

ФГАОУ ВО «НИУ ИТМО»  
ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ  
И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ

## Лабораторная работа №2

### Построение конформных отображений

(по дисциплине «Теория функций комплексного переменного»)

**Выполнил:**

Лабин Макар Андреевич,  
ТФКП 22.4, Р3231, 466449.

**Проверил:**

Поздняков Семён Сергеевич



г. Санкт-Петербург, Россия  
2025

# 1 Постановка задач

В ходе лабораторной работы *по варианту №15* будут выполнены следующие задачи:

1. Аналитически описать заданные множества.
2. Воспользовавшись композицией классических преобразований, составить конформное отображение, которое переводит первую область во вторую.
3. Составить обратное отображение, переводящее второе множество в первое.
4. На любом удобном языке программирования написать программу, которая изобразит первое множество и все этапы его преобразования во второе. Достаточно наглядным будет взять набор точек множества, передающий его форму (*может понадобится сделать набор «более плотным» в какой-то части множества*).

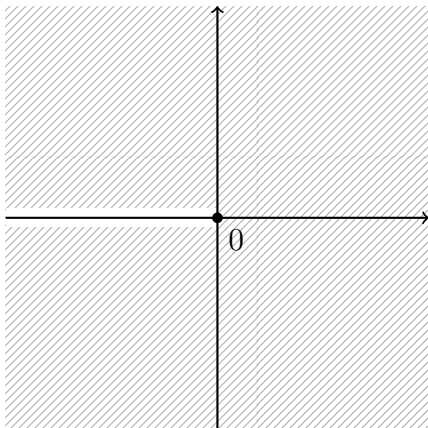


Рисунок 4

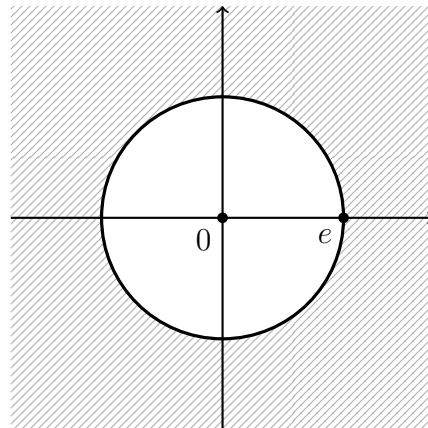
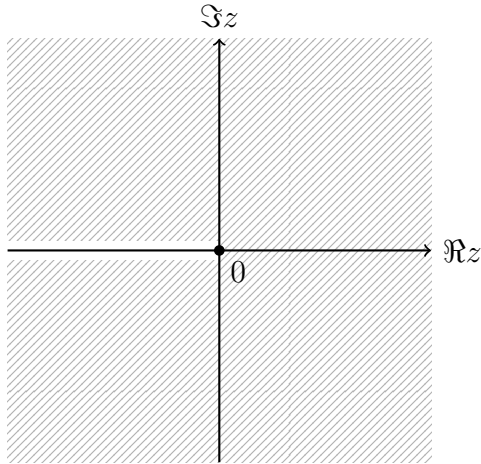


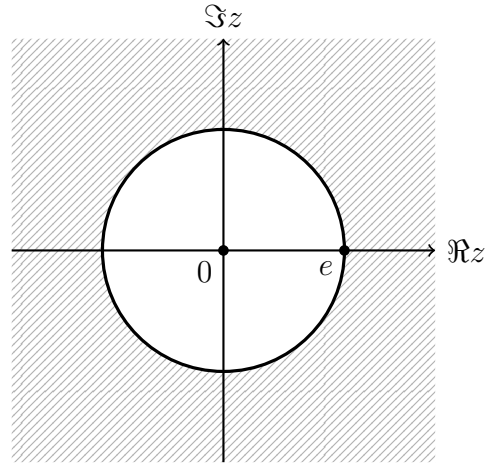
Рисунок 9

## 2 Аналитическое описание множеств

Даны изображения множеств  $P$  и  $Q$  на комплексной плоскости  $\mathbb{C}$ :



