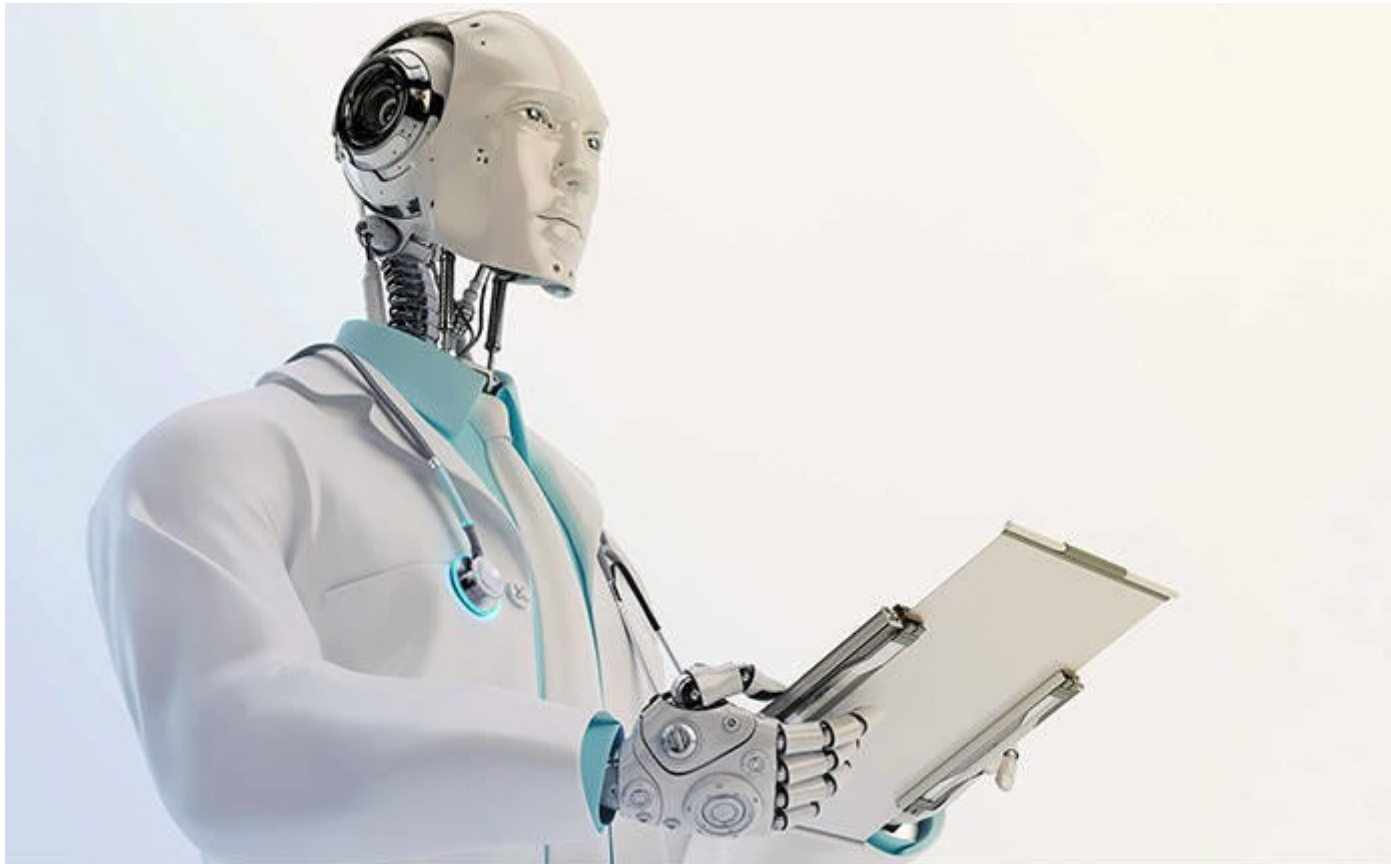


A4. Razonamiento con Incertidumbre

2.3.1. Taxonomía de Bloom (MYCIN).

MYCIN fue uno de los primeros sistemas expertos de la historia de la IA, se desarrolló a principios de los 70 por Edward Shortliffe en la Universidad de Stanford, y bajo la intención de facilitar el diagnóstico de enfermedades de la sangre, ayudando a los doctores y ahorrándoles tiempo.

