

# 1 Импульс движения тела

Центр масс системы	Формулы и свойства
Определение	$\vec{R}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$
Скорость системы	$\vec{V}_c = \frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i}$
Импульс системы	$\vec{P}_c = M\vec{V}_c = \sum m_i \vec{v}_i$

Уравнение Мещерского	Схема процессов массы
$m(t) \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{u}_1 \frac{dm_1}{dt} - \vec{u}_2 \frac{dm_2}{dt} + \vec{F}$ <p> <math>m(t)</math> – мгновенная масса  <math>\vec{u}_1 = \vec{v}_1 - \vec{v}</math> (отн. присоединение)  <math>\vec{u}_2 = \vec{v}_2 - \vec{v}</math> (отн. выброс)  <math>\vec{F}</math> – внешние силы         </p>	

## 2 Вращательное движение твёрдого тела

Поступательное движение	Вращательное движение
$\vec{r}$	$\alpha$
$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \quad \left[\frac{\text{м}}{\text{с}}\right]$	$\frac{d\alpha}{dt} = \vec{\omega} \quad \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right]$
$\vec{f}$ сила	$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{f}]$ момент силы
$m$ масса	$I$ момент инерции
$\vec{p} = m\vec{v}$ импульс	$\vec{L} = I\vec{\omega}$ момент импульса
$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{f}$	$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$

Таблица 1: Сравнение параметров движения

Тип системы	Формула момента инерции
Точечные массы	$I = \sum_i m_i r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2$
Непрерывное тело	$I = \int r^2 dm = \int_V \rho(\vec{r}) r^2 dV$
Линейная плотность	$I = \int r^2 dm = \int_L \lambda(l) r^2 dl, \quad dm = \lambda dl$
Поверхностная плотность	$I = \int r^2 dm = \int_S \sigma(\vec{r}) r^2 dS, \quad dm = \sigma dS$

Таблица 2: Общие формулы для вычисления момента инерции

Теорема Гюйгенса-Штейнера	Схема
$I_{\text{new}} = I_{\text{ц.м.}} + md^2$	

Тело	Ось вращения	Момент инерции
Стержень	Через центр	$\frac{1}{12}mL^2$
Стержень	Через конец	$\frac{1}{3}mL^2$
Кольцо	Через центр	$mR^2$
Диск	Через центр	$\frac{1}{2}mR^2$
Шар	Через центр	$\frac{2}{5}mR^2$
Сфера	Через центр	$\frac{2}{3}mR^2$
Цилиндр	Ось симметрии	$\frac{1}{2}mR^2$
Пластина $a \times b$	Через центр	$\frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$

Таблица 3: Моменты инерции однородных тел

### 3 Работа, мощность, энергия

Работа и мощность	Формулы
Механическая работа	$A = \int_L \vec{F} \cdot d\vec{r} = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cos \alpha$
Мощность	$P = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = F v \cos \alpha$

Энергия	Формулы и определения
Полная механическая энергия	$E = K + T + U$ $K$ – поступательная кинетическая $T$ – вращательная кинетическая $U$ – потенциальная энергия
Кинетические энергии	$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad T = \frac{1}{2}I\omega^2$
Закон сохранения механической энергии	$E_1 = E_2$ для консервативных систем
Консервативные силы	$\vec{F} = -\nabla U = -\text{grad } U^1$ $A_{1 \rightarrow 2} = U_1 - U_2$
Примеры потенциальных энергий	Гравитация: $U = mgh$ Упругость: $U = \frac{1}{2}kx^2$ Кулоновская: $U = \frac{kq_1q_2}{r}$

---

<sup>1</sup> $\nabla$  – оператор набла (градиент):  $\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$