Множество  $P \subset \mathbb{C}$



Множество  $Q \subset \mathbb{C}$

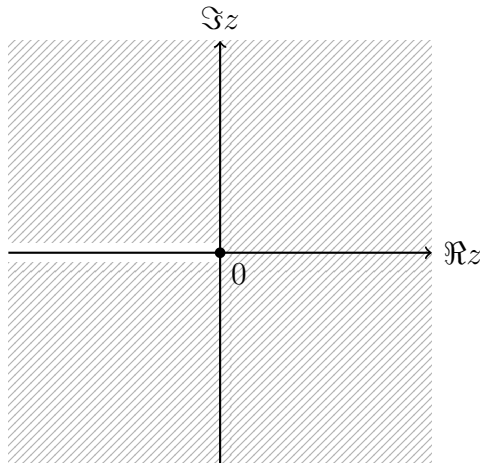
Видно, что множество  $P$  — комплексная плоскость с разрезом по действительному лучу  $(-\infty, 0)$ . Множество  $Q$ , в свою очередь, — внешняя часть с границей комплексной окружности радиуса  $e$ :

$$P = \{z \in \mathbb{C} \mid \Re z \geq 0 \vee \Im z \neq 0\} \quad Q = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| \geq e\}$$

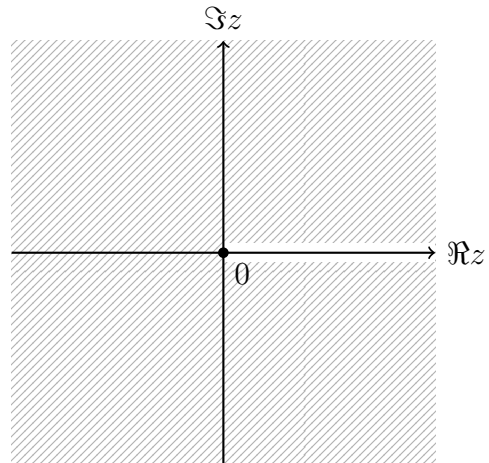
## 3 Конформные отображения множеств

Составим конформное отображение  $\omega(z)$ , переводящее множество  $P$  в  $Q$ :

1. Применим к  $P$  конформное отображение  $\omega_1(z) = -z$ :

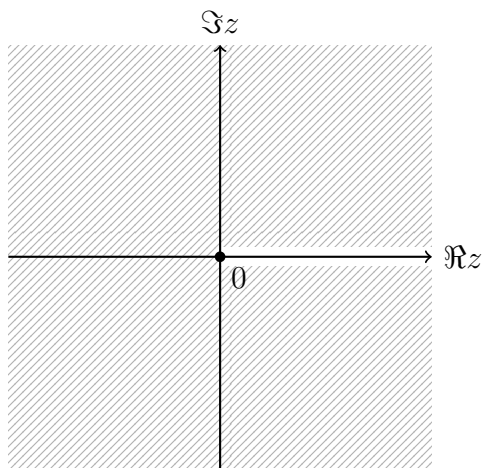


Множество  $P$

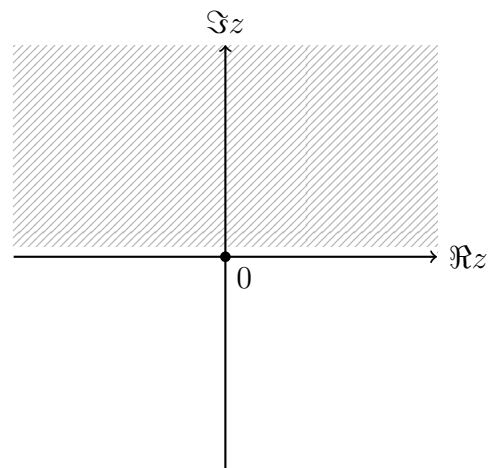


Множество  $P_1 = \omega_1(P)$

2. Применим к  $P_1$  конформное отображение  $\omega_2(z) = \sqrt{z}$ :

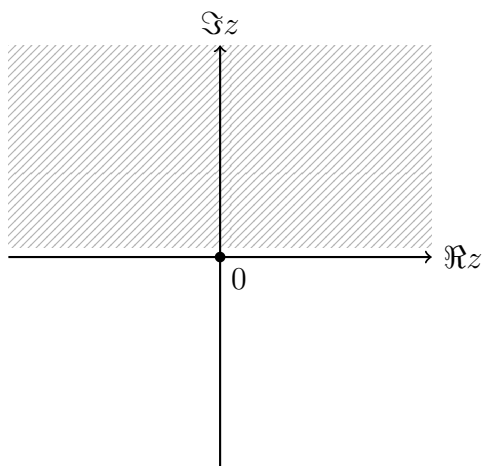


Множество  $P_1$

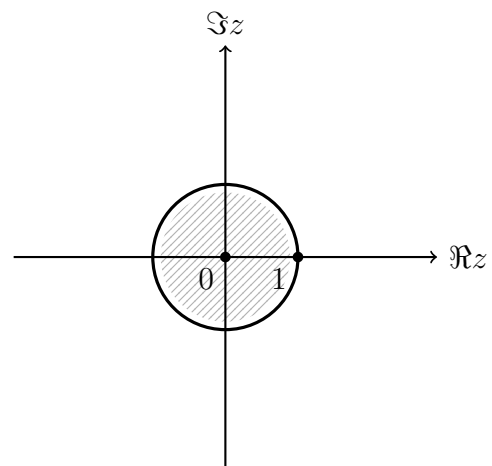


Множество  $P_2 = \omega_2(P_1)$

3. Применим к  $P_2$  конформное отображение  $\omega_3(z) = \frac{z-i}{z+i}$ :

