Algorithmes et Structures de données
Problème de la monnaie rendue
Complément au BE

INF TC1
2017-18 (S5)

Version Elève

I Dictionnaire

• Trois fonctions importantes sur les dicts : `keys()`, `values()` et `items()`.
• La méthode `keys()` d'un dictionnaire retourne la liste de toutes les clés. Cette liste ne suit pas l'ordre dans lequel le dictionnaire a été défini (souvenez-vous, les éléments d'un dictionnaire ne sont pas ordonnés) mais cela reste une liste.
• La méthode `values()` retourne la liste de toutes les valeurs. La liste est dans le même ordre que celle retournée par `keys()`, on a donc

`dico.values()[n] == dico[dico.keys[n]]` pour toute valeur de `n`.

• La méthode `items` retourne une liste de tuples de la forme *(clé, valeur)*. La liste contient toutes les données stockées dans le dictionnaire.

I-1 Fonctions sur les Dictionnaires

• *Dictionnaire* (dico) se dit également *map*.
• Pour illustrer les opérateurs applicables sur les Dictionnaires, notons que les exemples suivants créent tous le dico `{"one": 1, "two": 2, "three": 3}` :

```
a = dict(one=1, two=2, three=3)
b = {'one': 1, 'two': 2, 'three': 3}
c = dict(zip(['one', 'two', 'three'], [1, 2, 3]))
d = dict([('two', 2), ('one', 1), ('three', 3)])
e = dict({'three': 3, 'one': 1, 'two': 2})
a == b == c == d == e
# True
```

- **len(d)** : nombre d'éléments de *d*.
- **d[clé]** : renvoie la valeur associée à *clé*. Peut lever l'exception *KeyError* si *clé* n'est pas dans *d*. Voir la doc sur les sous classes de *Dict* et la fonction `__missing__(seld, clé)` qui peut définir le comportement en cas d'absence de *clé* dans *d[clé]* (voir aussi INF TC2).
- **d[clé] = val** : affecte *val* à *d[clé]*.
- **del d[clé]** : supprime la valeur *d[clé]* de *d*. Lève l'exception *KeyError* si *clé* n'est pas dans *d*.
- **clef in d** : renvoie vrai si *d* a la clé *clef*, faux sinon.
- **clef not in d** : équivalent à `not clef in d`.
- **iter(d)** : renvoie un itérateur sur les clés dans *d*. C'est un raccourcis pour `iter(d.keys())`.
- **d.clear()** : supprime tous les éléments de *d*.
- **d.copy()** : fait une copie de *d*.
- **fromkeys(seq[, val])** : crée un nouveaux Dictionnaire en prenant les clés dans *seq* et valeur dans *val*.
- **d.fromkeys()** : est une méthode de la classe Dict qui renvoie un nouveau Dictionnaire avec la valeur par défaut *None*.
- **d.get(clé[, défaut])** : renvoie la valeur associée à *clé* si *clé* est dans *d*. Si *défaut* n'est pas donné, on prend None. Cette méthode n'émet donc pas d'exception *KeyError*.
- **d.items()** : renvoie une séquence (une *vue*, voir la doc) de couples *(clé, valeur)* de *d*.
- **d.keys()** : renvoie une *vue* des clés de *d*.
- **d.pop(clé[, défaut])** : si *clé* est dans *d*, on la supprime et on renvoie sa valeur ; sinon, renvoie *défaut*. Si *défaut* n'est pas fourni et *clé* n'est pas dans *d*, l'exception *KeyError* est levée.
- **d.popitem()** : supprime en renvoie une couple *(clé, val)* arbitraire dans *d*.
  d.popitem() est utilisé pour itérer sur un Dictionnaire et supprimer les entrées. La même utilisation existe pour les ensembles (*set*). Si *d* est vide, une exception *KeyError* est levée.
- **d.setdefault(clé[, défaut])** : si *clé* est dans *d*, la valeur associée est renvoyée. Sinon, on insère le couple *(clé, défaut)* et renvoie *défaut*. La valeur par défaut de *défaut* est *None*.

- **d.update([couples])** : met à jour *d* avec les paires dans *couples* en remplaçant éventuellement les clés existants dans *d*. Renvoie *None*.

  d.update() accepte soit un autre dico soit un itérable sur couples *(clé,valeur)*. Si l'argument *keyword=..* est donné, *d* est mis à jour avec ces valeurs de la forme *(clé,valeur)*.

  Exemple : `d.update(red=1, blue=2)`.

