

ФГАОУ ВО «НИУ ИТМО»
ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ
И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ

Расчётная работа

(по дисциплине «Теория функций комплексного переменного»)

Выполнил:

Лабин Макар Андреевич,
ТФКП 22.4, Р3231, 466449.

Проверил:

Поздняков Семён Сергеевич

ИТМО

г. Санкт-Петербург, Россия
2025

1 Список заданий

В рамках выполнения расчётной работы по варианту №15 необходимо предоставить решения следующих заданий:

1. Изобразить на комплексной плоскости множество \mathcal{D} :

$$\mathcal{D} = \{z: |z - 3 + 2i| \leq 2, 0 < \Re(iz) \leq 1\}$$

2. Найти все значения функции в указанной точке:

$$e^{e^i}$$

3. Найти аналитическую функцию по известной её действительной части:

$$u(x, y) = \operatorname{sh}(2x) \cos(2y) + x^2 - y^2 + 4y - 4$$

4. Вычислить интеграл по заданной кривой в указанном направлении:

$$\int_C \Im z dz, \quad C: |z - 1| = 1, \Im z \geq 0, z_0 = 2$$

5. Разложить функцию $f(z)$ в ряд Тейлора в окрестности точки z_0 и указать область, в которой ряд представляет данную функцию:

$$f(z) = z^2 e^z, \quad z_0 = 1$$

6. Разложить функцию $f(z)$ в ряд Лорана в указанной области:

$$f(z) = \frac{3}{z^2 - 7z + 10}, \quad 2 < |z| < 5$$

7. Вычислить интеграл при помощи вычетов:

$$\int_L z^3 \cos\left(\frac{2i}{z}\right) dz, \quad L = \{z: |z| = \sqrt{2}\}$$

8. Вычислить несобственный интеграл:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos(ax)}{x^2 + 4x + 8} dx, \quad a > 0$$

2 Решения заданий

Задание 1. Изобразить на комплексной плоскости множество \mathcal{D} :

$$\mathcal{D} = \{z: |z - 3 + 2i| \leq 2, 0 < \Re(iz) \leq 1\}$$

Решение. ...

Задание 2. Найти все значения функции в указанной точке:

$$e^{e^i}$$

Решение. ...

Задание 3. Найти аналитическую функцию по известной её действительной части:

$$u(x, y) = \operatorname{sh}(2x) \cos(2y) + x^2 - y^2 + 4y - 4$$

Решение. ...

Задание 4. Вычислить интеграл по заданной кривой в указанном направлении:

$$\int_C \Im z dz, \quad C: |z - 1| = 1, \Im z \geq 0, z_0 = 2$$

Решение. ...

Задание 5. Разложить функцию $f(z)$ в ряд Тейлора в окрестности точки z_0 и указать область, в которой ряд представляет данную функцию:

$$f(z) = z^2 e^z, \quad z_0 = 1$$

Решение. ...

Задание 6. Разложить функцию $f(z)$ в ряд Лорана в указанной области:

$$f(z) = \frac{3}{z^2 - 7z + 10}, \quad 2 < |z| < 5$$

Решение. ...

Задание 7. Вычислить интеграл при помощи вычетов:

$$\int_L z^3 \cos\left(\frac{2i}{z}\right) dz, \quad L = \{z: |z| = \sqrt{2}\}$$

Решение. ...

Задание 8. Вычислить несобственный интеграл:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos(ax)}{x^2 + 4x + 8} dx, \quad a > 0$$

Решение. ...