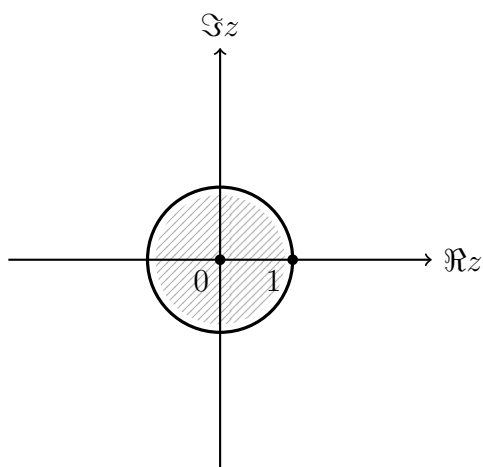


Множество  $P_2$

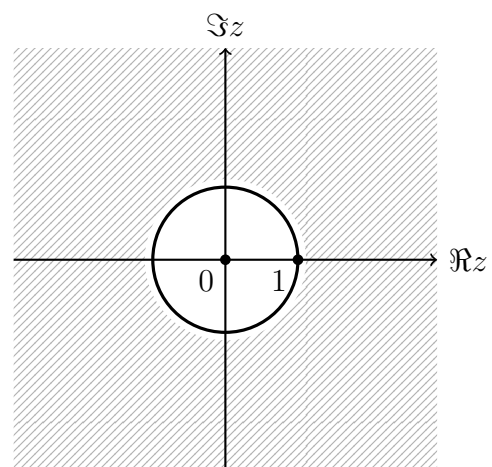


Множество  $P_3 = \omega_3(P_2)$

4. Применим к  $P_3$  конформное отображение  $\omega_4(z) = \frac{1}{z}$ :

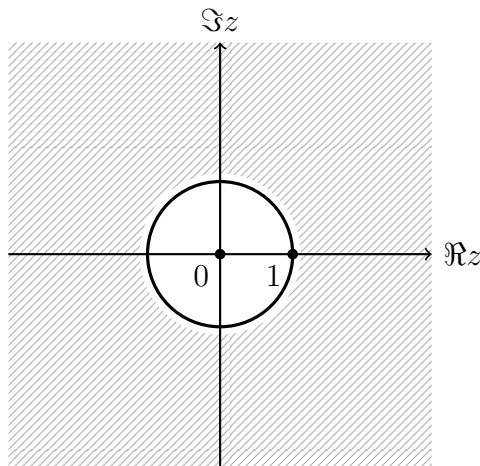


Множество  $P_3$

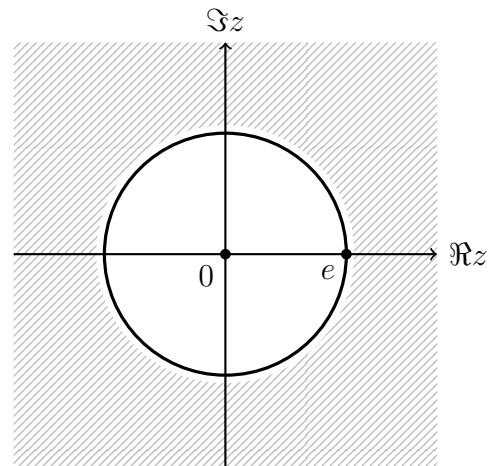


Множество  $P_4 = \omega_4(P_3)$

5. Применим к  $P_4$  конформное отображение  $\omega_5(z) = ez$ :



Множество  $P_4$



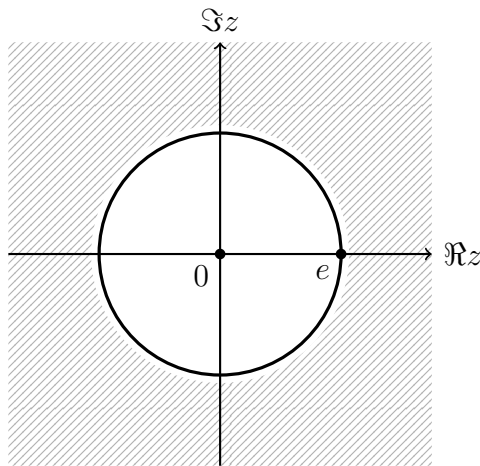
Множество  $P_5 = \omega_5(P_4)$

Итого  $\omega(z)$  имеет вид:

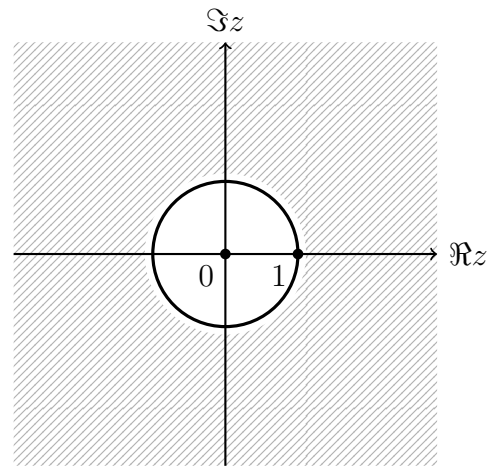
$$\omega = \omega_5 \circ \omega_4 \circ \omega_3 \circ \omega_2 \circ \omega_1 \implies \omega(z) = e \cdot \frac{\sqrt{-z} + i}{\sqrt{-z} - i}$$

Составим обратное конформное отображение  $z(\omega)$ , которое переводит множество  $Q$  в  $P$ :

1. Применим к  $Q$  конформное отображение  $z_1(\omega) = \frac{\omega}{e}$ :

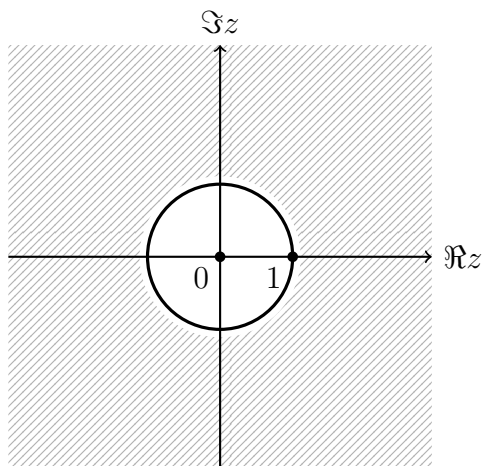


Множество  $Q$

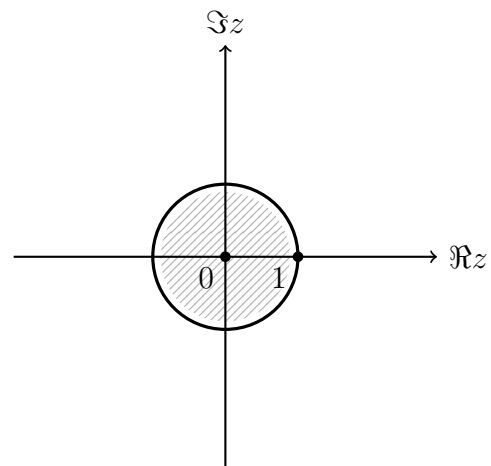


Множество  $Q_1 = z_1(Q)$

2. Применим к  $Q_1$  конформное отображение  $z_2(\omega) = \frac{1}{\omega}$ :

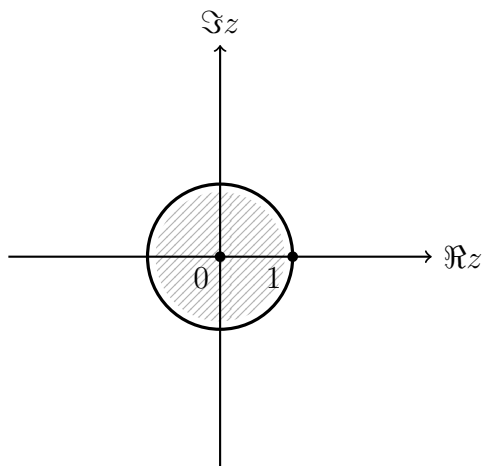


Множество  $Q_1$

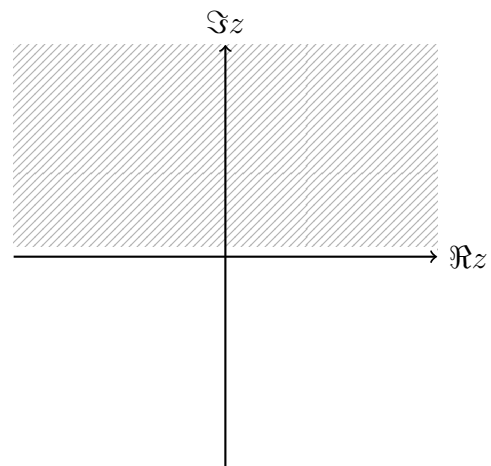


Множество  $Q_2 = z_2(Q_1)$

3. Применим к  $Q_2$  конформное отображение  $z_3(\omega) = i \cdot \frac{1+\omega}{1-\omega}$ :