- **d.values()** : renvoie une vue des valeurs de *d*. Voir la doc pour les vues (*view*).

- L'opérateur **d1==d2** s'applique si et seulement si *d1* et *d2* ont les mêmes pairs *(clé, val)*. Les autres comparaisons ('<', '<=', '>=', '>') lèvent l'exception `TypeError`.

I-2 Exemples

```
capitals = {'Iowa':'DesMoines','Wisconsin':'Madison'}
print(capitals['Iowa'])
# DesMoines

capitals['Utah']='SaltLakeCity'
print(capitals)
# {'Iowa': 'DesMoines', 'Utah': 'SaltLakeCity', 'Wisconsin': 'Madison'}

capitals['California']='Sacramento'
print(len(capitals))
# 4

for k in capitals:
    print(capitals[k]," is the capital of ", k)
# DesMoines is the capital of Iowa
# SaltLakeCity is the capital of Utah
# Madison is the capital of Wisconsin
# Sacramento is the capital of California
```

• D'autres exemples :

```
phone_ext={'david':1410, 'brad':1137}
phone_ext
# {'brad': 1137, 'david': 1410}

phone_ext.keys()                    # Renvoie les clés de phone_ext
# dict_keys(['brad', 'david'])

list(phone_ext.keys())
# ['brad', 'david']

"brad" in phone_ext
# True

1137 in phone_ext
# False                             # 1137 n'est pas une clé

phone_ext.values()                  # Renvoie les valeurs de phone_ext
# dict_values([1137, 1410])

list(phone_ext.values())
# [1137, 1410]

phone_ext.items()
# dict_items([('brad', 1137), ('david',1410)])

phone_ext.get("kent")
# Rien !    La clé n'y est pas.

phone_ext.get("kent","NO ENTRY")    # Si on veut récupérer la réponse en cas d'absence de la clé.
'NO ENTRY'

del phone_ext["david"]
phone_ext
# {'brad': 1137}
```

I-3 Dictionnaire et tuple

```
params = {"server":"CRI", "database":"master", "uid":"chef", "pwd":"secret"}
params.keys()
# ['server', 'uid', 'database', 'pwd']

params.values()
# ['CRI', 'chef', 'master', 'secret']

params.items()
# [('server', 'CRI'), ('uid', 'chef'), ('database', 'master'), ('pwd', 'secret')]
```

• En liste en compréhension :

```
params = {"server":"CRI", "database":"master", "uid":"chef", "pwd":"secret"}
params.items()
# [('server', 'CRI'), ('uid', 'chef'), ('database', 'master'), ('pwd', 'secret')]

[k for k, v in params.items()]
# ['server', 'uid', 'database', 'pwd']

[v for k, v in params.items()]
# ['CRI', 'chef', 'master', 'secret']

["%s=%s" % (k, v) for k, v in params.items()]
# ['server=CRI', 'uid=chef', 'database=master', 'pwd=secret']
```

I-4 Exercice : les mots et le dictionnaire

• On veut écrire une fonction `compterMots()` ayant un argument (une chaîne de caractères) et qui renvoie un dictionnaire qui contient la fréquence de tous les mots de la chaîne entrée.
• Donner cette fonction.

```
# fonction
def compterMots(texte):
    dict = {}
    listeMots = texte.split()

for mot in listeMots:
    if mot in dict:
        dict[mot] = dict[mot] + 1
    else:
        dict[mot] = 1
return dict

# programme principal
res = compterMots("Ala Met Asn Glu Met Cys Asn Glu Hou Ala Met Gli Asn Asn")
for c in res.keys():
    print(c, "-->", res[c])
```

I-5 Exemple : tableau de tableau avec Dictionnaire

• Le type dictionnaire (ou tableau associatif) permet de représenter des tableaux structurés. En effet, à chaque clé un dictionnaire associe une valeur, et cette valeur peut elle-même être une structure de donnée (liste, tuple ou un dictionnaire ...).
• Soit le tableau suivant représentant des informations physico-chimiques sur des éléments simples (température d'ébullition (Te) et de fusion (Tf), numéro (Z) et masse (M) atomique :

```
                Au  Te/Tf    2970    1063
                    Z/A      79      196.967
                Ga  Te/Tf    2237    29.8
                    /A       31      69.72
```