Función principal → diagnóstico de enfermedades infecciosas de la sangre, siendo capaz de razonar el proceso seguido para llegar a los diagnósticos y de recetar medicaciones personalizadas a cada paciente.



A4. Razonamiento con Incertidumbre

2.3.1. Taxonomía de Bloom (MYCIN).

Los creadores de MYCIN decidieron NO aplicar probabilidad porque requiere un ingente número de datos o numerosas aproximaciones y suposiciones.

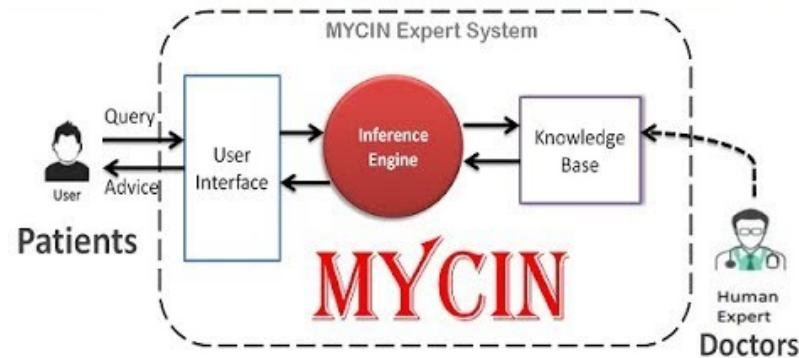
Técnica → basada en factores de certeza y fórmulas de cálculo.

$$f_{co}: \begin{aligned} c &= c_1 + c_2 - c_1 \cdot c_2 \text{ si } c_1 \cdot c_2 > 0 \\ c &= \frac{c_1 + c_2}{1 - \min(|c_1|, |c_2|)} \text{ si } c_1 \cdot c_2 < 0 \end{aligned}$$

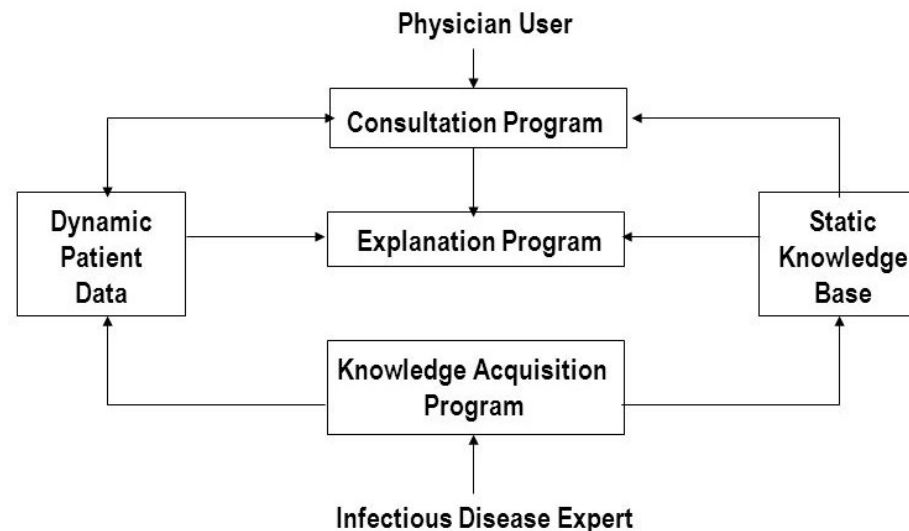
- R1: Si tiene fiebre entonces padece gripe (0,5)
 - R2: Si tiene fiebre entonces padece bronquitis (0,1)
 - R3: Si tiene fiebre entonces padece tuberculosis (0,4)
 - R4: Si tose mucho entonces padece gripe (0,1)
 - R5: Si tose mucho entonces padece bronquitis (0,7)
 - R6: Si tose mucho entonces padece tuberculosis (0,2)
 - R7: Si tiene dolores musculares entonces padece gripe (0,7)
 - R8: Si tiene dolores musculares entonces padece bronquitis (0,2)
 - R9: Si tiene dolores musculares entonces padece tuberculosis (0,1)
- evidencia: fiebre (-0,8), tos (0,9), dolores (1,0)

