

1 Системы координат

Лекция от 02.09.2025

Левая система координат	Правая система координат
Векторное произведение:	Векторное произведение:
$\vec{x} \times \vec{y} = -\vec{z}$	$\vec{x} \times \vec{y} = \vec{z}$
Используется редко	Стандарт в нашем курсе

Система	Координаты	Формулы связи
Декартова	(x, y, z)	— — —
Полярная	(r, φ) радиус, полярный угол	$x = r \cos \varphi$ $y = r \sin \varphi$
Цилиндрическая	(ρ, φ, z) радиус, полярный угол, высота	$x = \rho \cos \varphi$ $y = \rho \sin \varphi$ $z = z$
Сферическая	(r, θ, φ) радиус, зенит, азимут	$x = r \sin \theta \cos \varphi$ $y = r \sin \theta \sin \varphi$ $z = r \cos \theta$

Таблица 1: Связи координат в различных системах

2 Импульс тела

Лекция от 23.09.2025

Центр масс системы	Формулы и свойства
Определение	$\vec{R}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$
Скорость системы	$\vec{V}_c = \frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i}$
Импульс системы	$\vec{P}_c = M\vec{V}_c = \sum m_i \vec{v}_i$

Уравнение Мещерского	Схема процессов массы
$m(t) \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{u}_1 \frac{dm_1}{dt} - \vec{u}_2 \frac{dm_2}{dt} + \vec{F}$ <p> $m(t)$ — мгновенная масса $\vec{u}_1 = \vec{v}_1 - \vec{v}$ (отн. присоединение) $\vec{u}_2 = \vec{v}_2 - \vec{v}$ (отн. выброс) \vec{F} — внешние силы </p>	

3 Трение

Лекция от 30.09.2025

Трение покоя	Трение скольжения
$F_{\text{тр.пок}} \leq \mu_0 N$ μ_0 — коэф. трения покоя	$F_{\text{тр}} = \mu N$ μ — коэф. трения скольжения $\mu < \mu_0$ (обычно)
Направлено против возможного движения	Направлено против скорости движения

Таблица 2: Силы сухого трения

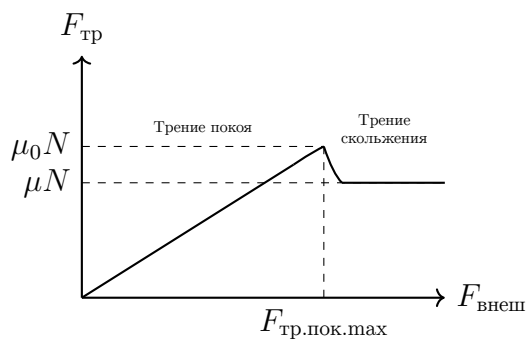


Рис. 1: Зависимость силы трения от внешней силы

Вязкостное трение	Сопротивление среды
$F \propto v$	$F \propto v^2$
Малые скорости, ламинарное обтекание	Большие скорости, турбулентное обтекание

Таблица 3: Сопротивление в жидкостях и газах

4 Вращательное движение твёрдого тела

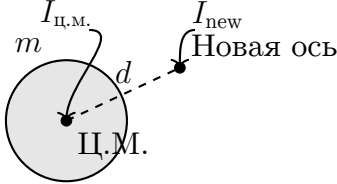
Лекция от 14.10.2025

Поступательное движение	Вращательное движение
\vec{r}	α
$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \quad \left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \right]$	$\frac{d\vec{\alpha}}{dt} = \vec{\omega} \quad \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right]$
\vec{f} сила	$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{f}]$ момент силы
m масса	I момент инерции
$\vec{p} = m\vec{v}$ импульс	$\vec{L} = I\vec{\omega}$ момент импульса
$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{f}$	$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$

Таблица 4: Сравнение параметров движения

Тип системы	Формула момента инерции
Точечные массы	$I = \sum_i m_i r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2$
Непрерывное тело	$I = \int r^2 dm = \int_V \rho(\vec{r}) r^2 dV$

Таблица 5: Общие формулы для вычисления момента инерции

Теорема Гюйгенса-Штейнера	Схема
$I_{\text{new}} = I_{\text{ц.м.}} + md^2$	

Тело	Ось вращения	Момент инерции
Стержень	Через центр	$\frac{1}{12}mL^2$
Стержень	Через конец	$\frac{1}{3}mL^2$
Кольцо	Через центр	mR^2
Диск	Через центр	$\frac{1}{2}mR^2$
Шар	Через центр	$\frac{2}{5}mR^2$
Сфера	Через центр	$\frac{2}{3}mR^2$
Цилиндр	Ось симметрии	$\frac{1}{2}mR^2$
Пластина $a \times b$	Через центр	$\frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$

Таблица 6: Моменты инерции однородных тел

5 Работа, мощность, энергия

Лекция от 21.10.2025

Работа и мощность	Формулы
Механическая работа	$A = \int_L \vec{F} \cdot d\vec{r} = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cos \alpha$
Мощность	$P = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = F v \cos \alpha$

Энергия	Формулы и определения
Полная механическая энергия	$E = K + T + U$ K — поступательная кинетическая T — вращательная кинетическая U — потенциальная энергия
Кинетические энергии	$K = \frac{1}{2}mv^2$ $T = \frac{1}{2}I\omega^2$
Закон сохранения механической энергии	$E_1 = E_2$ для консервативных систем
Консервативные силы	$\vec{F} = -\nabla U = -\text{grad } U^1$ $A_{1 \rightarrow 2} = U_1 - U_2$
Примеры потенциальных энергий	Гравитация: $U = mgh$ Упругость: $U = \frac{1}{2}kx^2$ Кулоновская: $U = \frac{kq_1q_2}{r}$

¹ ∇ — оператор набла (градиент): $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$