• Affectez les données de ce tableau à un dictionnaire dict python de façon à pouvoir écrire par exemple :
`print(dict["Au"]["Z/A"][0]) # affiche : 79`

```
dict = {"Au":{"Te/Tf":(2970, 1063),
              "N/M atomique":(79, 196.967)
             },
        "Ga":{"Te/Tf":(2237, 29.8),
              "N/M atomique":(31, 69.72)
             }
        }

# programme principal ------------------------------------------
print(dict["Au"], "\n")
print(dict["Ga"]["Te/Tf"], "\n")
print("Numero atomique de l'or :", dict["Au"]["N/M atomique"][0], "\n")
print("Masse atomique de l'or :", dict["Au"]["N/M atomique"][1])
```

☞ pour copier un Dictionnaire :
➞ utiliser la fonction générique pour copier (du module `copy`) : `copy.copy()` ou `copy.deepcopy()`. En même temps, `Dict` a sa propre méthode `copy()`, au même titre que pour la liste : ce sont des objets mutables. Pour les listes, on peut utiliser la tranche `new_L=L[:]`.

I-6 Dictionnaires (Dict) et Vues

• Les objets renvoyés par les fonctions **dict.keys(), dict.values()** et **dict.items()** sont des **vues** (*view*). Ce sont des vues dynamiques des dicos (au sens Bases de données relationnelles). Ce qui veut dire que si le contenu d'un Dico change, les vues reflètent ces changements.
• Les vues sont itérables et transmettent par *yield* leur contenus et acceptent le test d'appartenance (voir ci-dessous).
→ Ce qui veut dire que des dicos de grandes tailles peuvent être manipulés sans encombrer la mémoire.

☞ Noter cependant que les vues ne sont pas des générateurs : un accès à une vue n'épuise pas ses éléments (comme c'est le cas des générateurs).

I-6-a Les fonctions de Vue

• Les fonctions de manipulation des vues :

- **len(dictview)** : renvoie le nombre d'entrées du Dictionnaire (ou de la *vue*).
- **iter(dictview)** : renvoie un itérateur sur les clés, les valeurs ou sur les couples *(clé, valeur)*.
  L'itération sur une vue sera dans un ordre quelconque (mais pas aléatoirement). L'itération varie selon les implantations de Python et dépend de l'historique des insertions et suppression dans le dico.
  ◦ Si le dico n'a pas subi de modification, la vue correspondra à l'ordre des insertions. Ce qui autorise la création des pairs *(clé, valeur)* en utilisation *zip()* (création de couples) :
  `pairs = zip(d.values(), d.keys()).`
  ◦ Une autre manière de créer la même liste est : `pairs = [(v, k) for (k, v) in d.items()].`
  ◦ L'itération sur une vue pendant les ajouts et suppressions sur le dico peut lever l'exception *RuntimeError* ou échouer d'itérer sur certaines entrées du dico.
- **x in dictview** : renvoie True si x est dans le dico. x peut être une clé, une valeur ou un couple *(clé, valeur)*

• Une vue sur les clés du dico est un ensemble (*set* sans doublon mais non ordonnée) puisque les clés du dico sont uniques (et hashées).
• Si toutes les *valeurs* des couples *(clé,valeur)* sont hashables et que les couples *(clé,valeur)* sont uniques alors la vue est également un ensemble (*set*). Mais les valeurs ne sont pas traitées comme un ensemble (*set*) puisqu'elles risquent de se répéter.
• Pour les clés et les couples traités comme ensembles (*sets*), toutes les opérations (telles que $==, <$ ou $\hat{}$) de la classe abstraite *collections.abc.Set* sont disponibles.

I-6-b Exemples

```
# Dictionnaire et Vues
dishes = {'eggs': 2, 'sausage': 1, 'bacon': 1, 'spam': 500}
keys = dishes.keys()
values = dishes.values()

keys
# dict_keys(['eggs', 'spam', 'sausage', 'bacon'])

values
# dict_values([2, 500, 1, 1])

dishes['eggs']
# 2
```

• Les vues reflètent les modifications :

```
# Modification d'une valeur
dishes['eggs'] +=1
dishes['eggs']
# 3

values
# dict_values([3, 500, 1, 1])                                    # La vue est modifiée

# Ajout d'une entrée
dishes['chesse']=300
dishes
# {'bacon': 1, 'chesse': 300, 'eggs': 3, 'sausage': 1, 'spam': 500}     # La vue est modifiée

keys
# dict_keys(['eggs', 'chesse', 'spam', 'sausage', 'bacon'])             # La vue est modifiée
```

