# **Problem J5: Rule of Three**

# **Problem Description**

A *substitution rule* describes how to take a sequence of symbols and convert it into a different sequence of symbols. For example,  $ABA \rightarrow BBB$ , is a substitution rule which means that ABA can be replaced with BBB. Using this rule, the sequence AABAA would be transformed into the sequence ABBBA (the substituted symbols are in **bold**).

In this task, you will be given three substitution rules, a starting sequence of symbols and a final sequence of symbols. You are to use the substitution rules to convert the starting sequence into the final sequence, using a specified number of substitutions.

For example, if the three substitution rules were:

- 1.  $AA \rightarrow AB$
- 2.  $AB \rightarrow BB$
- 3.  $B \rightarrow AA$

we could convert the sequence AB into AAAB in 4 steps, by the following substitutions:

$$AB \rightarrow BB \rightarrow AAB \rightarrow AAAA \rightarrow AAAB$$
,

where the symbols to be replaced are shown in **bold**. More specifically, from the initial sequence AB, substitute rule 2 starting at position 1, to get the result BB. From BB, substitute rule 3, starting at position 1, to get the result AAB. From AAB, substitute rule 3, starting at position 3, to get the result AAAA. From AAAA, substitute rule 1, starting at position 3, to get the result AAAB, which is the final sequence.

## **Input Specification**

The first three lines will contain the substitution rules. Each substitution rule will be a sequence of A's and B's, followed by a space following by another sequence of A's and B's. Both sequences will have between one and five symbols.

The next line contains three space separated values, S, I and F. The value S ( $1 \le S \le 15$ ) is an integer specifying the number of steps that must be used, and the values I (the initial sequence) and F (the final sequence) are sequences of A's and B's, where there are at least one and at most 5 symbols in I and at least one and at most 50 symbols in F.

For 7 of the 15 marks available,  $S \leq 6$ .

For an additional 7 of the 15 available marks,  $S \le 12$ .

## **Output Specification**

The output will be S lines long and describes the substitutions in order.

La version française figure à la suite de la version anglaise.

Line i of the output will contain three space-separated values,  $R_i$ ,  $P_i$ , and  $W_i$ :

- $R_i$  is the substitution rule number (either 1, 2 or 3) that will be used.
- $P_i$  is the starting position index of where the substitution rule will be applied in the sequence. Notice that the string is 1-indexed (i.e., the first character of the string is at index 1).
- $W_i$  is the sequence that results from this substitution. Specifically,  $W_i$  is the sequence of symbols that results by applying substitution rule  $R_i$  starting at position  $P_i$  from the previous sequence of symbols,  $W_{i-1}$ , where we define  $W_0$  to be the initial sequence I. Note that  $W_S = F$ , the final sequence.

There will always be at least one sequence of S substitutions that will convert I into F. If there is more than one possible sequence of substitutions, any valid sequence will be accepted.

# **Sample Input**

AA AB

AB BB

B AA

4 AB AAAB

## **Possible Output for Sample Input**

2 1 BB

3 1 AAB

3 3 AAAA

1 3 AAAB

## **Explanation of Output for Sample Input**

This is the example outlined in the problem description. Note that the following is another possible valid substitution sequence:

2 1 BB

3 2 BAA

1 2 BAB

3 1 AAAB

Specifically, showing the substitutions in **bold**, we get

$$\mathbf{AB} \to \mathbf{BB} \to \mathbf{BAA} \to \mathbf{BAB} \to \mathbf{AAAB}$$
.

La version française figure à la suite de la version anglaise.

# Problme J5: La rgle de trois

# nonc du problme

Une  $rgle\ de\ substitution$  derit la manire dont on peut convertir une squence de symboles en une autre squence de symboles. Par exemple, ABA  $\rightarrow$  BBB, est une rgle de substitution qui dit que la squence ABA peut itre remplace par la squence BBB. l'aide de cette rgle, on peut transformer la squence AABAA en la squence ABBBA (les symboles qui ont subi une substitution sont en **gras**).

