Exponentialfunktionen

$$f(x) = a \cdot b^x = a \cdot e^{\ln(b)x}$$

a Startwert

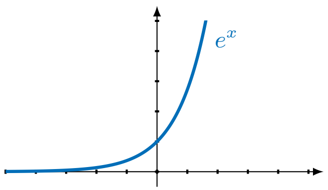
$e \approx 2{,}7183$

$b > 1$ Wachstumsfaktor ($\ln(b) > 0$)

$0 < b < 1$ Abnahmefaktor ($\ln(b) < 0$)

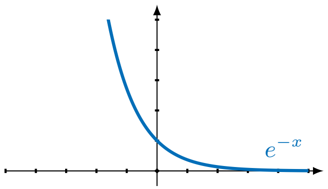
Eigenschaften der e-Funktion

Für $f(x) = e^{k \cdot x}$, $k \geq 1$ gilt:



- $f(0) = 1$
- $f(x) > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$
- f wächst steng monoton
- $f(x) \to \infty$ für $x \to \infty$
- $f(x) \to 0$ für $x \to -\infty$

Für $f(x) = e^{k \cdot x}$, $k \leq -1$ gilt:

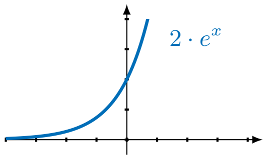


- $f(0) = 1$
- $f(x) > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$
- f fällt steng monoton
- $f(x) \to 0$ für $x \to \infty$
- $f(x) \to -\infty$ für $x \to -\infty$

Kombinationen der e-Funktion

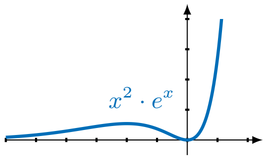
$f(x) = k \cdot e^x$

- $f(0) = k$



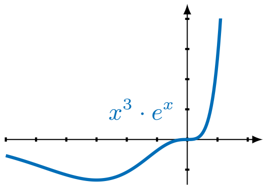
$f(x) = x^k \cdot e^x$, k gerade

- Hochpunkt bei $x = -k$
- Tiefpunkt bei $(0\,|\,0)$ für $k = 2$
- Sattelpunkt bei $(0\,|\,0)$ für $k > 2$



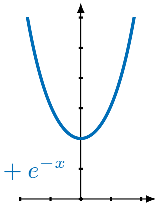
$f(x) = x^k \cdot e^x$, k ungerade

- $f(0) = 0$
- Tiefpunkt bei $x = -k$
- Sattelpunkt bei $(0\,|\,0)$



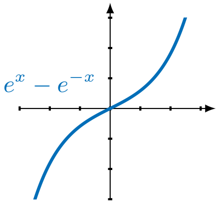
$f(x) = k \cdot e^x + k \cdot e^{-x}$

- $f(0) = 2k$
- Tief- ($k > 0$)/Hochpunkt ($k < 0$) bei $(0\,|\,2k)$
- Achsensymmetrisch $f(x) = f(-x)$



$f(x) = e^{k \cdot x} - e^{k \cdot -x}$

- $f(0) = 0$
- Punktsymmetrisch $-f(x) = f(-x)$
- Streng monoton wachsend ($k > 0$)/fallend ($k < 0$)



Produkt aus e-Funktion und Polynomen

$$f(x) = g(x) \cdot e^x$$

$g_n(x)$ Ganzrationale Funktion (Polynom) vom Grad n.

$h(x)$ e-Funktion ($h(x) = e^{mx+b}$)

- Ableitung mit Produktregel

$$f'(x) = g_n'(x) \cdot h(x) + g_(x) \cdot h'(x)$$

- Nullstellen:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow g_n(x) = 0, \qquad \text{da } h(x) > 0 \text{ für alle } x$$

- Verlauf im Unendlichen:

  Die e-Funktion wächst stärker als jede ganzrationale Funktion! Das Verhalten für $x \to \infty$ bzw, $x \to -\infty$ wird also von $h(x)$ bestimmt:

  - $f(x) \to \infty \Leftrightarrow h(x) \to \infty$
  - $f(x) \to -\infty \Leftrightarrow h(x) \to -\infty$
  - $f(x) \to 0 \Leftrightarrow h(x) \to 0$