• Itération sur une vue :

```
# itération
n = 0
for val in values:
    n += val
print(n)
# --> 805

# Les vues ne sont pas &puisées par un accès / itération
# clés et valeurs : on itère suivant le même ordre
list(keys)
# ['eggs', 'chesse', 'spam', 'sausage', 'bacon']

list(values)
# [3, 300, 500, 1, 1]
```

• Les vues reflètent les suppressions :

```
# Les vues  sont des objets dynamiques et reflètent les modifications du dico
del dishes['eggs']
del dishes['sausage']

list(keys)
# ['chesse', 'spam', 'bacon']
```

• Les vues supportent les opérateurs ensemblistes :

```
# opérations sur les ensembles
keys & {'eggs', 'bacon', 'salad'}       # Intersection
# {'bacon'}

keys ^ {'sausage', 'juice'}             # différence symétrique : les éléments dans l'un ou l'autre mais pas
  les deux
# {'bacon', 'chesse', 'juice', 'sausage', 'spam'}
```

II A propos du BE3

• Ci-dessous quelques fonctions utiles au BE3 (Monnaie).

II-1 Modification de la valeur d'une clé

• Soit le dictionnaire *D= {25 : {15 : None, 12 : None}, 20 : None}*.
Pour remplacer la valeur associée à un noeud (par exemple le noeud *15*) et la remplacer par {3 :None } dans ce dictionnaire, on écrira *remplacer_info_d_une_clef(D, 15, {3 :None })*.

☞ La mention *'_en_profondeur'* dans les noms des fonctions souligne le fait que le type du parcours est **en profondeur**.

```
def remplacer_info_d_une_clef_en_profondeur(Dico, cle_recherchee, new_val_de_la_cle) :
    """ Rempacement de la partie info pour une clé dans un Dictionnaire """
    if not Dico : return False      # la clef est devenue None de proche en proche
    Lst_keys=Dico.keys()
    if cle_recherchee in Lst_keys :
        Dico[cle_recherchee]=new_val_de_la_cle
        return True                 # Pour terminer
    else :
        for k in Lst_keys :
            Rep=remplacer_info_d_une_clef_en_profondeur(Dico[k], cle_recherchee, new_val_de_la_cle)
            if Rep : return True    # On termine
        return False
```

• Un test :

```
B= {28: {27: {4: None, 26: None, 20: None}, 21: {20: None, 14: None}, 5: {4: None}}}
remplacer_info_d_une_clef_en_profondeur(B,26, {25:None, 19:None, 3:None})
print(B)

# {28: {27: {20: None, 26: {3: None, 25: None, 19: None}, 4: None}, 21: {20: None, 14: None}, 5: {4: None}}}

B
# {28:
#   {5:
#       {4: None},
#    21:
#       {14: None, 20: None},
#    27:
#       {4: None, 20: None,
#        26:
#           {3: None, 19: None, 25: None}}}}
```

II-2 Développer un niveau pour une valeur

• Il s'agit de développer un niveau pour un noeud (une valeur) dans un Dictionnaire. On assigne à *M_is_Val_noeud* un triplet (quand cela est possible) dont chaque élément est *M_is_Val_noeud - un_element_de_S* (**S** est la liste des pièces disponibles).

• Par exemple, pour le dictionnaire *D= {25 : {15 : None, 12 : None }, 20 : None}*, si on décide de développer un niveau pour la clé 12 et lui donner les successeurs *12-3* et *12-5* (le stock de pièces serait *S=[3,5]*), on obtiendra le nouveau dictionnaire *D= {25 : {15 : None, 12 : {9 :None, 7 :None} }, 20 : None}*

```
def developper_un_niveau_pour_un_noeud(Dico, S, M_is_Val_noeud) :
    """ On developpe un noeud de l'arbre : crée un niveau pour ce noeud """
    niveau={}
    lst_cles_du_niveau=[M_is_Val_noeud - piece for piece in S if piece <= M_is_Val_noeud]
    niveau=niveau.fromkeys(lst_cles_du_niveau, None)
    remplacer_info_d_une_clef_en_profondeur(Dico,M_is_Val_noeud, niveau)
```

• Pour développer le dictionnaire (l'arbre) **jusqu'à ce que le noeud contenant zéro soit inséré** :

```
def creer_arbre_en_largeuer_jusque_zero_ou_stop(S, M) :
    """ développement de l'arbre jusqu'au noeud Nul.
        Si zéro pas possible, arrêter quand développement plus possible """
    B={}
    B[M]=None
    # On fait le premier niveau
    Lst_niv = [M]

    if 0 not in Lst_niv :        # On n'a pas fini
        while Lst_niv :          # Il y a quelque chose à développer
            for val_noeud in Lst_niv :
                developper_un_niveau_pour_un_noeud(B, S, val_noeud)

            # Récupérer les nouveaux noeuds générés
            Lst_niv=[v - piece for v in Lst_niv for piece in S if piece <= v]
            if 0 in Lst_niv : break     # On a fini

    # 0 a été généré
    print(B)
```