A4. Razonamiento con Incertidumbre

2.3.1. Taxonomía de Bloom (MYCIN).



Método → un sencillo motor de inferencia que manejaba una base de conocimiento de, aproximadamente, unas 600 reglas causa-efecto. El programa hacía una serie de preguntas que había que responder afirmativa o negativamente, y al final mostraba una serie de posibles enfermedades ordenadas según probabilidad, una explicación del por qué de cada diagnóstico y recomendaciones sobre el tratamiento a seguir.



A4. Razonamiento con Incertidumbre

2.3.1. Taxonomía de Bloom (MYCIN).

Resultados → la tasa de aciertos era aproximadamente del 65%, muy superior a la de otros médicos no especializados en el diagnóstico de infecciones bacterianas, pero inferior al 80% de los médicos especializados.

Curiosamente, jamás se usó en la práctica.



Problemas:

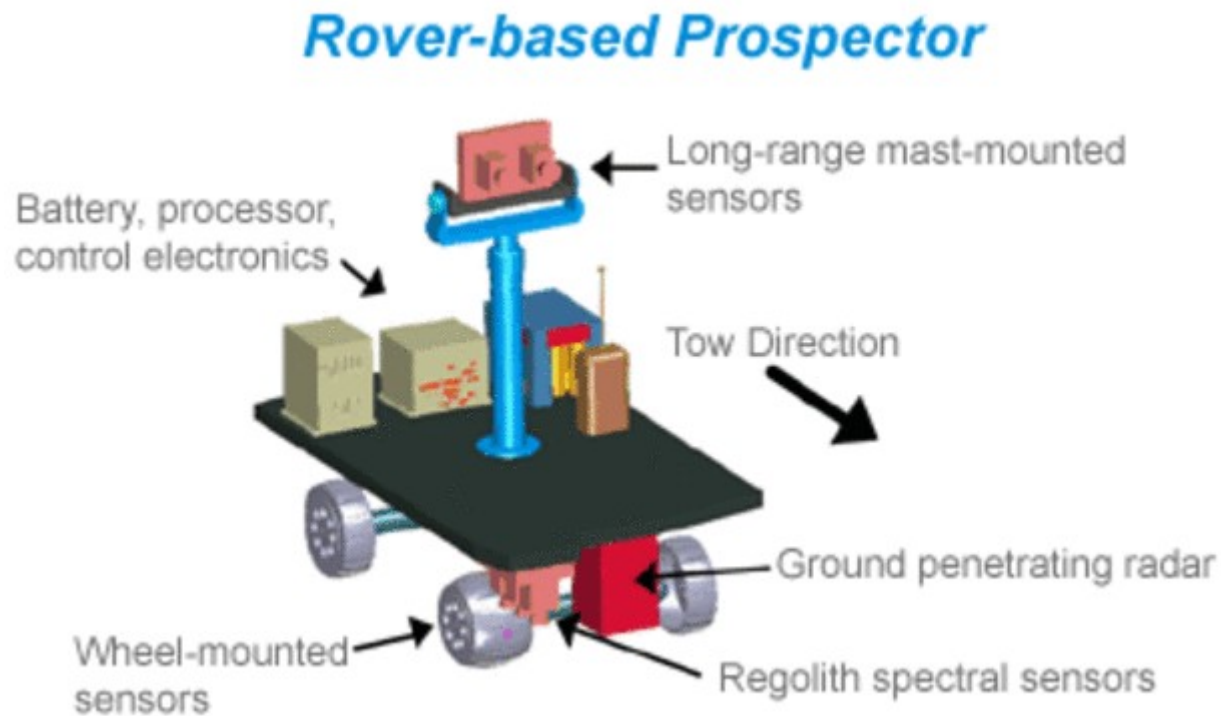
- Debilidades que presentaba el programa.
- Cuestiones éticas y legales → responsabilidad de la salud de una persona a una máquina.
- Excesiva dificultad en el mantenimiento del programa.

