ZESPÓŁ nr. 1

Temat1. Obliczanie wyznacznika macierzy kwadratowej poprzez przekształcenie jej do równoważnej macierzy trójkątnej.

Projekt powinien zawierać:

1. Wstęp
2. Część teoretyczną
3. Schemat blokowy/sieć działań aplikacji
4. Kod źródłowy aplikacji w języku Fortran 90
5. Przykłady wykorzystania aplikacji
6. Instrukcja wykorzystania aplikacji
7. Wnioski końcowe
8. Załącznik w postaci pliku wykonywalnego

Podstawy teoretyczne

Wyznacznik macierzy kwadratowej

$$\mathbf{A}_{n\times n} = [\,a_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \leftarrow \text{uporządkowana tablica liczb.}$$

Tej tablicy przypisujemy pewną *liczbę* W obliczana wg ściśle określonych reguł i zwaną wyznacznikiem:

$$W = \det \mathbf{A} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = |\mathbf{A}|$$

Własności wyznacznika:

1. Zamiana dwóch wierszy macierzy zmienia znak wyznacznika.

2. Pomnożenie wiersza przez liczbę powoduje pomnożenie wyznacznika przez tą samą liczbę.

3. Jeżeli dwa wiersze w macierzy są identyczne to wyznacznik jest równy zero.

4. Dodanie do jednego wiersza innego wiersza pomnożonego przez dowolną liczbę nie zmienia wartości wyznacznika.

5. Wyznacznik macierzy transponowanej jest taki sam jak macierzy oryginalnej.

Uwaga: Własności 1 ÷ 4 dotyczą również kolumn macierzy ← *konsekwencja własności 5* (det $\mathbf{A}^T$ = det $\mathbf{A}$).

Numeryczne wyznaczanie wartości wyznacznika:

Korzystając z własności 4, wyznacznik macierzy oryginalnej przekształcamy do wyznacznika macierzy trójkątnej dolnej.

Przykład: $\det \mathbf{A} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{vmatrix} = -2$ (np. z reguły Sarrusa)

$$\det \mathbf{A} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{vmatrix} \cdot(-1) + \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 0 \end{vmatrix} \cdot(-5) + \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -4 & -10 \end{vmatrix} \cdot(4) + \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 \cdot (-2) = -2$$

Uwaga:

- Jeżeli na początku lub w trakcie obliczeń współczynnik przekątniowy w wierszu, przy pomocy którego zeruje się elementy leżące w odpowiedniej kolumnie poniżej elementu przekątniowego, jest lub staje się równy zeru[abs(a_{ij}).LT. epsilon], gdzie epsilon jest b. małą liczbą bliską zeru maszynowemu) należy ten wiersz zamienić z jednym z wierszy macierzy leżących poniżej, uwzględniając pierwszą własność wyznacznika.
- Jeżeli cała część kolumny poniżej elementu przekątniowego zawiera zera, to znaczy, że macierz jest osobliwa i jej wyznacznik jest równy zeru.