• Un exemple : on développe un arbre pour le montant **M12** étant donné le stocke de pièces **S=[1,10]**.

```
M=12
S=[1,10]
creer_arbre_en_largeuer_jusque_zero_ou_stop(S, M)
# {12: {2: {1: {0: None}}, 11: {1: None, 10: {0: None, 9: None}}}}
```

➞ C'est à dire

```
{12:
    {2:                         # 12-10
        {1:                     # 2 - 1
            {0: None}           # 1 - 1
        },
     11:                        # 12 - 1
        {1: None,               # 11 - 10
         10:                    # 11 - 1
            {0: None,           # 10 - 10
            9: None             # 10 - 1
            }
        }
    }
}
```

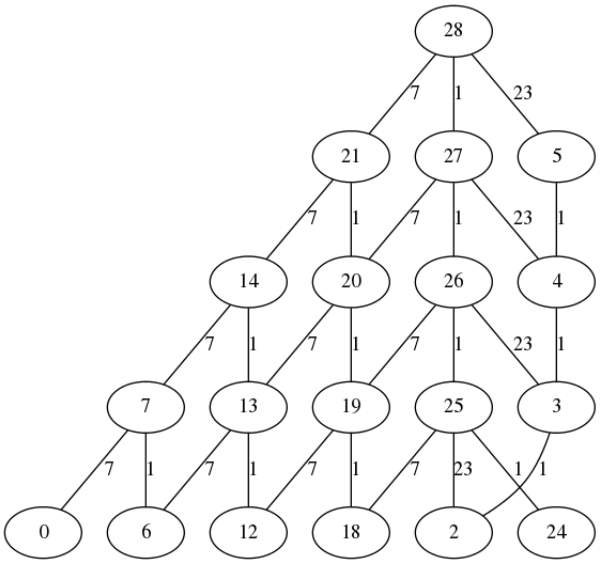
• Autres tests

```
M=13
S=[2,10]        # ici, pas possible d'atteindre zéro
creer_arbre_en_largeuer_jusque_zero_ou_stop(S, M)
# {13: {3: {1: {}}, 11: {9: {7: {5: {3: None}}}, 1: None}}}

S=[1,7,23]
M=28
creer_arbre_en_largeuer_jusque_zero_ou_stop(S, M)
{28: {27: {4: {3: {2: None}}}, 26: {3: None, 25: {24: None, 18: None, 2: None}, 19: {18: None, 12: None}},
 20: {19: None, 13: {12: None, 6: None}}}, 21: {20: None, 14: {13: None, 7: {0: None, 6: None}}}, 5: {4:
 None}}}
```

➞ Pour ce dernier test, l'arbre développé sera :

```
{28: {
        27: {
             4: {
                 3: {
                    2: None}
                 },
             26: {
                  3: None,
                  25: {
                       24: None,
                       18: None,
                       2: None},
                  19: {
                       18: None,
                       12: None}
                 },
             20: {
                  19: None,
                  13: {
                       12: None,
                       6: None}
                  }
             },
        21: {
             20: None,
             14: {
                  13: None,
                  7: {
                       0: None,
                       6: None}
                  }
             },
        5: {
            4: None}
    }
}
```



• Un autre test :

```
M=63
S=[1,5, 10,21, 25]     # pas possible d'atteindre zéro
creer_arbre_en_largeuer_jusque_zero_ou_stop(S, M)

""" L'arbre
# {63: {38: {33: {32: None, 12: None, 28: None, 8: None, 23: None}, 13: {8: None, 3: None, 12: None}, 28:
{7: None, 3: None, 18: None, 27: None, 23: None}, 37: {32: None, 16: None, 27: None, 36: None, 12: None},
17: {16: None, 12: None, 7: None}}, 58: {48: {27: None, 23: None, 43: {33: None, 42: None, 18: None, 22:
None, 38: None}, 38: None, 47: None}, 57: {56: None, 36: None, 52: {31: None, 27: None, 42: None, 51: None,
47: None}, 32: None, 47: None}, 33: None, 53: None, 37: None}, 42: {32: None, 41: {40: None, 20: None, 36:
None, 16: None, 31: None}, 17: None, 37: None, 21: {16: None, 0: None, 11: None, 20: None}}, 53: {48: None,
32: None, 43: None, 52: None, 28: None}, 62: {57: None, 37: None, 52: None, 61: {56: None, 40: None, 51:
None, 60: None, 36: None}, 41: None}}}
```