A4. Razonamiento con Incertidumbre

2.3.2. Teoría de inferencia bayesiana (PROSPECTOR).

El sistema experto PROSPECTOR fue desarrollado en 1978 por la Universidad de Stanford y sirvió para interpretar datos de las muestras de material mineral y detectar yacimientos de depósitos minerales (petróleo, gas natural, helio).

Técnica → unas 1600 reglas con probabilidades condicionadas de que un suceso dado sea debido a una causa (hipótesis) determinada, modeladas bajo el teorema de Bayes.



A4. Razonamiento con Incertidumbre

2.3.2. Teoría de inferencia bayesiana (PROSPECTOR).

Tabla 6.1 Espacio de probabilidades conjuntas "tipo de trastorno" y "curación o no" después de tratamiento.				
HIPÓTESIS	P(H)	DATOS	P (D/H)	P (H) x P (D/H)
Depresión H1	0,30	Curación	0,50	$P(\text{dep}) \text{ y } C \text{dep}) = 0,30 \times 0,50 = 0,15$
		No curación	0,50	$P(\text{dep}) \text{ y no } C \text{dep}) = 0,30 \times 0,50 = 0,15$
Fobias H2	0,20	Curación	0,70	$P(\text{fob}) \text{ y } C \text{fob}) = 0,20 \times 0,70 = 0,14$
		No curación	0,30	$P(\text{fob}) \text{ y no } C \text{fob}) = 0,20 \times 0,30 = 0,06$
Ansiedad H3	0,50	Curación	0,40	$P(\text{ans}) \text{ y } C \text{ans}) = 0,50 \times 0,40 = 0,20$
		No curación	0,60	$P(\text{ans}) \text{ y no } C \text{ans}) = 0,50 \times 0,60 = 0,30$
Hipótesis	Probabilidad asociada	Curación o no	Prob. del DATO	$P(\text{total}) = 0,15 + 0,15 + 0,14 + 0,06 + 0,20 + 0,30 = 1$

Probabilidad a priori de la hipótesis → $P(H)$

Diagnóstico del Dato para la hipótesis → $P(D|H)$

$P(\text{curación}|\text{depresión})$

Probabilidad conjunta de dos sucesos dependientes → $P(H) \times P(D|H)$

Probabilidad condicional inversa → inversa de la condicional $P(D|H)$, es la probabilidad condicional de curarse habiendo sido diagnosticado de depresión $P(\text{curarse}|\text{depresión})$

$$P(H_1 | D) = \frac{P(H_1) \times P(D | H_1)}{[P(H_1) \times P(D | H_1)] + [P(H_2) \times P(D | H_2)] + [P(H_3) \times P(D | H_3)]}$$

$P(\text{depresión}) \times P(\text{curación}|\text{depresión}) + P(\text{fobia}) \times P(\text{cura}|\text{fobia}) + P(\text{ansiedad}) \times P(\text{cura}|\text{ansiedad})$

$$P(H_1 | D) = \frac{0,30 \times 0,50}{(0,30 \times 0,50) + (0,20 \times 0,70) + (0,50 \times 0,40)} = 0,30$$