Dans cette tche, vous recevrez trois rgles de substitution, une squence initiale de symboles, ainsi qu'une squence finale de symboles. Vous devez utiliser les rgles de substitution afin d'obtenir la squence finale de symboles partir de la squence initiale en utilisant un nombre spcifi de substitutions.

Par exemple, si les trois rgles de substitution taient:

- 1.  $AA \rightarrow AB$
- 2.  $AB \rightarrow BB$
- 3.  $B \rightarrow AA$

On convertirait la squence AB en la squence AAAB en 4 tapes en effectuant les substitutions suivantes:

$$AB \rightarrow BB \rightarrow AAB \rightarrow AAAA \rightarrow AAAB$$
,

o les symboles remplacer sont en **gras**. Plus preisment, en commenant par la squence initiale AB, on substitue la rgle 2 dans la premire position de cette squence afin d'obtenir BB. On substitue la rgle 3 dans la premire position de la squence BB afin d'obtenir AAB. On substitue la rgle 3 dans la troisime position de la squence AAB afin d'obtenir AAAA. On substitue la rgle 1 dans la troisime position de la squence AAAA afin d'obtenir la squence finale de AAAB.

#### Prcisions par rapport aux donnes dentre

Les trois premires lignes contiendront les rgles de substitution. Chaque rgle de substitution sera compose d'une squence de A et de B, suivie d'un espace, suivie d'une autre squence de A et de B. Les deux squences auront chacune de un cinq symboles.

La prochaine ligne contiendra les trois valeurs S, I et F dont chacune sera spare des autres par un espace. La valeur S ( $1 \le S \le 15$ ) est un entier qui spcifie le nombre d'tapes que l'on doit utiliser. La valeur I (la squence initiale de symboles) et la valeur F (la squence finale de symboles) sont des squences de A et de B. La valeur I peut contenir de un cinq symboles tandis que la valeur F peut contenir de un cinquante symboles.

Pour 7 des 15 points disponibles,  $S \leq 6$ .

English version appears before the French version

Pour 7 autres points parmi les 15 points disponibles,  $S \leq 12$ .

# Prcisions par rapport aux donnes de sortie

Il devrait y avoir S lignes dans les donnes de sortie. Ces dernires derivent les substitutions en ordre.

La ligne i des donnes de sortie contiendra les trois valeurs  $R_i$ ,  $P_i$  et  $W_i$  dont chacune sera spare des autres par un espace:

- $R_i$  est le nombre de la rgle de substitution qui sera utilise (soit 1, soit 2, soit 3).
- $P_i$  est l'indice de position de dpart de l'endroit o la rgle de substitution sera applique dans la squence. On remarque que le premier caractre de la chane a un indice de 1.
- $W_i$  est la squence qui est le rsultat de cette substitution. Plus preisment,  $W_i$  est la squence de symboles qui est produite aprs l'application de la rgle de substitution  $R_i$  dans la position  $P_i$  de la squence de symboles predente,  $W_{i-1}$ , o  $W_0$  est la squence initiale I. On remarque que  $W_S = F$ , soit la squence finale.

Il y aura toujours au moins une squence de S substitutions qui convertit I en F. S'il y a plus d'une squence possible de substitutions, toute squence valide sera accepte.

# Exemple de donnes d'entre

AA AB

AB BB

в аа

4 AB AAAB

## Exemple de donnes de sortie possibles

2 1 BB

3 1 AAB

3 3 AAAA

1 3 AAAB

## Justification des donnes de sortie

Ceci est l'exemple fourni dans l'nonc du problme. Voici une autre squence valide de substitutions:

2 1 BB

3 2 BAA

1 2 BAB

3 1 AAAB

En indiquant les substitutions en **gras**, on obtient:

$$\mathbf{AB} \to \mathbf{BB} \to \mathbf{BAA} \to \mathbf{BAB} \to \mathbf{AAAB}$$
.

English version appears before the French version