→ Pour cet exemple, l'arbre sera (système *Q(S,M) = Q([1,5,10,21,25], 63)*) :

• Un autre test :

```
M=63
S=[1,5, 10, 25]     # pas possible d'atteindre zéro
creer_arbre_en_largeuer_jusque_zero_ou_stop(S, M)

""" L'arbre
{63: {58: {48: None, 57: None, 53: None, 33: {32: {7: {2: {1: {0: None}}, 6: {1: None, 5: None}}, 27: {17:
{16: {11: None, 6: None, 15: None}, 12: {2: None, 11: None, 7: None}, 7: None}, 26: {16: None, 25: {24:
None, 0: None, 20: None, 15: None}, 21: {16: None, 11: None, 20: None}, 1: {0: None}}, 2: None, 22: None},
22: {17: None, 12: None, 21: None}, 31: {26: None, 6: None, 21: None, 30: {25: None, 20: None, 29: None, 5:
None}}}, 8: {3: {2: None}, 7: None}, 28: {3: None, 18: {8: None, 17: None, 13: {8: None, 3: None, 12: None}
}, 27: None, 23: None}, 23: {18: None, 13: None, 22: None}}}, 38: {33: None, 28: None, 37: {32: None,12:
{2: None, 11: None, 7: None}, 27: None, 36: {11: None, 26: None, 35: None, 31: None}}, 13: {8: None, 3:
None, 12: None}}, 53: {48: None, 28: None, 43: None, 52: None}, 62: {57: None, 52: None, 61: {56: None, 36:
{11: None, 26: {16: {11: None, 6: None, 15: None}, 25: {24: None, 0: None, 20: None, 15: None}, 21: {16:
None, 11: None, 20: None}, 1: {0: None}}, 35: None, 31: None}, 51: None, 60: {35: None, 50: {40: {15: None,
35: None, 30: None, 39: None}, 49: {48: None, 24: None, 44: None, 39: None}, 45: {40: None, 20: None, 35:
None, 44: None}, 25: None}, 59: {49: {48: None, 24: None, 44: None, 39: None}, 58: None, 34: {24: None,
33: None, 29: None, 9: None}, 54: {49: None, 44: None, 53: None, 29: None}}, 55: None}}, 37: None}}}
"""
```

• Il (vous) reste à reconstituer le chemin qui mène de la racine à zéro et extraire les pièces utilisées.

II-3 Extraction du chemin

• Pour trouver les pièces utilisées jusqu'à zéro, on utilise une fonction de recherche de n'importe quelle clé (stratégie *en profondeur*).

☞ Le parcours *en profondeur* convient pour cet arbre en particulier, puisque le développement de ce dernier s'est arrêté dès que zéro a été généré. Par contre, pour le cas général de recherche *en largeur* (ou si on cherche autre chose