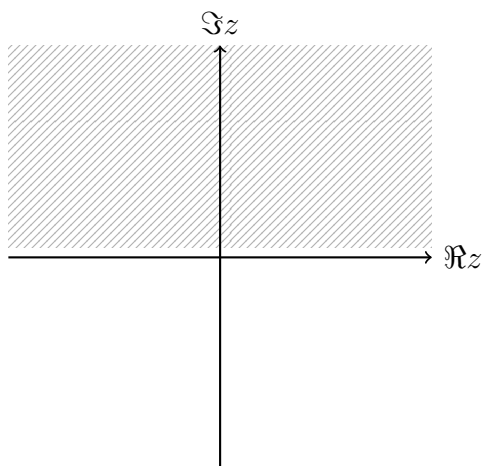


Множество  $Q_2$

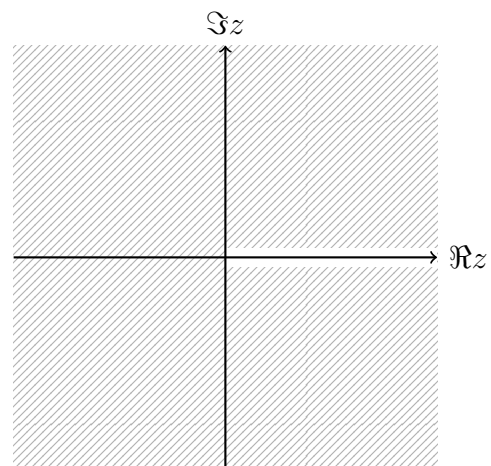


Множество  $Q_3 = z_3(Q_2)$

4. Применим к  $Q_3$  конформное отображение  $z_4(\omega) = \omega^2$ :

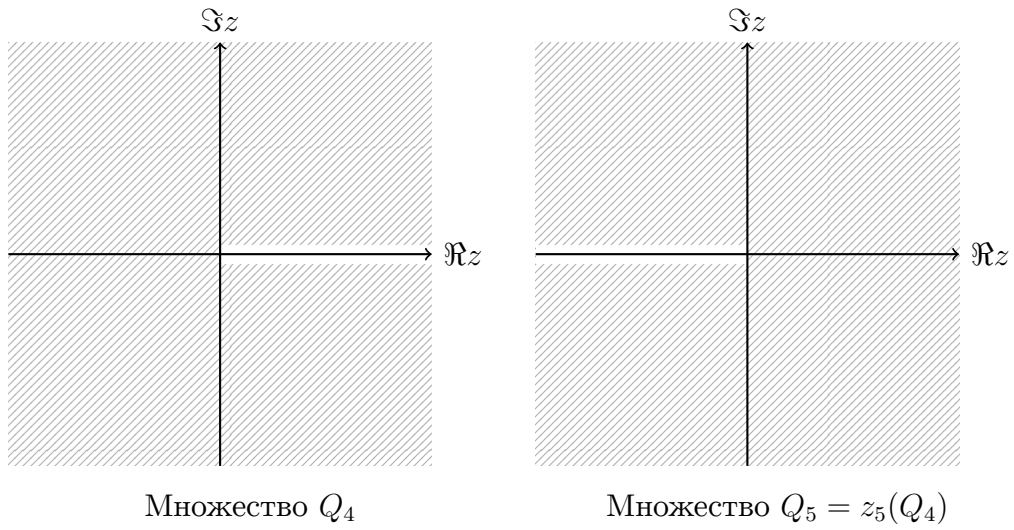


Множество  $Q_3$



Множество  $Q_4 = z_4(Q_3)$

5. Применим к  $Q_4$  конформное отображение  $z_5(\omega) = -\omega$ :



Итого  $z(\omega)$  имеет вид:

$$z = z_5 \circ z_4 \circ z_3 \circ z_2 \circ z_1 \implies z(\omega) = - \left( i \cdot \frac{1 + \frac{e}{\omega}}{1 - \frac{e}{\omega}} \right)^2$$

## 4 Результат отображений множеств

...



## 5 Заключение

...