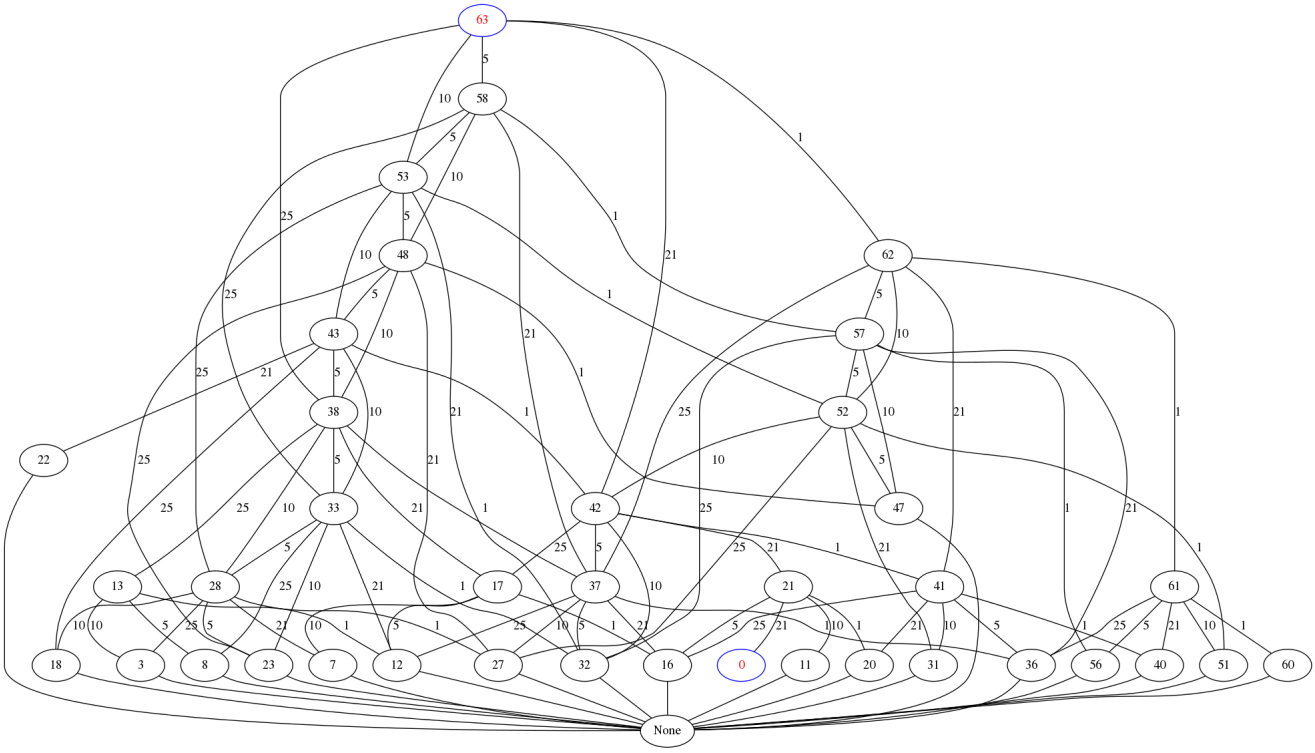


FIGURE 1 – Arbre de Q(M=63, S=[1,5, 10,21, 25]) avec un Dico

que ce *zéro* en particulier), il vaut mieux disposer d'un parcours en largeur.

```
def chemin_jsq_cle_en_profondeur(Dico, cle) :
    """ recherche du trajet depuis la racine jusqu'à une cle (en profondeur) """
    if not Dico : return []  # au cas où
    Lst_keys=Dico.keys()
    if cle in Lst_keys : return [cle]

    for k in Lst_keys :
        if not Dico[k] : continue
        ch=chemin_jsq_cle_en_profondeur(Dico[k],cle)
        if ch : return [k]+ch
    return []
```

• **Quelques tests :**

```
B={28: {27: {4: {3: {2: None}}, 26: {3: None, 25: {24: None, 18: None, 2: None}, 19: {18: None, 12: None}},
 20: {19: None, 13: {12: None, 6: None}}}, 21: {20: None, 14: {13: None, 7: {0: None, 6: None}}}, 5: {4:
 None}}}

print(chemin_jsq_cle_en_profondeur(B, 0))
# [28, 21, 14, 7, 0]    # il suffit de déduire les pièces utilisés (et leur nombre). Voir ci-dessous

print(chemin_jsq_cle_en_profondeur(B, 20))
# [28, 27, 20]

print(chemin_jsq_cle_en_profondeur(B, 35))  # n'existe pas
# []
```

☞ On peut donc chercher zéro par **chemin_jsq_cle_en_profondeur(Dico, 0)**

• Pour trouver les pièces utilisées, on peut écrire :

```
chemin= chemin_jsq_cle_en_profondeur(B, 0)
print('pièces_utilisees :', [chemin[i]-chemin[i+1] for i in range(len(chemin)-1)], '(', len(chemin)-1, ' pièces)')

# pièces_utilisees : [7, 7, 7, 7] ( 4  pièces)
```

II-4 Deux autres fonctions

• Test de la présence d'une clé dans un dico :

```
def clef_presente_dans_Dico_en_profondeur(Dico, cle_recherchee) :
    if not Dico : return False  # au cas où
    Lst_keys=Dico.keys()
    if cle_recherchee in Lst_keys :
        return True

    for k in Lst_keys :
        if Dico[k]== None : continue
        if clef_presente_dans_Dico_en_profondeur(Dico[k], cle_recherchee) : return True
    return False

# —— TEst
B= {28: {27: {26: None, 20: {19: None, 13: None}}, 5: None, 21: {20: None, 14: {13: None, 7: {0: None, 6:
 None}}}}}
print(clef_presente_dans_Dico_en_profondeur(B, 28))   # True
print(clef_presente_dans_Dico_en_profondeur(B, 29))   # False
print(clef_presente_dans_Dico_en_profondeur(B, 7))    # True
```

• Extraction de l'information associée à une clé dans un dico :

```
# Les clés sont unique : si une cléf est répétée, leur info est identique
def info_d_une_clef_en_profondeur(Dico, cle_recherchee) :
    if not Dico : return None  # au cas où
    Lst_keys=Dico.keys()
    if cle_recherchee in Lst_keys :
        return Dico[cle_recherchee]

    # for k in Lst_keys :
    #     if Dico[k]== None : continue
    #     Rep=info_d_une_clef_en_profondeur(Dico[k], cle_recherchee)
    #     if Rep : return Rep

    # On peut aussi écrire la boucle comme ceci :
    for d in iter(Dico.values()) : # chaque éléments est un Dict d'un niveau de Dico (en largeur)
        if not d : continue # Si None, on passe (car d.keys() ne passera pas
        if cle_recherchee in d.keys() : return d[cle_recherchee]
        # Pas besoin : elif d != None :
        return info_d_une_clef_en_profondeur(d, cle_recherchee)
    return None

# —— TEst
B={28: {27: {26: None, 20: {19: None, 13: None}}, 5: None, 21: {20: None, 14: {13: None, 7: {0: None, 6:
 None}}}}}

print(info_d_une_clef_en_profondeur(B, 28))
# {27: {26: None, 20: {19: None, 13: None}}, 5: None, 21: {20: None, 14: {13: None, 7: {0: None, 6: None}}}}

print(info_d_une_clef_en_profondeur(B, 26))
# None

print(info_d_une_clef_en_profondeur(B, 20))
# {19: None, 13: None}
```

III Solution arbre avec des tableaux

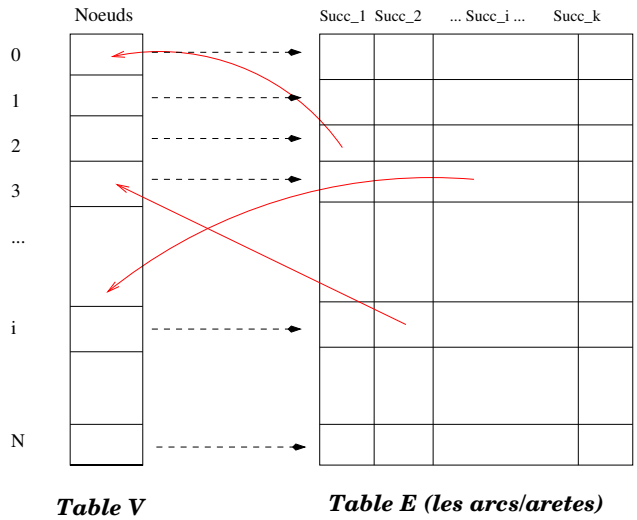
• Parmi les représentations possible des arbres et graphes, on choisit ici la représentation de l'arbre avec des tableaux.
• Le graphe **G(V,E)** (avec **V** : ensemble des noeuds, **E** : ensemble d'arcs/arêtes) est représenté par ces deux tables.

• Habituellement, la table **V** contient toutes les informations sur les noeuds (p. ex. une ville, sa population, sa superficie, ...).

La table **E** n'a pas besoin de répéter ces informations et se contente de contenir le nom du successeur, ou mieux, l'indice du successeur dans la table **V**.

Les flèches rouges dans la figure ci-contre renvoient vers le noeud successeur dans **V** : ce renvoi se fait via le nom du $successeur_i$ (le même nom que dans **V**) ou via l'indice du successeur dans **V**.

Si une pondération des arcs (arêtes) est présente, chaque case de E sera un couple *(noeud_succ, poids)*.



• Dans le cas du problème de la monnaie, sachant que l'information d'un noeud est un simple entier (un montant), il est plus simple que chaque successeur contienne également un montant.

• Par exemple, pour *Q(S,M) = Q([1,7,23], 28)*, on peut avoir :

Les 3 colonnes de la table E correspondent aux 3 valeurs :
28-1, 28-7 et 28-23.

La table E contient 3 colonnes car $|S| = 3$.

La table E étant initialisée par *None*, ces valeurs ne se modifient pas si pour un montant (p. ex. 5), on ne peut pas utiliser certaines les pièces de **S**.

• Notons que cette représentation ne modifie en rien le type du parcours (en profondeur ou en largeur) des arbres/graphes.
• Rappelons que nous utilisons un parcours en largeur.